

## (9) 境界適合曲線座標系を用いた 大気境界層の数値モデルの精度検討

### Precision of Numerical Atmospheric Boundary Layer Model using Boundary-Fitted Curvilinear Coordinate

呉 銀珠\*・山口 克人\*・近藤 明\*

Eunjoo OH, Katsuhito YAMAGUCHI, Akira KONDO

**ABSTRACT** ; The numerical model for 3 dimensional atmospheric boundary layer was developed using hydrostatic, momentum and heat transport equations with boundary-fitted curvilinear coordinate along the shore line. The model was applied to Osaka Bay area for prediction of the sea and land breezes. The horizontal domain covers 100km × 100km, and vertical height is 2600m. The simulations were carried out using the three different mesh grids. One was the mesh grid fitted to shore line (BFC) and others were the coarse (same mesh as BFC) and the fine mesh grid with the Cartesian coordinate (CMG; FMG). Both BFC and FMG results agreed reasonably but CMG results were some different. The results showed that boundary-fitted method could correctly predict in spite of the relatively coarse mesh grid and consume only one-fourth the computer time needed for FMG

**KEY WORDS** ; boundary-fitted curvilinear coordinate(BFC), atmospheric boundary layer model, hydrostatic momentum and heat transport equations, coarse mesh grid(CMG), fine mesh grid(FMG)

## 1. はじめに

メソスケールの気象現象は地表面温度差や地形の違いによって起因される。そのため、大気境界層の数値モデルでは、鉛直方向の座標系については地形に沿った $z^*$ 座標系を用い、鉛直方向の格子については地表付近で細かく計算領域上端では粗くなる不均等格子がよく用いられている。一方、水平方向については、均等格子を用いた直交座標系が多くモデルで用いられているが、実際の地形を用いて海陸風の計算を行う場合、コンピュータ容量の制約により格子解像度に限界があるため、一般に格子網と海岸線は一致せず、海面と陸地を含む格子の地表面温度や粗度を評価するのが非常に困難である。

Kimura<sup>1)</sup>は格子内を複数の土地利用に分類し、各々の土地利用に対して熱収支式をたて、面積加重平均より格子の地表面温度を決定しているが、この方法を海岸線を含む格子に適用した場合、海岸線の形状を明確に表現することができない。国井と北田<sup>2)3)</sup>は都市空間など小規模で複雑な境界形状をもつ領域内のシミュレーションを目的に非静力学平衡の運動方程式-熱輸送方程式系を境界形状に適合した座標変換のもとで解く数値モデルを開発し、数値解法についての検討と台地から斜面を通り平地へと流下する冷気重力流の数値解析を行っているが、そのモデルは2次元である。Berri et al.<sup>4)</sup>は水平方向の座標系を海岸線に沿った曲線座標系に変換した海陸風モデルをRio de La Plataに用いて、曲線座標系の有効性を検証しているが、Cartesian座標系と曲線座標系の詳細な比較検討は行っていない。

本研究では、境界適合曲線座標 (BFC) に基づいた、静力学平衡式による3次元の大気境界層モデルを開発し、BFCによる計算、BFCと同じ格子数 (CMG) および4倍の格子数 (FMG) を持つCartesian座標系による計算を行い、BFCの精度検討を行った。

\* 大阪大学工学部環境工学科 (Department of Environmental Engineering, Osaka University)

## 2. 解析モデル

### 2. 1 物理空間上の基礎方程式系

本モデルで用いた基礎方程式は、運動量、質量、熱エネルギーなどの保存則に基づいた運動方程式、温位方程式、連続の式、静力学平衡式である。以下に3次元メソスケールのCartesian座標系の基礎方程式を示す。

#### a. 運動方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} = & -u \frac{\partial u}{\partial x} - v \frac{\partial u}{\partial y} - w \frac{\partial u}{\partial z} + f v - c_p \theta \frac{\partial \Pi}{\partial x} \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left( K_H^{(m)} \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_H^{(m)} \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_V^{(m)} \frac{\partial u}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} = & -u \frac{\partial v}{\partial x} - v \frac{\partial v}{\partial y} - w \frac{\partial v}{\partial z} - f u - c_p \theta \frac{\partial \Pi}{\partial y} \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left( K_H^{(m)} \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_H^{(m)} \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_V^{(m)} \frac{\partial v}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

