

B-29 膜分離活性汚泥法の膜目詰まり過程の予測におけるARモデル適用の試み

武蔵工業大学 工学研究科 土木工学専攻 ○高安陽介
 武蔵工業大学 工学部 長岡裕
 武蔵工業大学 工学部 中野宏康

1. はじめに

膜分離活性汚泥法における最大の問題点は、膜が目詰まりをおこし、過抵抗が上昇することにより、十分な処理水量が得られなくなる点がある。そこで過抵抗の上昇をモデル化し予測をおこなうことが試みられてきた。しかし、活性汚泥法のように不確定な要素が多いものであると、式にすべてのシステムを組み込むのは不可能である。一方、時系列解析の分野では時系列データを数値の並びとしてとらえ、物理的根拠を無視した数学モデルというものがある。本論では数学モデルの代表的なものでもあるARモデルを用いた過抵抗の上昇の予測を試みた。

2. ARモデル

Autoregressive Model(自己回帰モデル)の略である。ある時系列データの現在地 Z_t が N 期前の値とランダムショック a_t の線形関数で表すことができるとき、この時系列データは N 階の自己回帰過程に支配されているという。式では以下のように示される。

$$Z_t = \sum_{i=1}^N \phi_i Z_{t-i} + a_t \quad \cdots (1)$$

ここで ϕ_i は自己回帰パラメータであり、 N 期前の値が変化したときの Z_t への影響をあらわしている。これは推定すべきパラメータである。ランダムショック a_t は誤差項であり、本研究では平均値 0、標準偏差 σ のガウス白色雑音となる。また、 a_t と Z_{t-1} は互いに独立であると仮定されている。すなわち

$$\begin{aligned} E(a_t) &= 0 \\ E(a_t a_s) &= \begin{cases} \sigma^2 & t = s \\ 0 & t \neq s \end{cases} \\ E(a_t Z_{t-1}) &= 0 \end{aligned}$$

となる。

ここで、時系列データの動きを支配しているモデルを同定するには、まずその時系列データの主要な要素をフィルタによって取り出さなければならない。次にこれらの要素の特徴から適切なモデルを構築するという作業が必要となってくる。

3. 線形確率システム¹⁾

本研究においてはARモデルのパラメータ推定にカルマンフィルターをもちいる。

実際の物理現象は、入力系、構造系、観測系等のすべてにノイズが含まれており、我々の得られるデータは確率的に支配された同一環境下のデータ群の中の一つのサンプルデータとして取り扱うのが適切であると考えられ、この表現方法が確率システムに基づく表現法である。線形確率システムは以下の状態方程式(2)と、観測方程式(3)で表現される。

$$x_{t+1} = F_t \cdot x_t + G_t \cdot w_t \quad \cdots (2)$$

$$Y_{t+1} = H_t \cdot x_t + K_t \cdot v_t \quad \cdots (3)$$

x_t : 状態ベクトル Y_t : 観測ベクトル w_t : システム雑音

v_t : 観測雑音 H_t : 観測行列 G_t : 駆動行列

雑音ベクトルは平均値 0 のガウス白色雑音である。

4 カルマンフィルタ

式(7)～(12)で与えられる離散時間確率システムに対するカルマンフィルタは次の(a)～(d)で与えられる。

(a)フィルタ方程式

$$\hat{x}_{t+1/t} = F_t \cdot \hat{x}_{t/t} \cdots (4)$$

$$\hat{x}_{t/t} = \hat{x}_{t/t-1} + K_t [Y_t - H_t \cdot \hat{x}_{t/t-1}] \cdots (5)$$

$$t=0, 1, 2, \dots$$

K_t ・ $n \times p$ 次元カルマンゲイン行列

(b)カルマンゲイン

$$K_t = P_{t/t-1} \cdot H_t^T [H_t \cdot P_{t/t-1} \cdot H_t^T + R_t]^{-1} \cdots (6)$$

P_t ・ $n \times n$ 次元推定誤差共分散行列

(c)推定誤差共分散行列

$$P_{t+1/t} = F_t \cdot P_{t/t} \cdot F_t^T + G_t \cdot Q_t \cdot G_t^T \cdots (7)$$

$$P_{t/t} = P_{t/t-1} - K_t \cdot H_t \cdot P_{t/t-1} \cdots (8)$$

(d)初期条件

$$\hat{x}_{0/-1} = \bar{x}_0, \quad P_{0/-1} = \Sigma_0 \cdots (9)$$

カルマンフィルタは Y_t を入力、推定値 x_{at} を出力とする線形システムである。

最初に、 x_0, Σ_0 が与えられると式(9)より初期値が定まり、式(6)より K_0 が計算される。

$t=0$ において Y_0 を観測し、式(5)、(8)より $x_{0/0} P_{0/0}$ が求まる。次に式(4)、(7)より $x_{1/0} P_{1/0}$ が、式(6)より K_1 が計算される。

$t=1$ において Y_1 を観測すれば、以下同様の手順で推定値および推定誤差共分散行列が計算される。

以上述べたように、カルマンフィルタは新しい観測地が得られるごとに前の推定値を修正して新しい推定値とするアルゴリズムとなっているため、観測データを全て蓄えておく必要もないという特徴を有している。

5. ARモデルのパラメータ推定

同定問題をカルマンフィルタで定式化するためには対象を状態方程式と観測方程式に表現する必要がある。

状態量にAR係数をとると状態方程式は以下のようなになる。

$$\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_n \end{bmatrix}_{k+1}^T = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_n \end{bmatrix}_k^T + w_k \cdots (10)$$

