

流出水量変動の対称性を利用した配水管網状態推定法

北海道大学工学部 ○高桑哲男, 船水尚行

1. はじめに

配水コントロールまたは配水系統の拡張設計に当たっては、現用の配水管網の状態把握が必要となり、時刻的・場所的給水量分布や管路能力の推定法が望まれる。管網状態推定法の開発は、まず①未知量を同定するための照査指標の発見、次いで②水圧の測定誤差等に対する推定精度の検討、③管路配置の簡略化・節点の集約化に耐えるモデルの構築、という順序で進むと考えられる。本研究では、節点流出水量の変動が対称分布をなす、という仮定を照査指標として取り上げ、上記①の段階が成立しうる可能性を示す。

2. 推定法

ここで状態推定しようとする管網は次の二つの条件：

- (1)流出水量の総和は既知であり、これにより配水基地に接続する管路の管路係数等が既知となる。
- (2)節点水圧は管網解析法によって算出されるエネルギー位に等しく、かつ、すべての節点で既知である。

を満足するものとする。このとき、同時刻に測定されたm日のデータがあるとすれば、配水基地以外の節点数がN、配水基地に接続しない管路数がJの管網について、節点方程式が $m \cdot N$ 本、未知量は $m \cdot N$ 個の流出水量 p と流量式：

$$Q = S | E_u - E_d |^{a-1} \cdot (E_u - E_d) \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 E_u 、 E_d はそれぞれ当該管路の上・下流節点エネルギー位

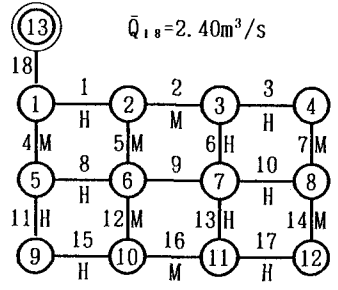


図-1 計算対象管網

におけるJ個の管路係数Sと指数aであり、2J本の式が不足する。これを補うために、真値においてのみ成立することが期待される条件を付加してみる。ここでは、節点流出水量の変動が対称分布をなす、と仮定することにする。すなわち、

$$\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^{m/2} \{ (p_{i,k} - \bar{p}_i) + (p_{i,m/2+1-k} - \bar{p}_i) \}^2 \rightarrow \text{最小} \dots\dots\dots (2)$$

とおく。ここで、kは流出水量の大きさの順番、 $\bar{p}_i$ は節点iのm個の流出水量データの平均を示す。節点方程式で表現した式(2)に式(1)を代入し、 S_i 、 a_i ($i=1, 2, \dots, J$)で微分して0とおいた連立方程式をニュートン法で線形化して解けばよい。

式(2)は①S、aの変化に応じて不連続的に変化する、②各項

表-1 直径、平均流出水量とエネルギー位

管路・節点	D(m)	$\bar{p}$ (m³/s)	$\bar{E}$ (m)
1	1.00	0.2	28.822050
2	0.70	0.2	27.770895
3	0.60	0.1	26.520426
4	0.80	0.2	25.699226
5	0.70	0.2	27.731615
6	0.45	0.4	26.549744
7	0.40	0.2	25.328829
8	0.60	0.3	24.731989
9	0.60	0.1	26.134995
10	0.60	0.2	25.249542
11	0.45	0.1	24.520081
12	0.45	0.2	23.663815
13	0.40	0.0	30.000000
14	0.35	-	-
15	0.40	-	-
16	0.40	-	-
17	0.40	-	-
18	1.20	-	-

表-2 管路係数S (指数a:未知)

管路	2桁	3桁	4桁	5桁	真値
1	1.45790	1.41803	1.36351	1.36091	1.36005
2	0.54165	0.54649	0.54629	0.53870	0.53848
3	0.35900	0.35531	0.36228	0.35489	0.35489
4	0.71748	0.71465	0.76938	0.76804	0.76880
5	0.60974	0.54407	0.53307	0.53900	0.53848
6	0.15308	0.17692	0.16635	0.16662	0.16653
7	0.12004	0.12023	0.12322	0.12105	0.12108
8	0.34187	0.32709	0.35413	0.35514	0.35489
9	0.42488	0.33833	0.35539	0.35777	0.35698
10	0.41988	0.35549	0.35365	0.35528	0.35489
11	0.18362	0.18354	0.16761	0.16559	0.16653
12	0.18821	0.16501	0.16489	0.16547	0.16576
13	0.11870	0.11755	0.12152	0.12226	0.12217
14	0.09577	0.08385	0.08496	0.08475	0.08481
15	0.12662	0.13639	0.12293	0.12148	0.12217
16	0.13011	0.12500	0.12094	0.12074	0.12108
17	0.13315	0.12571	0.12212	0.12177	0.12217

表-3 指数a (指数a:未知)