#### b. 温位方程式

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -u \frac{\partial \theta}{\partial x} - v \frac{\partial \theta}{\partial y} - w \frac{\partial \theta}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left( K_H^{(\theta)} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_H^{(\theta)} \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_V^{(\theta)} \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \quad (3)$$

#### c. 連続方程式

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

#### d. 静力学平衡式

$$\frac{\partial \Pi}{\partial z} = -\frac{g}{c_p \theta} \quad (5)$$

ここで、 $u$ 、 $v$ 、 $w$  は、 $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向の風速、 $\theta$  は温位、 $f$  はコリオリパラメータ ( $=2\Omega \sin \phi$ )、 $\Omega$  は地球の回転角速度、 $\phi$  は緯度、 $g$  は重力加速度、 $K_H^{(m)}$ 、 $K_V^{(m)}$ 、 $K_H^{(\theta)}$ 、 $K_V^{(\theta)}$  は運動量、熱に関する水平、鉛直方向の拡散係数、 $\Pi = (P/P_0)^{R/c_p}$ 、 $c_p$  は空気の定圧比熱、 $P$  は圧力、 $P_0$  は基準圧力 ( $=1000\text{hPa}$ )、 $R$  は空気のガス定数である。

### 2. 2 座標変換

BFCは、一般座標系の物理空間を直交直線座標系の計算空間に写像し、計算空間上で基礎方程式を解く方法である。Thompson et al.<sup>5)</sup> はその方法について詳細な説明を行っている。本モデルでは海岸線および地形標高にBFC<sup>6)</sup>を適用した。この座標変換において、物理空間での関数  $f$  の偏微分は次式のように一般座標系 ( $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$ ) での偏微分に書き直すことができる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial x} &= \xi_x \frac{\partial f}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial f}{\partial \eta} + \zeta_x \frac{\partial f}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial f}{\partial y} &= \xi_y \frac{\partial f}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial f}{\partial \eta} + \zeta_y \frac{\partial f}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial f}{\partial z} &= \xi_z \frac{\partial f}{\partial \xi} + \eta_z \frac{\partial f}{\partial \eta} + \zeta_z \frac{\partial f}{\partial \zeta} \end{aligned} \quad (6)$$

式 (6) の  $\xi_x$  等は座標変換のメトリックで、式 (7) の関係式が成立する。

$$\begin{aligned} \xi_x &= \frac{y_\eta z_\zeta - z_\eta y_\zeta}{J}, \quad \xi_y = \frac{z_\eta x_\zeta - x_\eta z_\zeta}{J}, \quad \xi_z = \frac{x_\eta y_\zeta - y_\eta x_\zeta}{J} \\ \eta_x &= \frac{y_\zeta z_\xi - z_\zeta y_\xi}{J}, \quad \eta_y = \frac{z_\zeta x_\xi - x_\zeta z_\xi}{J}, \quad \eta_z = \frac{x_\zeta y_\xi - y_\zeta x_\xi}{J} \\ \zeta_x &= \frac{y_\xi z_\eta - z_\xi y_\eta}{J}, \quad \zeta_y = \frac{z_\xi x_\eta - x_\xi z_\eta}{J}, \quad \zeta_z = \frac{x_\xi y_\eta - y_\xi x_\eta}{J} \end{aligned} \quad (7)$$

ここで、 $J$  は座標変換のヤコビアンであり、次のように表される。

$$J = x_\xi(y_\eta z_\zeta - z_\eta y_\zeta) + x_\eta(y_\zeta z_\xi - z_\zeta y_\xi) + x_\zeta(y_\xi z_\eta - z_\xi y_\eta) \quad (8)$$

