

## (26) 粘着性底泥の限界掃流力

### CRITICAL TRACTIVE FORCE ON COHESIVE MUD LAYER

瀧 和夫  
Kazuo TAKI\*

**ABSTRACT;** No prediction of the rate of resuspended load on mud has ever sufficiently focused on the characteristics that sediment material is small and cohesive. This paper will attempt to introduce this non-included factor in the prediction of critical tractive force of mud. The critical tractive force which may be termed as the so-called "theory of electrochemical anchoring force", is calculated from the condition under which cohesive force obtained from the sum of the van der Waals' attraction between two mud particles, and the force caused by the surface charge of particles. In a region less than tens  $\mu\text{m}$  of particle diameter, or larger than 2 of relative water content ( $W/W_L$ ,  $W_L$  means the liquid limit of water content), the critical tractive force decreases almost exponentially in the value of noncohesive critical shear stress as the water content increases.

**KEYWORDS;** Critical shear stress, Viscous mud layer, Electrochemical anchoring force, Tens micron size particles.

#### 1. まえがき

河床、湖沼等の水底面を構成する堆積土砂の材料は数mにもおよぶ巨石から  $1\mu\text{m}$ 以下の粘土粒子まで、きわめて広範で、大小様々な粒子から構成されている。 $10\mu\text{m}$ 程度以下の底泥粒子が堆積している水底では、底泥層表面に筋状の縦縞あるいは波状模様（うろこ状波形）を持つ掃流砂的現象や内部波を持つ密度流的現象等、種々の状態を示すのが知られており、堆積底泥の巻き上がりは砂れきなどとは異なった力学機構を持っていると考えられている。底面せん断応力と粒子の粘着力との力関係や粒子の堆積状態、特に、堆積底泥層表面の粒子に働く限界せん断応力がこれらの現象に大きく関与しているものと考えられる。しかし、底泥粒子の粘着性を導入した限界せん断応力の力学的機構の解明には底泥の含水比を代表パラメータとしての研究がなされているのみで、底泥粒子の電気化学的性質あるいは底泥のレオロジー的性質にまで立ち入っての研究は未だ十分には行われていないよう思われる。

本研究では、中・高含水比泥における粒子粘着力に関するモデルを示し、底泥層および粒子の巻き上がり過程における限界せん断応力についての理論的検討を試みた。

#### 2. 底泥粒子の粘着力

シルト質および粘土質泥から構成されている底泥では、その粒子表面は負の電荷を帯び、粒径の減少とともに電荷量の増大することが知られている。そして、 $2\sim 3\mu\text{m}$ 以下になると、それまでの重力の影響は無視されるようになる<sup>1)</sup>。

いま、底泥の堆積状況として、堆積粒子が細かくなると周囲の粒子との間で、間隙水中のイオンや有機物

\* 千葉工業大学工学部土木工学科 Department of Civil Engineering, Chiba Institute of Technology.

などの鎖状高分子物質などを介する架橋作用が現れ、凝集するようになる。この状況を示したのが図1である。ここで、図中の一点鎖線は底泥粒子の接点を連らねたもので、底泥粒子が微細であることから、粒子に働く重力の影響は微小となり、間隙水中の有機物やイオンなどによる架橋作用によって、堆積粒子の接点を連らねたこの鎖線は閉じることなく、見掛け上の安定した系を構成する場合も観察されるようになる。ここで、底泥の含水比が非常に高く浮泥状となると、もはや粒子に働く重力は無視され周囲水と粒子とが一体となった流体的な挙動を示すようになる。

