

長岡技術科学大学 ○中 村 由 行

ミネソタ大学

H. ステファーン

1. 序

富栄養化した湖沼や沿岸海域において、貧酸素水塊や青潮が形成されるという問題が生じてきており、溶存酸素の動態を把握する必要性が強く認識されはじめている。Erie湖やChesapeake湾をはじめ、いくつかの水域において、底層水の酸素が消費される過程のうち、底質による酸素消費(SOD)が水中の消費を上回る例が報告されている。SODに関しては数多くの現場実験や室内実験例があるが、Belanger(1981)やBoynton et al. (1981)の実験を契機として、流れがある場合には、静水中に比べてSODの値がかなり大きくなることが知られるようになった。これは、底面直上に形成されるごく薄い濃度境界層での拡散輸送が律速となって全体のSODの量を規定しているためと考えられる。しかしながら、SODが流速のどのような関数になるのかを、理論的に解析した例はみられない。従って、本研究の目的は、境界層理論を応用して、SODに及ぼす流速の影響をモデル化することにある。

2. 底面境界層における物質輸送のモデル化

乱流境界層理論を底面境界層に適用することにより、境界層内での物質輸送をモデル化する。解析にあたり、以下の様な基本的な仮定をおく。

- 1) 定常状態
- 2) 底面は滑らかで平坦であり、固定床
- 3) 流速やDO濃度は鉛直方向にのみ変化
- 4) 境界層での断力及びDOフラックスは一定

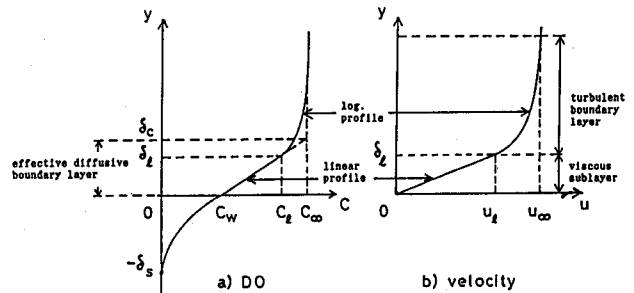


図1. 境界層における流速及びDO濃度分布のモデル化

以上のような系に対しては、プラントル・テイラーやカルマンによる円管内乱流の熱輸送の解析が応用できる。例えば、カルマンは、物質のフラックス J と壁面での摩擦応力との相似性に着目し、 J が

$$J = \frac{(C_f/2)}{1+5\sqrt{(C_f/2)}[(Sc-1)+\ln\{(1+5Sc)/6\}]} u_\infty (C_\infty - C_w) \quad (1)$$

と表せることを示した。ここで、 u_∞ 、 C_∞ は壁面から十分離れた場所における流速と物質の濃度、 C_w は水-底泥界面における濃度、 C_f は抵抗係数、 Sc はシュミット数である(図1参照)。但し、この式は、 Sc 数が1に近い領域にしか適用できず、水中における酸素のような、 Sc 数が500程度の物質の輸送に関しては、以下で与えられるDeissler(1955)の式がよい推定値を与える事が知られている。

$$J = f(C_f, Sc) u_\infty (C_\infty - C_w) = \frac{2}{\pi} n \sqrt{C_f} Sc^{-3/4} u_\infty (C_\infty - C_w) \quad (2)$$

ここで、 $n(=0.124)$ は定数である。

3. 底質におけるDO分布のモデル化

底質単位体積当りの酸素消費速度 R は、微生物の直接関与する反応(B-SOD)と関与しない反応(C-SOD)に大別できる。ここでは、解析し易いように、いずれも界面におけるDO濃度 C_w に依存すると仮定して、

$$R = \underbrace{\mu C_w / (K_o_2 + C_w)}_{(B-SOD)} + \underbrace{k' C_w}_{(C-SOD)} \quad (3)$$