本研究では、地形（標高）を考慮する場合に一般に用いられる  $z^*$  座標系と同じように、 $z$  軸を鉛直上方にとる。この場合は  $x_\xi = y_\xi = 0$  となり、式（7）は以下ようになる。

$$\begin{aligned}\xi_x &= \frac{y_\eta z_\xi}{J}, & \xi_y &= \frac{-x_\eta z_\xi}{J}, & \xi_z &= 0 \\ \eta_x &= \frac{-z_\xi y_\xi}{J}, & \eta_y &= \frac{z_\xi x_\xi}{J}, & \eta_z &= 0 \\ \zeta_x &= \frac{y_\xi z_\eta - z_\xi y_\eta}{J}, & \zeta_y &= \frac{z_\xi x_\eta - x_\xi z_\eta}{J}, & \zeta_z &= \frac{x_\xi y_\eta - y_\xi x_\eta}{J}\end{aligned}\quad (9)$$

ここで、ヤコビアンは式（10）で表される。

$$J = x_\xi y_\eta z_\zeta - x_\eta y_\xi z_\zeta \quad (10)$$

式（9）の関係をを用いると、式（1）から式（5）の基礎方程式は、以下のように変換される。

a. 運動方程式

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} &= -U \frac{\partial u}{\partial \xi} - V \frac{\partial u}{\partial \eta} - W \frac{\partial u}{\partial \zeta} + f v + g \frac{\zeta_x}{\zeta_z} - c_p \theta \xi_x \frac{\partial \Pi}{\partial \xi} - c_p \theta \eta_x \frac{\partial \Pi}{\partial \eta} \\ &\quad + D(X^{(m)}(u)) + D(Y^{(m)}(u)) + D(Z^{(m)}(u))\end{aligned}\quad (11)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial v}{\partial t} &= -U \frac{\partial v}{\partial \xi} - V \frac{\partial v}{\partial \eta} - W \frac{\partial v}{\partial \zeta} - f u + g \frac{\zeta_y}{\zeta_z} - c_p \theta \xi_y \frac{\partial \Pi}{\partial \xi} - c_p \theta \eta_y \frac{\partial \Pi}{\partial \eta} \\ &\quad + D(X^{(m)}(v)) + D(Y^{(m)}(v)) + D(Z^{(m)}(v))\end{aligned}\quad (12)$$

b. 温位方程式

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -U \frac{\partial \theta}{\partial \xi} - V \frac{\partial \theta}{\partial \eta} - W \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} + D(X^{(\theta)}(\theta)) + D(Y^{(\theta)}(\theta)) + D(Z^{(\theta)}(\theta)) \quad (13)$$

c. 連続方程式

$$\xi_x \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial u}{\partial \eta} + \zeta_x \frac{\partial u}{\partial \zeta} + \xi_y \frac{\partial v}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial v}{\partial \eta} + \zeta_y \frac{\partial v}{\partial \zeta} + \zeta_z \frac{\partial w}{\partial \zeta} = 0 \quad (14)$$

d. 静力学方程式

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \zeta} = -\frac{1}{\zeta_z} \left( \frac{g}{c_p \theta} \right) \quad (15)$$

$$\text{ここで、} \quad U = u \xi_x + v \xi_y, \quad V = u \eta_x + v \eta_y, \quad W = u \zeta_x + v \zeta_y + w \zeta_z \quad (16)$$

$$\begin{aligned}D(X^{(\alpha)}(\phi)) &= \xi_x \frac{\partial X^{(\alpha)}(\phi)}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial X^{(\alpha)}(\phi)}{\partial \eta} + \zeta_x \frac{\partial X^{(\alpha)}(\phi)}{\partial \zeta} \\ X^{(\alpha)}(\phi) &= K_H^{(\alpha)} \left( \xi_x \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial \phi}{\partial \eta} + \zeta_x \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} \right) \\ D(Y^{(\alpha)}(\phi)) &= \xi_y \frac{\partial Y^{(\alpha)}(\phi)}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial Y^{(\alpha)}(\phi)}{\partial \eta} + \zeta_y \frac{\partial Y^{(\alpha)}(\phi)}{\partial \zeta} \\ Y^{(\alpha)}(\phi) &= K_H^{(\alpha)} \left( \xi_y \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial \phi}{\partial \eta} + \zeta_y \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} \right) \\ D(Z^{(\alpha)}(\phi)) &= \zeta_z \frac{\partial Z^{(\alpha)}(\phi)}{\partial \zeta} \\ Z^{(\alpha)}(\phi) &= K_V^{(\alpha)} \left( \zeta_z \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} \right) \quad (\phi = u, v, \theta, \quad \alpha = m, \theta)\end{aligned}\quad (17)$$