管路	2桁	3桁	4桁	5桁	真値
1	0.49617	0.51934	0.53866	0.53965	0.54000
2	0.50655	0.49108	0.49372	0.49973	0.50000
3	0.52350	0.53272	0.52847	0.53992	0.54000
4	0.53395	0.53698	0.49971	0.50050	0.50000
5	0.54201	0.49817	0.50432	0.49959	0.50000
6	0.56782	0.51465	0.54048	0.53968	0.54000
7	0.49902	0.49592	0.49157	0.50007	0.50000
8	0.55479	0.56661	0.54089	0.53969	0.54000
9	0.49168	0.51882	0.50194	0.49905	0.50000
10	0.53274	0.53518	0.54243	0.53919	0.54000
11	0.49210	0.56778	0.53769	0.54246	0.54000
12	0.49518	0.49121	0.50178	0.50036	0.50000
13	0.51930	0.56720	0.54293	0.53952	0.54000
14	0.51449	0.49867	0.50029	0.50040	0.50000
15	0.49041	0.56982	0.53703	0.54332	0.54000
16	0.51373	0.53045	0.50148	0.50164	0.50000
17	0.51703	0.53821	0.53932	0.54197	0.54000

が一つの節点のデータのみで表現される、という特徴をもつ。①の特徴は最終解がS、aの仮定値によって異なる恐れがあるので、相異なる仮定値について得られる解のうちから最小値をもたらすS、aを求めるべきこと、②は最上流節点から出発して直下流管路が1本のときは2元、2本のときは4元の連立方程式を解き、順次下流側節点へと進める逐次解法が適用できることを示す。ここでは、aの仮定値は一律に0.52とおき、Sについては流出水量の管網全体平均値を基にしてその0.2~5倍の範囲で9とおり、直下流管路の負担流量比を0.2~1.0の範囲で13とおりに変化させた

表-4 平均流出水量 $\bar{p}$ (m³/s) (指数a:未知)

節点	2桁	3桁	4桁	5桁	真値
1	0.15494	0.19612	0.19599	0.19994	0.20000
2	0.20758	0.24406	0.20103	0.20008	0.20000
3	0.11358	0.09646	0.10069	0.10013	0.10000
4	0.20579	0.20165	0.20524	0.20003	0.20000
5	0.14516	0.14983	0.20021	0.19996	0.20000
6	0.37143	0.39760	0.39627	0.40030	0.40000
7	0.21291	0.19498	0.20011	0.20038	0.20000
8	0.33784	0.30121	0.30070	0.30042	0.30000
9	0.11185	0.11213	0.10041	0.09971	0.10000
10	0.22286	0.20909	0.20001	0.19935	0.20000
11	0.09418	0.09457	0.09924	0.10015	0.10000
12	0.22188	0.20230	0.20012	0.19956	0.20000

ときの流量から計算される合計9×13とおりのSを仮定値とし、逐次解法で解いた。

3. 計算例

計算対象管網を図-1、直径を表-2に示す。管路長はすべて500mとした。図中の管路Hの流量と損失水頭の関係はヘーゼン・ウィリアム式、管路Mについてはマニング式で表現されたとし、流速係数は $C_H=140$ 、粗度係数は $n_M=0.01$ とした。流出水量の変動は表-1の平均値のまわりに節点5、7、11では-20、0、20%、他の節点では-30、0、30%の3とおりの変動をずらし、 $L_{27}(3^{13})$ 型直交表の一部を置換して流出水量間に相関が生じる形で割りつけた。

27組の流出水量の変動データに対して管網解析を行い、得られたエネルギー位データで式(2)を計算した。エネルギー位の一例として、平均流出水量時の場合を表-1に示す。このときの各管路の損失水頭はおおよそ1mである。実際の測定データの精度を考慮し、かつ、流出水量変動に伴う損失水頭の差を対象とするこの種の問題ではエネルギー位の有効数字が結果に大きく影響することから、使用するエネルギー位の桁数を小数位第n+1位で4捨5入し、n=2~5桁の場合について推定を試みた。

計算結果を表-2~4に示す。これにより、①有効数字の桁数を十分にとればS、aしたがって流出水量の平均値 $\bar{p}$ が真値と一致すること、②桁数が少ないほど真値とのずれが大きくなり、特にaとSにおいて著しいこと、また③逐次解法を採用しても、下流側の推定結果が上流側と比較して同程度以上であるこ

表-5 管路係数S (指数a:既知)

管路	2桁	3桁	4桁	5桁	真値
1	1.34489	1.35780	1.36027	1.36006	1.36005
2	0.53765	0.52749	0.53753	0.53834	0.53848
3	0.34409	0.34605	0.35427	0.35480	0.35489
4	0.79981	0.76828	0.76893	0.76878	0.76880
5	0.53860	0.55221	0.53980	0.53868	0.53848
6	0.15819	0.16398	0.16617	0.16648	0.16653
7	0.11911	0.11772	0.12070	0.12106	0.12108
8	0.36748	0.35349	0.35475	0.35495	0.35489
9	0.37287	0.35805	0.35705	0.35701	0.35698
10	0.37944	0.35366	0.35466	0.35500	0.35489
11	0.17219	0.16805	0.16668	0.16653	0.16653
12	0.16599	0.16693	0.16567	0.16579	0.16576
13	0.10926	0.12183	0.12211	0.12215	0.12217
14	0.08958	0.08338	0.08485	0.08480	0.08481
15	0.12244	0.12292	0.12228	0.12217	0.12217
16	0.10905	0.12203	0.12104	0.12109	0.12108
17	0.11282	0.12317	0.12208	0.12216	0.12217

