

L-Q 曲線による汚濁負荷量算定における 補正係数の必要性について

岡山大学工学部 河原長美

1. はじめに

各種水域への流入汚濁負荷量の推定には、L-Q 曲線 ($L = aQ^b$) が広く用いられている。この曲線を観測データの回帰により決定する際には、L、Q の対数を取り線形回帰により a、b を求めるのが通常である。しかし、この様にして求められた曲線と流量とからある期間の総流入汚濁負荷量を求めると、曲線の適合度が悪い場合には、総負荷量が過小評価されるので、補正係数を掛ける必要のあることが知られている¹⁾。

本研究では、旭川での実測値に基づき、補正係数の考慮することにより負荷量の推定値がどの程度真値に近づくかについて検討を加えた。

2. 解析方法

解析に用いたデータは、旭川において1980年12月から1981年11月までの1年間にわたり、1日1回定時観測したSS、濁度、COD、T-N、T-Pであり、流量については日平均流量を用いている。

ここにいうところの補正係数 (Bias Correction Factor) とは、次のようなものである。今、次の形の回帰式を求めることを想定する。

$$\ln Li = \alpha + \beta \ln Qi + \varepsilon_i \quad (1)$$

ここで、 ε_i は $N(0, \sigma^2)$ に従うとする。上式の対数を外すと

$$Li = \exp(\alpha) \cdot Qi^\beta \cdot \exp(\varepsilon_i) \quad (2)$$

となる。式 (1) とデータとから最小自乗法で α 、 β の推定値を求め、これらを a、b とすると、通常求められている負荷量 $\bar{Li}$ は次のようになる。

$$\bar{Li} = \exp(\alpha) Qi^b \quad (3)$$

ところで、 $\exp(\varepsilon_i)$ の期待値は、 $E[\exp(\varepsilon_i)] = \exp(\sigma^2/2)$ となる。式 (2)、(3) より

$$E\left[\frac{Li}{\bar{Li}}\right] = E[\exp(\alpha - a) \cdot Qi^{\beta - b}] \cdot \exp(\sigma^2/2) \quad (4)$$

(1) 式が観測値に対して適切な回帰式であるならば、(4) 式は次のように近似され、これが総汚濁負荷量を求める際に必要な補正係数であり、この値を乗じておく必要がある。

$$E\left[\frac{Li}{\bar{Li}}\right] \approx \exp(\sigma^2/2) \approx \exp(S^2/2) \quad (5)$$

ここに、

$$S^2 = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n (\ln Li - \ln \bar{Li})^2 \quad (6)$$

ここに説明した補正の必要性は、汚濁負荷量 (もしくは水質) と流量の対数値から回帰式を求め、これを用いて総汚濁負荷量を推定しようとするために生じるものであり、式が複雑になっても同じである。対数を取らない場合は必要ではないが、負荷量算定における誤差の発生の仕方は、大きな流量の場合には大きな誤差が、小さな流量の場合には小さな誤差が生じると考えられ、対数を取る方が望ましいと考えられるので、多くの場合、このような補正係数が必要と考えられる。

3. 結果と考察

旭川での観測値を用いて、補正係数の有無により、どの程度汚濁負荷の値が異なるかについて検討したのが図-1である。各図において、各観測間隔毎に2つずつ範囲が示されているが、左側は補正係数を用いた場合、右側は補正係数を用いない場合である。365日分の観測値から算定された日負荷量の総和を1としており、また、実線は得られた値の範囲を、丸印は外側から対にして95%、90%、70%の信頼区間を表している。なお、信頼区間は総負荷量の推定値が対数正規分布に従うことを仮定して求めている。