式（11）から式（15）で、 $x_\eta = y_\xi = z_\xi = z_\eta = 0$  とすると Cartesian 座標系による基礎式に一致する。

### 3. 計算条件

計算領域は、図1に示す大阪湾を含む水平距離100km×100kmを対象とし、計算格子が海岸線と一致するように11×11の格子網を作成した。計算領域高さは2600mで、各々の格子での高さが、0m, 20m, 80m, 160m, 260m, 400m, 700m, 1100m, 1700m, 2600m、となる10の不均等格子を用いた。

大気境界層流れの海岸線による影響を調べるために、モデルでは乱流拡散係数を一定 ( $K_H^{(m)}=K_H^{(\theta)}=10000\text{m}^2/\text{s}$ ,  $K_V^{(m)}=K_V^{(\theta)}=10\text{m}^2/\text{s}$ )、海面温度も一定 ( $T_{\text{sea}}=298\text{K}$ ) とし、陸地の温度の日変化は次式に表されるサイン関数で与えた。

$$T = T_{\text{sea}} + A \sin[2\pi \times (t - 8.0) / 24.0] \quad (18)$$

ここで、 $T$ は陸地の温度、 $A$ は温度振幅(=7.0K)、 $t$ は計算開始時刻(午前8時)を起点とした時間を示す。

また陸地の標高は全て0と仮定した。

上面での境界条件は地表面加熱によって起こる日変化は上面に及ばないと仮定して全変数を不変とした。側面の境界条件は流入時と流出時の二つに分けて設定した。流入時の境界条件は、全ての変数に対して勾配=0とした。流出時は水平風速の法線成分に対してはRadiation Conditionを用い、その他の変数に対しては勾配=0とした。また図1と同じ領域を対象に、Cartesian座標系でBFCと同じ格子数11×11(CMG)、および格子幅を1/2にした格子数21×21(FMG)の一定な計算格子を用いて同様な条件で計算を行った。

初期条件は風速の場合、全領域で0とし、温度の場合は次のように仮定した。

$$T = T_{\text{sea}} + \Gamma \cdot z \quad (19)$$

ここで、 $\Gamma$ は温度の鉛直方向の勾配で、0.003K/mとした。

### 4. 計算結果

計算は2日分を行い、後半の1日を計算結果として用いる。

図2、3、4に2日目の13LST (a) と01LST (b) のBFC、FMG、CMGの計算結果の風系を示す。比較がしやすいように、BFC、FMG、CMGのベクトル数は一致させて表示した。13LST (図2、3、4の(a))の結果を見ると、BFCとFMGは神戸付近で海岸線に直交する南向きの海風が吹いており良く一致しているが、CMGの風向は南南西となっている。また、01LST (図2、3、4の(b))の結果を見ると、神戸と淡路島の北東付近で、BFCとFMGの風向が一致し海岸線に直交する方向に陸風が吹いてい

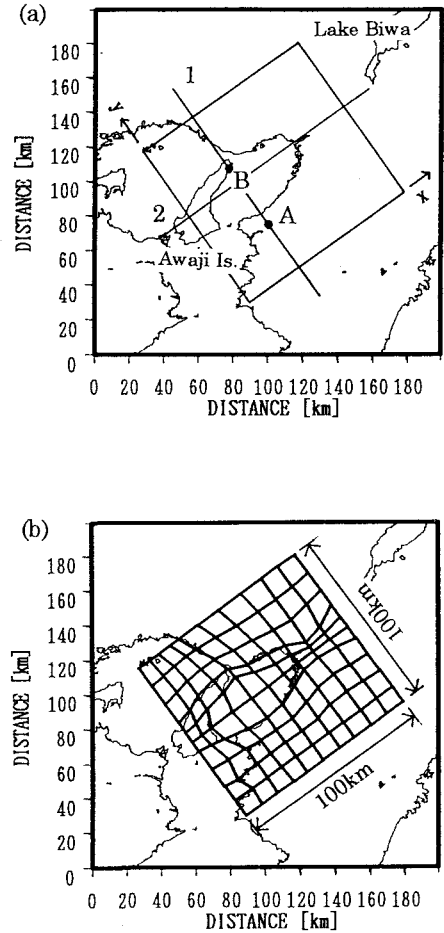


Fig. 1 Domain of the model simulations(a) and grid spacing defined by BFC(b)