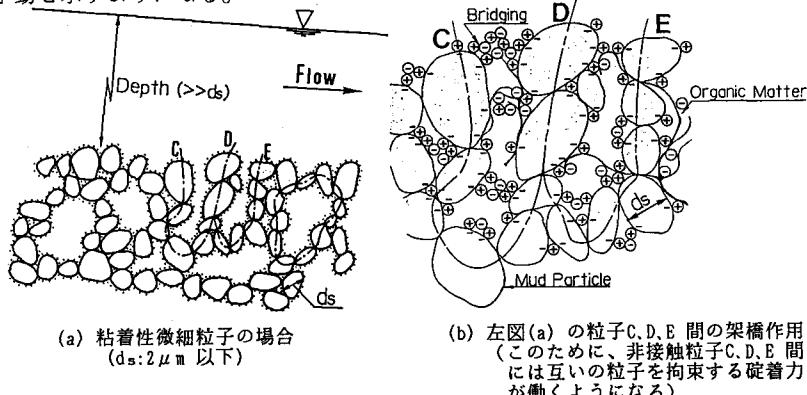


図1 底泥層における粒子の堆積モデル

底泥層上の粒子が流れによって移動するためには、その重力に起因する抵抗と、粒子下部の粘着抵抗との和を上回る底面せん断応力が作用しなければならない。いま、図2に示すような底泥層表面の一つの粒子に着目し、粒子を流れ方向に動かそうとする力と、これに抵抗しようとする力との移動限界状態を考えると次式で示される。

$$F_D + F_w \cdot \sin \theta_b = (F_w \cdot \cos \theta_b - F_L - F_B) \cdot \tan \phi + F_c \tan \phi \quad (1)$$

ここに、  
 $F_D$ : 抗力 ( $= \rho_w C_D k_1 d_s^2 u_d^2 / 2$ )     $F_L$ : 流れによる揚力 ( $= \rho_w C_L k_2 \cdot d_s^2 u_d^2 / 2$ )     $F_w$ : 重力 ( $= \rho_s g k_3 d_s^3 g$ )  
 $F_B$ : 粒子に働く浮力 ( $= \rho_w k_3 d_s^3 g \cos \theta_b$ )     $F_c$ : 粘着力 (碇着力,  $= S \sum (f_{ci} \cdot \cos \theta_i)$ )     $S$ : 粘着抵抗に寄与する粒子の粘着面積     $f_{ci}$ : 単位面積当たりの粘着力     $u_d$ : 粒子に作用する代表流速 ( $= \alpha_o u_\infty$ )     $k_1, k_2, k_3$ : 形状係数で、球形の場合は、 $k_1=k_2=\pi/4, k_3=\pi/6$      $\theta_b$ : 河床勾配     $C_D$ : 抗力係数     $C_L$ : 揚力係数     $\rho_s$ : 粒子密度  
 $\rho_w$ : 水の密度     $d_s$ : 粒子径     $\phi$ : 粒子の安息角。

粘着性粒子の移動限界に関する無次元限界せん断応力  $\tau * c$  は (1)式から次式のように表わされる。

$$\tau * c = (\cos \theta_b \tan \phi - \frac{\rho_w}{\rho_s - \rho_w} \cdot \sin \theta_b) \frac{\phi_s}{\tan \phi} + \frac{S \sum (f_{ci} \cdot \cos \theta_i)}{(\rho_s - \rho_w) g k_3 d_s^3} \phi_s \quad (2)$$

ここに、

$$\phi_s = 2k_3 \tan \phi / [C_D (k_1 + k_2 (C_L / C_D) \tan \phi) \cdot \alpha_o^2] \quad (3)$$

また、(2)式の右辺第1項は粒子の非粘着力による限界せん断応力  $\tau * c_0$  であり、右辺第2項は粘着力による限界せん断応力の増分  $\Delta \tau * c$  である。ここで、(2)式の粘着力による限界せん断応力の増分  $\Delta \tau * c$  は粒子径  $d_s$ 、粘着力  $f_c$  および粘着面積  $S$  によって変化し、 $f_c$  および  $S$  を知ることによって、その増分量を推定できると考えられる。