観測量はARモデルにもとづいて以下のように表される。

$$x_t = a_1 \cdot x_{t-1} + a_2 \cdot x_{t-2} + \cdots + a_N \cdot x_{t-N} + v_t \cdots (11)$$

(10)、(11)式をカルマンフィルタのアルゴリズムに当てはめることにより、観測データ x_t に追尾したAR係数を逐次求めることができる。

6. 結果および考察

本研究ではARモデルの次数は4次として予測を行った。ろ過抵抗の標準偏差は $1 \times 10^{12} (\text{m}^{-1})$ として計算を行った。また膜洗浄については計算を止め、再度その時点から計算を始めた。

Fig. 1 に植田らの行ったろ過抵抗の実験値²⁾をサンプルとして予測を行った結果を示す。使用している膜はMF中空糸膜で、T O C容積負荷は $1.0 (\text{g/L/day})$ で、膜洗浄は28, 47, 72, 142日目に行われている。

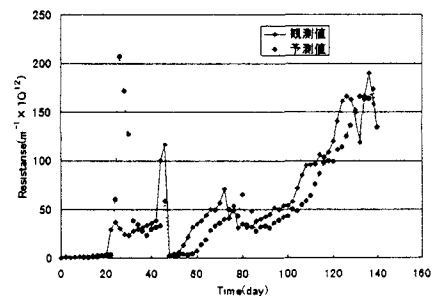


Fig.1 Prediction of Resistance(ueda)

Fig.1 において30日目付近で予測値が大きくなってしまう。これは観測量の上昇に対してAR係数が過大に計算されてしまっているためである。これ以降はそのようなこともなく、

正確な予測値が求められている。

Fig.2 には観測値のろ過抵抗に常用対数を取り予測を行った結果を示す。対数をとった理由は数値の急激な変化を緩やかなものとし、Fig.1 における 30 日目付近のような予測値の突出を防ぐ為である。結果としては観測値をそのまま用いて予測を行うよりも、良好な追従性を示したといえる。

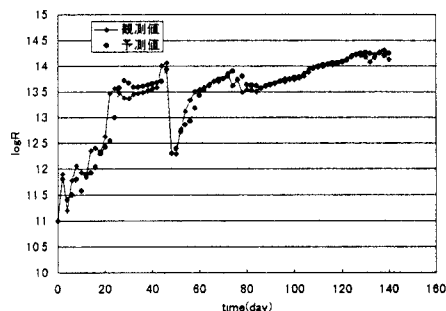


Fig.2 Prediction of Resistance(logR)(ueda)

Fig.3 に工藤らの行ったろ過抵抗の実験値³⁾をサンプルとして予測を行った結果を示す。使用している膜はMF 平膜で、T O C 容積負荷は 1.5 (g/L/day) とし、膜洗浄は 16, 29, 53, 67, 86, 102 日目に行われている。

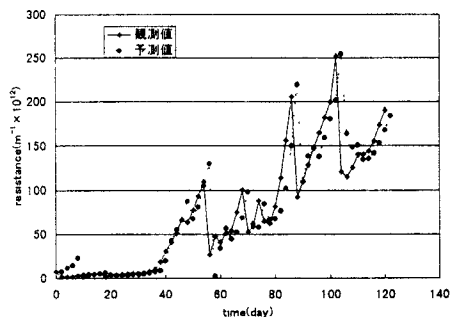


Fig.3 Prediction of Resistance(kudo)

Fig.3 において 8 日目までの値が大きくなっているが、これは始めの値はデータが 4 つに満たないため正確な予測値が得られなかったとおもわれる。

Fig.4 に Fig.3 のデータの常用対数を取り予測を行ったものを示す。Fig.2 同様、対数をとったもののほうが正確な予測値がでていることがわ

かる。

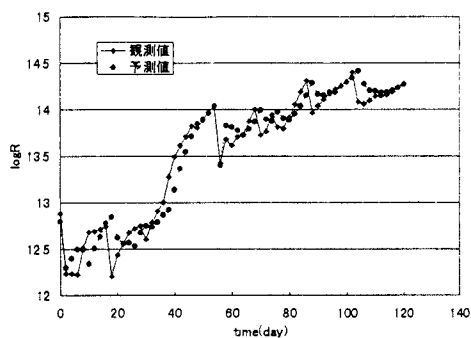


Fig.4 Prediction of Resistance(logR)(kudo)

以上より、2 つの実験サンプルより、その結果の常用対数をとることにより、おおむね正確な予測値を求めることができたといえる。以上の結果から、膜の形状および負荷を問わず AR モデルを用いた予測手法は有効であるといえる。

7. 結論

ろ過抵抗の予測において AR モデルは有効であるといえる。ただし値の増減が激しく予測値が追従し切れない場合は対数をとるなどの手法を用いることで、予測の精度を上げることが出来る。

また今後の課題としては、ノイズの標準偏差を現在は計算を用いずに決定してしまっているが、同定手法などを用いて数学的な根拠を持った数値にすることと、長期的な予測を行えるような手法を開発することであると考えている。

参考文献

- 1) 西川 清：パソコンで解くカルマンフィルタ，丸善，(1993)
- 2) 植田 真司：膜分離活性汚泥法における膜透過流束低下因子の究明，武蔵工業大学修士論文(1995)
- 3) 工藤 千里，高安陽介：膜分離活性汚泥法における膜目詰まりにおよぼす粘度の影響，武蔵工業大学卒業論文(1996)