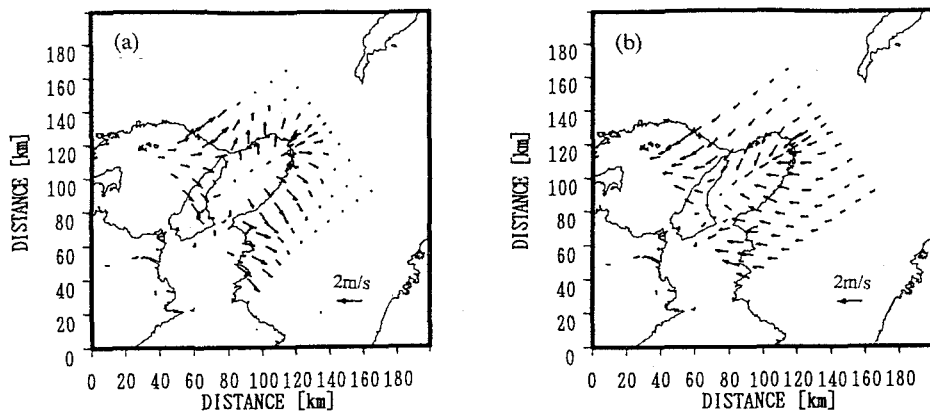


Fig.2 Wind field predicted by model of BFC at 50m, (a) at 13LST, (b) at 01LST.

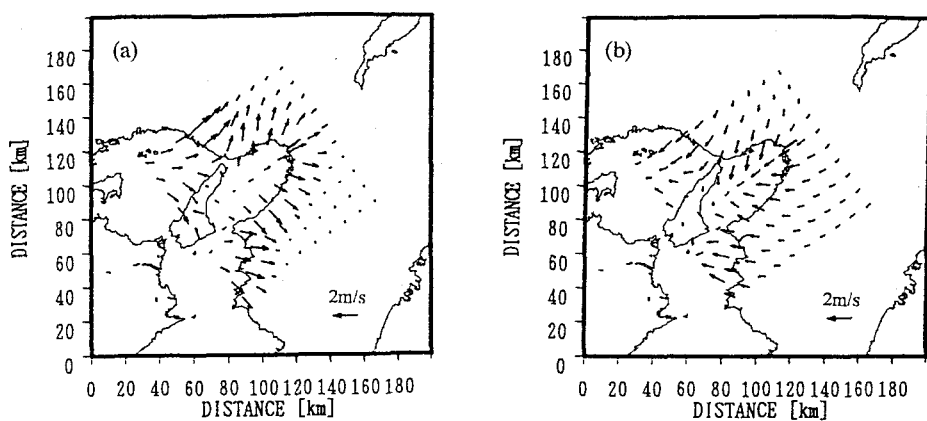


Fig.3 Same as Fig.2 but corresponding to the FMG.