### 3. 粒子の電荷に基づく電気化学的碇着力

含水比の範囲が 100~1000% 程度、すなわち、間隙率の範囲としては 0.73~0.96 程度の高含水比の場合には、粒子 1 個当りの平均接触数は 0~3 で、この程度の少数の接点を通じて作用している碇着力（粘着力）は殆ど無視される程度のものと考えられる。しかし、現実には高含水比の場合にも、ある程度の大きさの碇

着力が作用していると考えることが妥当であるように、大坪その他の実験結果から<sup>2,3,4)</sup>考えられる。このことは、一つの粒子に及ぼされる碇着力は均等に分布している上下左右の隣接粒子と少数の接触点を通じて作用する引力のみではなく、図2に示されるように、この粒子と鎖状あるいは団塊状に接觸している数多くの周りの粒子からの電荷による斥力と隣接粒子間に働く引力との差から求められる引力がその粒子に対する碇着力として作用するからと考えることができる。表層の粒子は上部の水層との間で下向きの合力（碇着力）が生じるようになる。これに対して、底泥層の中間部にある粒子は周囲の粒子との釣り合い状態にあり、したがって、合力は0になる。このような機構により、電荷による斥力と粒子同士の引力との差として働く力（引力）は表面付近に存在する底泥に対してその運動を阻止しようとする碇着力として作用するが、泥層の表面を離れる程、この碇着力は急激に減少していくものと考えられる。

本研究では、このような考え方のもとに、従来の「一つの粒子に及ぼされる碇着力は底泥層内に均等に分布している上下左右の隣接粒子と少数の接触点を通じて作用する」という接触引力の理論<sup>5,6,7)</sup>を修正して、表面電荷を有する底泥粒子に作用する碇着力を表わす理論モデルを以下に考える。

いま、粒子表面に働く合成ポテンシャルエネルギー( $E_T$ )をvan der Waalsのポテンシャルエネルギー $E_A$ と電荷による反発エネルギー $E_R$ との和から、

$$E_T = \frac{8k^2T^2\varepsilon\gamma^2}{z^2(ds/2)} \cdot \exp(-\kappa x) - \frac{Ad_s}{24x} \quad (4)$$

ここに、 $k$ : Boltzmann定数 ( $=1.38 \times 10^{-23}$ , J/K)  $T$ : 絶対温度 (K)  $\varepsilon$ : 水の誘電率  $\gamma$ :  $\{\exp(z\phi_0/2kT) - 1\}/\{\exp(z\phi_0/2kT) + 1\}$   $z$ : イオンの原子価  $e$ : 電子電荷 (esu)  $\phi_0$ : 粒子表面電荷  $ds$ : 粒径  $1/\kappa$ : Debyeの長さ (cm)  $A$ : Hamaker定数 ( $\times 10^{-7}$ , J)  $x$ : 粒子表面からの距離。

ここで、底泥粒子は表面に電気二重層を形成しており、固定層厚さ（粒子表面からすべり面までの距離）は粒子表面の電荷量 $\phi$ と間隙水中のイオン濃度 ( $1/\kappa \approx (3 \times 10^{-8})/(z \cdot c^{1/2})$ , cm,  $c$ は水中のイオン濃度) によって変化する<sup>8)</sup>。この厚さが増すほど粘着力（碇着力）は大きいと考えられる。

隣接する2粒子間の碇着力は(4)式の球形粒子の合成ポテンシャルエネルギーを粒子表面からの距離で微分して求められる。したがって、 $j$ 番目の粒子に作用する碇着力 $F_c$ は、それ以外の全ての粒子 ( $i=1, 2, \dots, j-1, j+1, \dots, n$ ) から作用する電荷引力の鉛直下方の成分（表面電荷等による碇着力）の合力として、

$$F_c = \sum_{i=1}^n \frac{Ad_s}{24x_i^2} \left\{ -\kappa \frac{96k^2T^2\varepsilon\gamma^2x_i^2}{Az^2(ds/2)^2} \cdot \exp(-\kappa x_i) + 1 \right\} \cdot \cos\theta_i \quad (5)$$