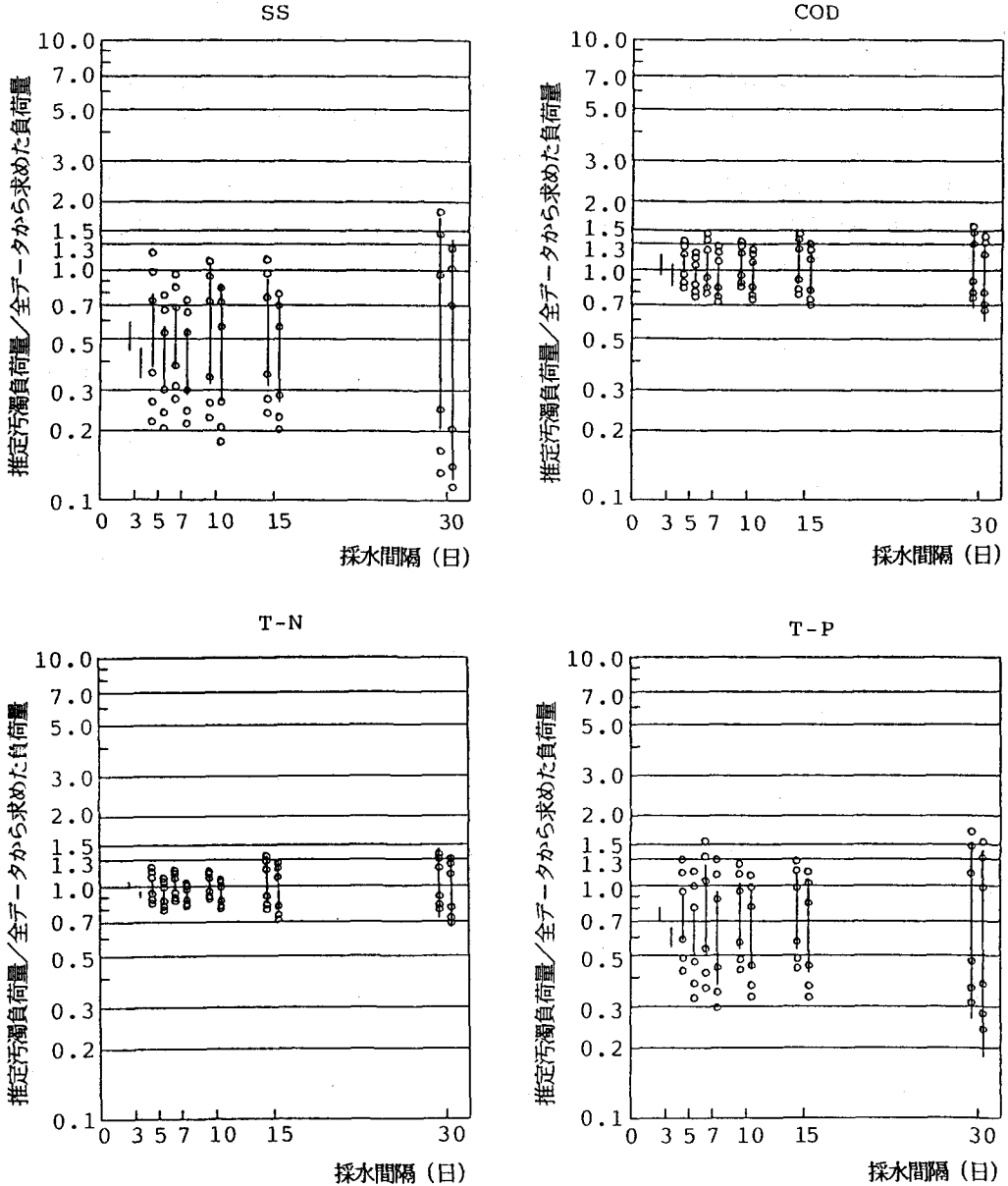


図-1 全データを用いて推定した年間汚濁負荷量の推定値の分布
実線：推定値の分布範囲 ○印：外側から順に95%、90%、70%の信頼区間

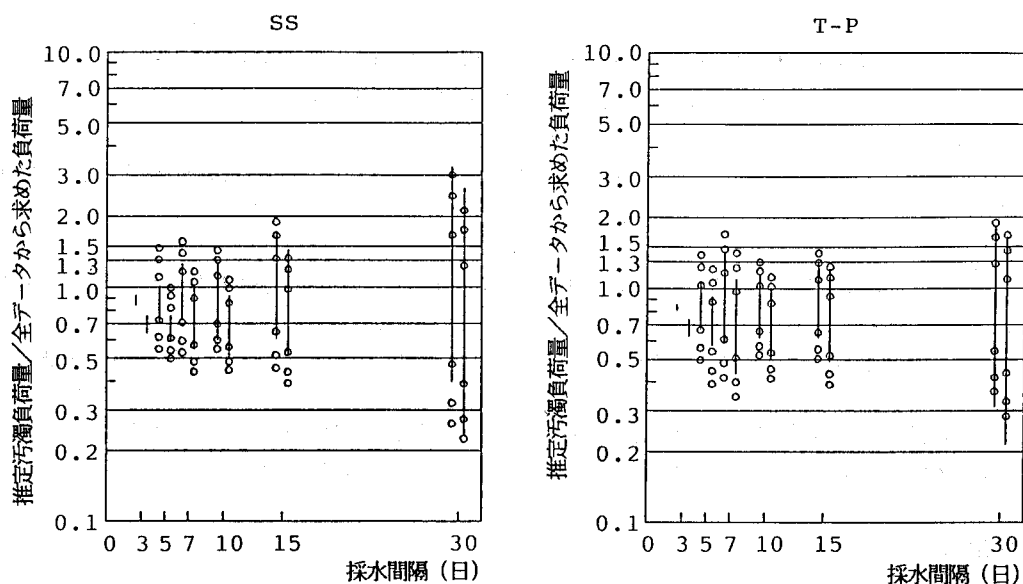


図-2 極端な流出負荷量の日を除いて推定した結果
実線：推定値の分布範囲 ○印：外側から順に95%, 90%, 70%の信頼区間

補正係数抜きには全体的に小さく算定されていた汚濁負荷量が、補正係数により1を中心として変動するようになる様子が見えよう。また、変動の小さい項目については補正係数の有無はさほど関係しないが、SS、T-Pなどのように、流量の依存性の高い項目については、補正係数の効果がよく現れている。なお、濁度はSSと同様であったので省略した。しかしながら、SSのように1年間のうちの半分以上が一日で流出するような項目については、このような日の負荷量と流量との関係がこれを除いた場合とで大きく異なっているので、補正係数を用いても正確な推定はできず、観測頻度をふやすか回帰式に工夫を加える以外には困難である。

そこで、一年間のSS負荷量の約半分以上が流出する一日を除いて、同じ検討を行うと図-2のようになる。ここでは、推定精度の悪いSSとT-Pのみについて示している。上述の日を除いて推定を行うと、補正により比較的良好に推定が行えることがうかがえよう。

4. まとめ

本研究においては、L-Q曲線による汚濁負荷量推定における補正係数を紹介するとともに、旭川での観測結果に基づいて、補正により汚濁負荷量の過小評価が解消されることを実証した。しかしながら、他の日とは大きく傾向が異なり、かつ、極端に大きな負荷量の日が存在すると、補正係数を用いたとしても、総負荷量を精度よく推定することは困難である。

参考文献

- (1) R. I. Ferguson: River Loads Underestimated by Rating Curves, Water Resources Research, Vol.22, No.1, pp.74-76, 1986.