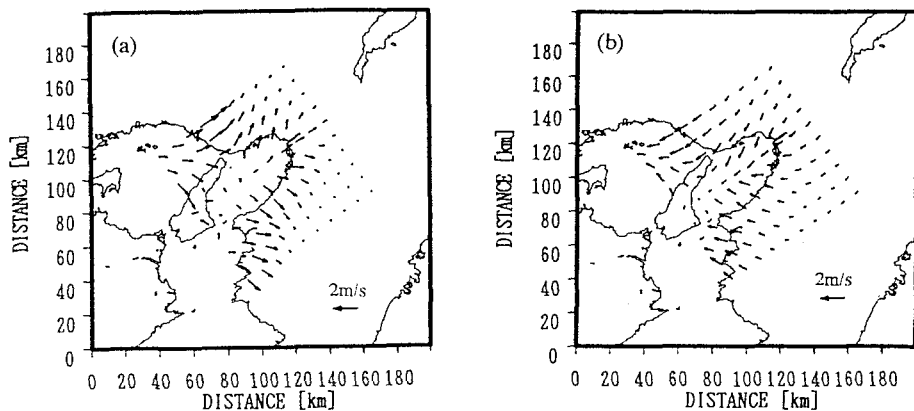
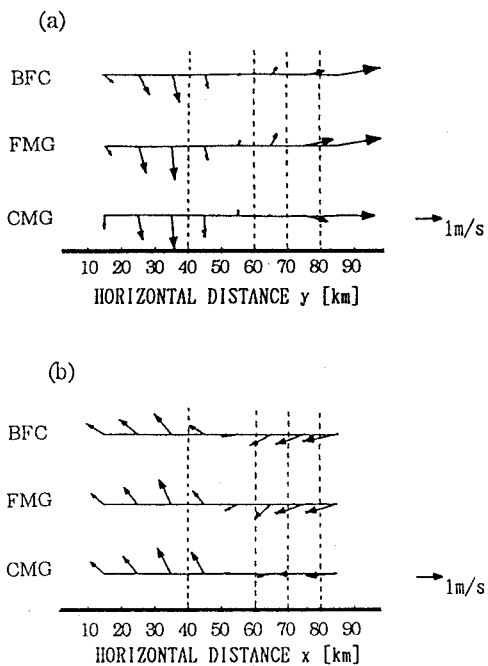
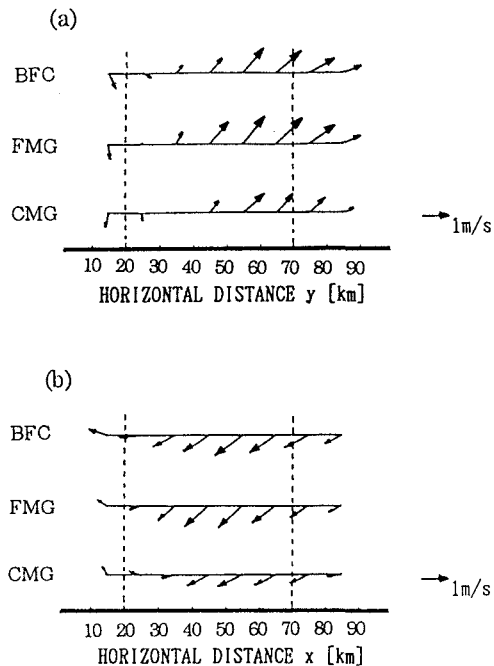


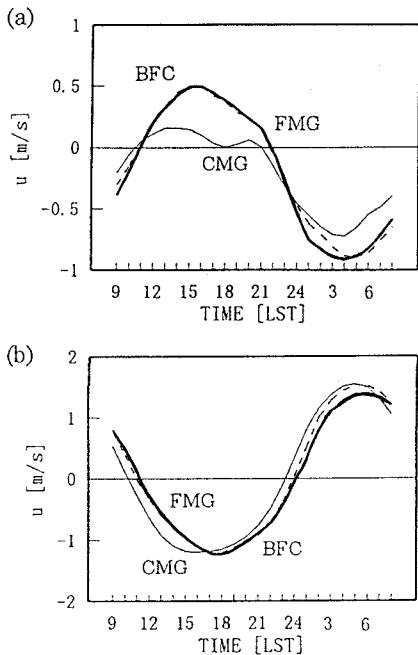
Fig.4 Same as Fig.3 but corresponding to the CMG.



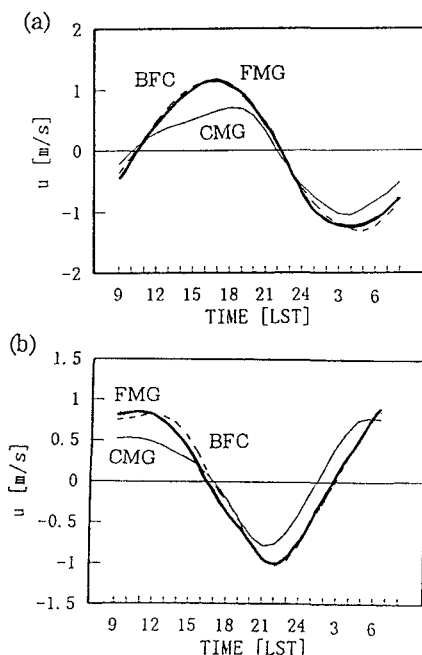
**Fig.5** Comparison of wind velocity with BFC, FMG and CMG in line 1 of Fig.1(a) (a) at 13LST, (b) at 01LST.