と書くことができる。ここに、 $\theta_i$ : 粒子  $j$  と  $i$  番目の隣接粒子との間で作用する碇着力の作用方向と底泥堆積面の垂線との挟角  $x_i$ : 粒子  $j$  と  $i$  番目粒子とのクリアランス距離  $\gamma$  は各粒子で一定とする。

ここで、(5)式は多くの未知のパラメータを含み、また、その式型は超越関数方程式であることから解を求めることは困難である。したがって、いま、隣接する底泥粒子間の平均的クリアランス距離を $\Delta x$ として、 $k, T, A, ds, e, z, \gamma, \varepsilon \cdot \cos\theta_i$ などをひとまず、便宜的に、

$$\alpha' = \sum_{i=1}^n \frac{Ad_s}{24(x_i/\Delta x)^2} \left\{ -\kappa \frac{96k^2T^2\varepsilon\gamma^2x_i^2}{Az^2(ds/2)^2} \cdot \exp(-\kappa x_i) + 1 \right\} \cdot \cos\theta_i \quad (6)$$

とおくと、碇着力は次式のように書くことができる。

$$F_c = \alpha' (1/\Delta x^2) \quad (5')$$

$\alpha'$  の値は底泥粒子の種類や間隙水中のイオン濃度・有機物量等の多くの実験の組み合わせを必要とし、現在まだ十分な実験データを入手するまでには至っていない。したがって、この変数を底泥粒子の電気化学的

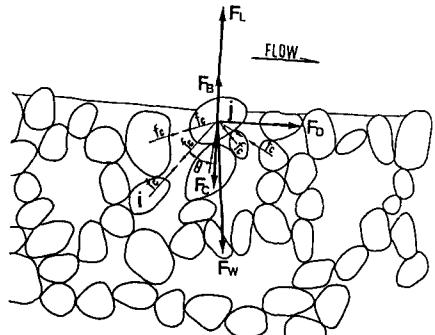


図2. 底泥粒子に作用する力

碇着力を表わす重要なパラメータとして以降進めて行くこととする。

底泥粒子は鎖状あるいは団塊状態で接触していることから、粒子が接触堆積している部分と空隙の部分とが存在し、泥層の含水比に相当する間隙水で覆われていると仮定する。このときの底泥の含水比 $W$ (= (単位容積中の水の重量) / (単位容積中の底泥粒子の乾燥重量)) は次式のように書き表わすことができる。

$$W = \frac{\rho_w(V - v_s)}{\rho_s \cdot v_s} = \frac{\rho_w \{(d_s + \alpha' \cdot \Delta x)^3 - (\pi/6)d_s^3\}}{\rho_s(\pi/6)d_s^3} \quad (7)$$

ここに、 $\alpha'$ :底泥粒子が泥層内に均等に分散していないことによる $\Delta x$ の補正係数  $\Delta x$ :底泥層の粒子の間隔(隙間の距離)  $s$ :粒子の比重  $d_s$ :粒子の粒径  $V$ :1個の底泥粒子が任意の含水比に相当する間隙水を含めた体積  $v_s$ :底泥1粒子の体積 ( $= (\pi/6)d_s^3$ )。

さらに、(7)式を(5')式に代入して、次式をえる。

$$F_c = \frac{\alpha' \cdot \alpha''^2}{d_s^2} \cdot \left[ \frac{1}{\{(\pi/6) \cdot (1 + sW)\}^{1/3} - 1} \right]^2 \quad (8)$$

以上、粘着性底泥の無次元限界せん断応力 $\tau * c$ は(8)式を(2)式へ代入して

$$\tau * c = (\cos \theta_b \tan \phi - \frac{1}{s-1} \cdot \sin \theta_b) \frac{\phi_s}{\tan \phi} + \frac{6\beta}{\rho_w(s-1)\pi g d_s^3} \cdot \left[ \frac{1}{\{(\pi/6) \cdot (1 + sW)\}^{1/3} - 1} \right]^2 \quad (9)$$