表-7 管路係数S (指数a=0.52)

管路	2桁	3桁	4桁	5桁	真値
1	1.39824	1.41072	1.41283	1.41001	1.36005
2	0.45433	0.49421	0.49825	0.49754	0.53848
3	0.32653	0.34768	0.35975	0.35911	0.35489
4	0.76433	0.73924	0.73918	0.74119	0.76880
5	0.57941	0.53544	0.53205	0.53083	0.53848
6	0.14486	0.16938	0.16409	0.16382	0.16653
7	0.10305	0.11072	0.11429	0.11411	0.12108
8	0.37591	0.37969	0.37740	0.37838	0.35489
9	0.37925	0.35356	0.35077	0.35110	0.35698
10	0.38354	0.37053	0.36658	0.36667	0.35489
11	0.18105	0.16857	0.16833	0.16886	0.16653
12	0.16043	0.16315	0.16330	0.16250	0.16576
13	0.10523	0.12675	0.12500	0.12501	0.12217
14	0.08503	0.07868	0.08031	0.08028	0.08481
15	0.12698	0.12198	0.12198	0.12237	0.12217
16	0.11605	0.11631	0.11984	0.11609	0.12108
17	0.11853	0.12616	0.12693	0.12487	0.12217

表-6 平均流出水量 $\bar{p}$ (m^3/s) (指数a:既知)

節点	2桁	3桁	4桁	5桁	真値
1	0.18392	0.20291	0.19962	0.20001	0.20000
2	0.18493	0.19464	0.19984	0.19993	0.20000
3	0.11787	0.09852	0.09990	0.09998	0.10000
4	0.19231	0.19536	0.19981	0.19994	0.20000
5	0.21107	0.19909	0.20012	0.19993	0.20000
6	0.39568	0.41112	0.40132	0.40022	0.40000
7	0.20152	0.19964	0.19992	0.19992	0.20000
8	0.31178	0.29720	0.29942	0.30007	0.30000
9	0.10699	0.10126	0.10008	0.09999	0.10000
10	0.21084	0.20122	0.20004	0.20003	0.20000
11	0.08681	0.09958	0.10000	0.10000	0.10000
12	0.19629	0.19947	0.19995	0.19998	0.20000

表-8 平均流出水量 $\bar{p}$ (m^3/s) (指数a=0.52)

節点	2桁	3桁	4桁	5桁	真値
1	0.16626	0.17905	0.17689	0.17772	0.20000
2	0.28122	0.29810	0.29965	0.29887	0.20000
3	0.05700	0.05599	0.05539	0.05547	0.10000
4	0.19340	0.20488	0.21226	0.21186	0.20000
5	0.15852	0.14438	0.14707	0.14742	0.20000
6	0.44770	0.42883	0.42550	0.42576	0.40000
7	0.19246	0.18132	0.17698	0.17698	0.20000
8	0.30638	0.31041	0.30926	0.30918	0.30000
9	0.11169	0.10051	0.10019	0.10051	0.10000
10	0.20456	0.20271	0.19989	0.20252	0.20000
11	0.08349	0.09598	0.09671	0.09544	0.10000
12	0.19732	0.19783	0.20021	0.19827	0.20000

とがわかる。表-5, 6はaの値を既知として計算した場合である。当然ながら、エネルギー位データしたがって損失水頭に及ぼすaの効果が消え、真値との一致度が高まっている。表-7, 8はaの値を一律に0.52とおいた場合の結果である。この場合はエネルギー位の有効数字の多少がもたらす効果よりもaの値が真値と異なることの効果が現れている。流出水量の推定誤差は節点2, 3において最大で50%程度である。

4. おわりに

流出水量の変動が対称分布をなすという仮定を用いるならば、配水管網の状態量すなわち管路係数、損失水頭の指数並びに流出水量が推定できることを示した。このことにより、流出水量の変動に伴う水圧データの収集と照査指標の導入が状態推定のための有力な手段になりうると考えられる。また、計算例によって、水圧データの精度と損失水頭の指数が推定結果に大きい影響を与えることから、水圧データは少なくとも小数位2桁必要なこと、損失水頭の指数として平均的数値を採用するときは流出水量において50%程度の推定誤差が生じる恐れがあることを示した。なお、ここで用いた対称分布の仮定は実際の場合では成り立たないであろう。より確実な照査指標を他に求めねばならない。