**Fig.6** Same as Fig.5 but corresponding to the line 2.



**Fig.7** Comparison of wind velocity with BFC(---), FMG(—) and CMG(—) in point A, (a) velocity of  $u$ , (b) velocity of  $v$ .



**Fig.8** Same as Fig.7 but corresponding to point B

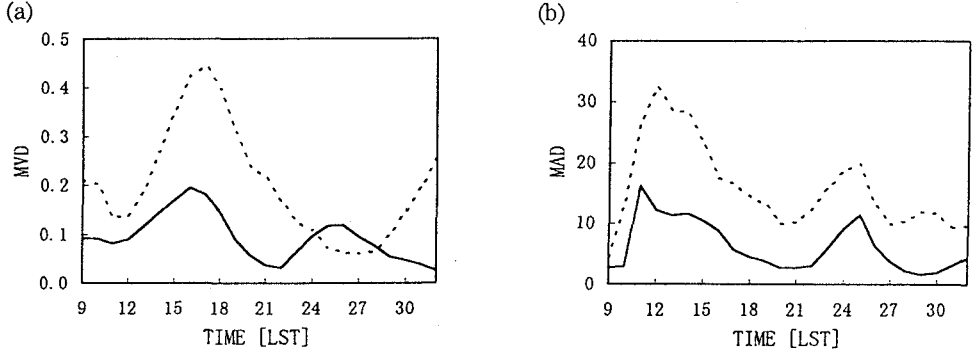


Fig.9 Difference of wind velocity (a) and direction (b) between FMG and BFC(—), FMG and CMG(-----).

るが、CMGは若干異なっている。

もっと詳細な比較を行うために、図1(a)のLINE1とLINE2上の風速をそれぞれ図5と図6に示す。その際、LINE上の風速は、距離の二乗の重み平均を用いて求めた。図5、6(a)は13LST、(b)は01LSTの結果である。図中の点線は海岸線を表している。図5を見ると60km海岸線近傍で、CMGの結果がBFCとFMGの結果と異なっていることがわかる。同様に図6を見ると、30km海岸線近傍でCMGの結果がBFCとFMGの結果と異なっていることがわかる。さらに、大阪都心部(60から80km)でCMGの風速がBFCとFMGに比べて弱くなっている様子がわかる。

次に、図1に示した地点A、BでのBFC、FMGおよびCMGの風速 $u$ 、 $v$ の時系列変化を図7と図8に示す。ここで、風速 $u$ はLINE1に直交な速度成分、風速 $v$ はLINE1に平行な速度成分である。図7を見ると、BFCとFMGは、時間的にはほぼ同様な風速変化を示しているが、CMGの速度 $u$ は、BFCとFMGと比較すると弱く、速度 $v$ は位相がずれていることがわかる。図8もBFCとFMGは、時間的にはほぼ同様な風速変化を示している。CMGの結果は、図7で見られたような位相のずれは生じていないが、速度 $u$ 、 $v$ ともにBFCとFMGと比較すると弱くなっている。このように時間的な変化をみても、BFCはFMGとほぼ同様な大気境界層流れを再現していることがわかる。

次に計算領域全体で、BFCの精度を検討するために、FMGの計算結果を基準として時間毎にMVD(mean velocity difference)とMAD(mean angle difference)を求めた。各々は次式のように定義する。

$$MVD = \frac{\sum_{i=1}^{IM} \sum_{j=1}^{JM} \left( |\vec{V}_{FMG}| - |\vec{V}_{\phi}| \right)_{i,j}}{IM \times JM} \quad (\phi = BFC, CMG) \quad (20)$$

$$MAD = \frac{\sum_{i=1}^{IM} \sum_{j=1}^{JM} \left[ \cos^{-1} \left( \frac{u_{FMG} \cdot u_{\phi} + v_{FMG} \cdot v_{\phi} + w_{FMG} \cdot w_{\phi}}{|\vec{V}_{FMG}| \cdot |\vec{V}_{\phi}|} \right) \right]_{i,j}}{IM \times JM} \quad (\phi = BFC, CMG) \quad (21)$$