とおく。ここで、 μ は生物反応による最大酸素消費速度、 K_{O_2} は半飽和定数、 k' は化学反応速度定数である。Bouldin(1968)は、R 及び底質中における見かけの拡散係数 D_s が一定と見なせる場合について、底質内部で拡散方程式を解くことにより、SODが次式

$$SOD = \sqrt{2D_s R C_w} \quad (4)$$

で表されることを導いている。式(4)に(3)を代入し、式(2)と連立して C_w を消去すれば、SODが満たすべき関係式として次式が導かれる。

$$2\left(\frac{4k'_*}{U_*^3} - \frac{1}{U_*}\right)SOD_*^3 - \left[\frac{4\{k'_*(3+K_{O_2})*\}+1}{U_*^2} - K_{O_2}+1\right]SOD_*^2 + \frac{2\{k'_*(3+2K_{O_2})*\}+2}{U_*}SOD_* - \{k'_*(1+K_{O_2})*+1\} = 0 \quad (5)$$

ここで、各変数は以下の様に定義した無次元数である

$$SOD_* = SOD / \sqrt{2D_s \mu C_\infty}, \quad U_* = f u_\infty \sqrt{2C_\infty / D_s \mu}, \quad K_{O_2}* = K_{O_2} / C_\infty, \quad k'_* = k' C_\infty / \mu \quad (6)$$

4. 結果と考察

4. 1 SODと流速との関係

式(5)は、例えば Newton法などにより、数値的に解くことができる。但し、パラメータの値によっては、解析的に解が得られる場合がある。例えば、 $K_{O_2}* = 0$ の場合には

$$SOD_* = \frac{(k'_*+1)U_*}{2k'_*+1+\sqrt{(k'_*+1)U_*^2+1}} \quad (7)$$

となる。Zobell(1943)によれば K_{O_2} は0.5mg/l程度であるから、底層水がかなり貧酸素化しない限り、式(7)は精度の良い近似解を与える。一方、 k'_* は、酸素を消費する反応のうち、化学反応による消費量と生物反応によるそれとの比を意味する無次元量であり、水域によってかなり異なる値をとるものと考えられる。

そこで、 $K_{O_2}* = 0$ 及び $K_{O_2}* = 1$ の場合について、 k'_* の値を様々に変えて計算した結果をプロットしたのが図2である。 $k'_* \rightarrow \infty$ の極限においては、酸素消費のポテンシャルが高いため、常に境界層内の拡散が律速段階となる。 k'_* が有限の場合には、流速が大きい極限でSODは有限の値をとり、底泥内の反応が律速となる事が示されている。

図3は、底泥界面近傍における D_0 濃度の鉛直分布を示す。流速が大きくなると共に濃度境界層の厚さは減少し、逆に界面における D_0 濃度と底泥における好気層の深さは増加する。 $K_{O_2}* = 0$ 及び $k'_* = 0$ の場合には、流速が大きくなるにつれ、好気層の深さは $\sqrt{2D_s C_\infty / \mu}$ に、界面における D_0 濃度 C_w はバルクの濃度 C_∞ にそれぞれ漸近する。

本モデルと、Boynton et al. (1981)の現場実験との比較を図4に示す。モデル中のパラメータ値のいくつ

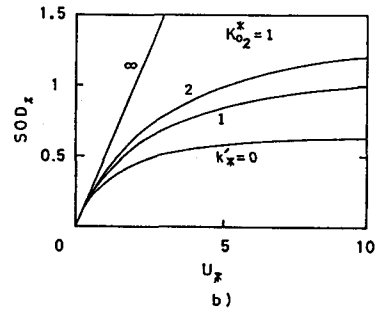
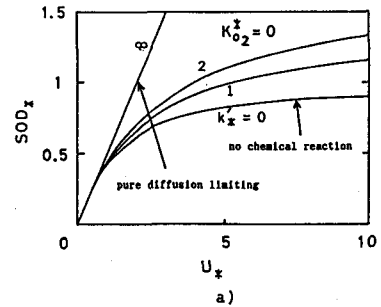


図2. 無次元化したSODと流速の比較

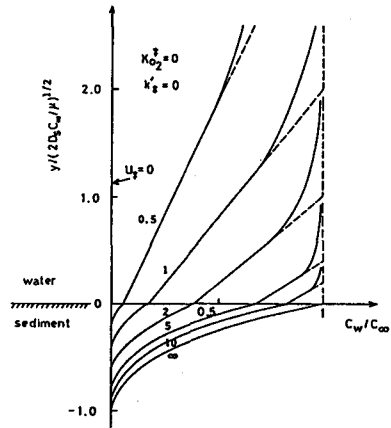


図3. 界面近傍での D_0 濃度分布に及ぼす流速の影響

かは不明であるので、実験に合うようにそれらを選んだ。従って、モデルの検証は厳密にはできていないが、モデルは実験結果をよく説明している様に思われる。

4. 2 SODとDO濃度との関係

本モデルは溶存酸素濃度とSODの関係をも説明する。図5は、 $k' \neq 0$ の場合について、両者の関係をプロットしたものである。DO濃度が增大すると、流速の場合と異なり、SODは無限に増加する。図中にはPolak and Haffner (1978)が測定した値を比較しており、モデルは実験値をよく説明していることがわかる。

4. 3 底面粗度の影響

近年、空間分解能が $10\mu\text{m}$ 程度の微小電極を用いた測定が盛んに行われており、例えば、Joergensen and Des Marais (1990)は、DO濃度境界層の測定を、流速を数段階に変えて行っている。彼らの実験は、水理学的粗面で行われているので、モデルとの比較のためには、底面粗度の影響を見積る必要がある。粗度高さが物質輸送に及ぼす影響に関しては、例えば、Dawson and Trass (1972)の実験がある。彼らによれば、 $e+ (=eu*/\nu; u*$ は摩擦速度、 ν は動粘性係数)が10程度で物質移動係数が最大になり、そのときの滑面に対する物質移動係数の比 α は2~4の値をとる。Joergensen and Des Marais (1990)の測定値を再現できるように α の値を求めると、 $\alpha=2.8$ の場合に、鉛直のDO濃度分布をよく説明できることがわかった。その結果を、図6に示す。以上から、粗面の場合には、(2)及び(5)において、

$$f = \frac{2}{\pi} \alpha n \sqrt{C_f} S_c^{-3/4} \quad (8)$$

とおけばよいことがわかる。

参考文献

- Belanger (1981). Wat. Res., 15, pp.267-274.
 Bouldin (1968). J. Ecology, 56, pp.77-87.
 Boynton et al. (1981). Marine Biol., 65, pp.185-190.
 Dawson and Trass (1972) Int. J. Mass Heat Trans., 15, pp.1317-1336.
 Deissler (1955). N.A.C.A., Rep.1210, pp.69-82.
 Joergensen and Des Marais (1990) Limnol. Oceanogr., 35, pp.1343-1355.
 Polak and Haffner (1978). Wat. Res., 12, pp.205-215.

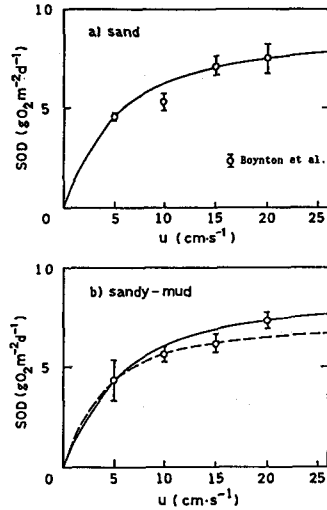


図4. Boyntonらの実験値と計算結果の比較

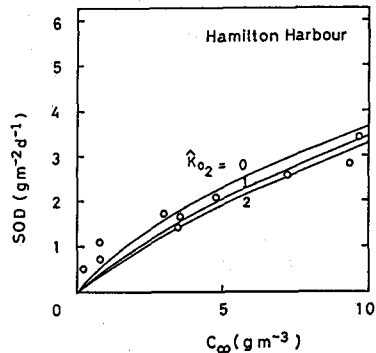


図5. SODのDO濃度依存性(○はPolakらの実験値)

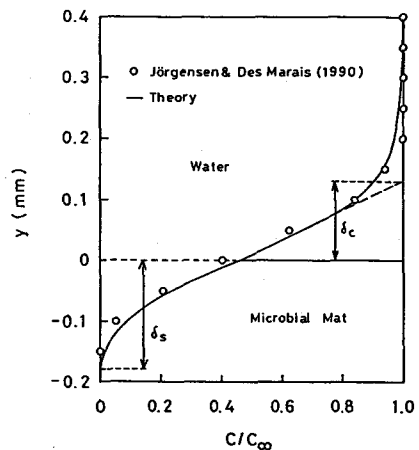


図6. 微小電極によるDO鉛直分布の測定値とモデルの比較 ($\alpha=2.8$)