ここで、 $i, j$ は $x$ 方向と $y$ 方向の格子番号、 $IM, JM$ は $x$ 方向と $y$ 方向の格子数、 $|\vec{V}|$ は絶対速度、 $u, v, w$ は $x$ 方向、 $y$ 方向、 $z$ 方向の速度成分である。

MVDは、FMGとBFCおよびFMGとCMGの平均速度差を表し、同様に、MADは、FMGとBFCおよびFMGとCMGの平均角度差を表している。このMVDおよびMADの結果を図9(a)と(b)に示す。

MVDの結果を見ると、FMGとBFCの速度差は、どの時間帯でも0.1m/s前後を示しているが、FMGとCMGの速度差は、日中の海風時に0.4m/s強の違いを生じており、夜中の2時間ぐらいを除けばFMGとBFCの速度差よりも大きな値を示している。MADの結果を見ると、FMGとBFCの角度差は、FMGとCMGの角度差よりどの時間帯でも小さな値を示している。FMGとCMGの角度差は、海風と陸風の吹き始めに大きな値を取っており、CMGが海岸線を的確に表現できていないことに起因していると考えられる。

以上から、BFCは格子数がFMGの1/4にも関わらず、FMGとほぼ同様の大気境界層流れを再現しており、海陸風のように海と陸の温度差によって起因する局地循環風に対しては海岸線に沿った境界適合曲線座標を用いることは非常に有用であることが示された。

## 5. 結論

本研究では、海岸線などの複雑な形状を的確に表現するために、境界適合曲線座標系を用いた静力学平衡式による3次元メソスケールの数値モデルを開発し、その精度を検討した。大阪湾を対象に本モデル(BFC)を適用し、その精度を比較するために、Cartesian座標系でBFCと同じ格子数(CMG)および4倍の格子数(FMG)を用いた計算を行った。3つの計算の風速の空間比較、ある地点の風速の時系列比較を行った結果、BFCとFMGは良く一致したが、CMGは他の2つに比べると海岸線付近で異なる結果となった。

さらに、計算領域全体で時間毎のFMGとBFCおよびFMGとCMGの平均風速差と平均角度差を求めた結果、ほぼ全ての時間帯でFMGとBFCの差がFMGとCMGの差より小さいことが示された。以上より、海と陸の温度差によって起こる局地循環風のシミュレーションを少ない格子網で行うにはBFCが有効な手法であることが確かめられた。

本研究では、海岸線の影響を調べるために簡略化したモデルを用いたが、今後は乱流モデルや地表熱収支を取り込んで、境界適合曲線座標の精度を検討する必要がある。

## 参考文献

- 1) Kimura, F. : Heat Flux on Mixtures of Different Land-use Surface Test of a New Parameterization Scheme, *J. Meteor. Soc. Japan*, Vol. 67, pp. 401-409, 1989.
- 2) 国井克彦・北田敏廣 : 境界適合曲線座標系と非静力学平衡式による環境大気流れの数値予測モデル－急斜面冷気流を例とする数値モデルの検討－, *大気汚染学会誌*, Vol. 27, No. 4, pp.198-211, 1992.
- 3) 国井克彦・北田敏廣 : 台地から斜面、平地へと流下する冷気重力流の数値解析－台地高さおよび斜面角と重力流の動特性－, *大気汚染学会誌*, Vol. 28, No. 4, pp. 231-243, 1993.
- 4) Berri, G. J. and M. N. Nunez : Transformed Shoreline-following Horizontal Coordinates in a Mesoscale Model: A Sea-Land-Breeze Case Study, *J. Appl. Meteor.*, Vol. 32, pp. 918-928, 1992.
- 5) Thompson, J. F., S. V. A. Warsi, and C. W. Martin : Numerical Grid Generation, North-Holland, 483pp, 1985.
- 6) 富士総合研究所編 : 汎用流体解析システム－FUJI-RIC/ $\alpha$ -FLOW－, 丸善, 446pp, 1993.