右辺第1項は粒子の非粘着力による無次元限界せん断応力を、第2項は粘着力による無次元限界せん断応力の増分を表している。なお、式中の $\beta$ は $\alpha' \cdot \alpha'' \cdot \phi_s$ である。ここで、非粘性粒子に対する無次元限界せん断応力値として、芦田ら<sup>5)</sup>の砂粒子に対する実験結果0.047を用いると、

$$\tau * c = \frac{6\beta}{\pi (\rho_s - \rho_w) g d_s^3} \cdot \left[ \frac{1}{\{(\pi/6) \cdot (1 + sW)\}^{1/3} - 1} \right]^2 + 0.047 \quad (9')$$

をえる。(9)および(9')式から粘着性底泥粒子に関する限界せん断応力は含水比の増大と共に、減少する傾向を示しているのが認められる。ここで、係数 $\beta$ は流れの持つ慣性力に関する種々の値、底泥粒子の表面電荷量に関わる力等が含まれていることから、定数とはならない。 $\beta$ を含む係数 $\beta / \{(\pi/6)(\rho_s - \rho_w)g d_s^3\}$

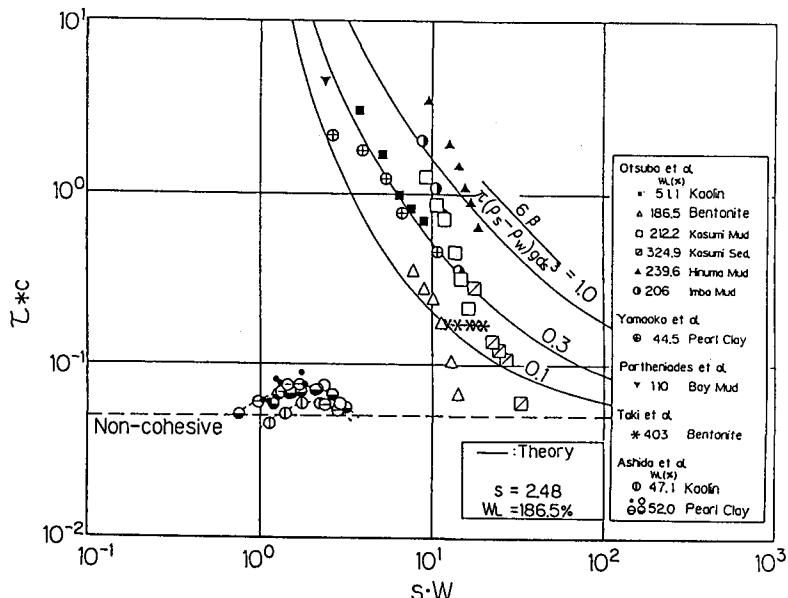


図3 粒子間距離を用いた場合の粘着性土砂に関する $\tau * c$ と $s \cdot W$ の関係

の値は実験結果から、0.1~2 の範囲に分布しており、それらの平均は、ほぼ 0.3である<sup>9)</sup>。

いま、大坪<sup>1,2)</sup>のカオリン泥（底泥粒子径及び比重は  $6.5 \mu\text{m}, 2.60$ ）、ペントナイト泥（ $14.4 \mu\text{m}, 2.48$ ）、霞ヶ浦泥（ $20.7 \mu\text{m}, 2.42$ ）、芦田ら<sup>5,6)</sup>のカオリン泥（ $285 \mu\text{m}, 2.62$ ）、パールクレイ泥（ $285 \mu\text{m}, 2.63$ ）および筆者<sup>9,10)</sup>のペントナイト泥（ $6.7 \mu\text{m}, 2.59$ ）について、各含水比に対する無次元限界せん断応力の実験結果を、また、粒子比重2.48、泥の含水比186.5%の場合の(9)式を実線で、それぞれ図3に示す。図より、山岡らのパールクレイ泥、大坪らのカオリン泥の実験結果と実線とに良い一致が認められ、無次元限界せん断応力の値は相対含水比の増加と共に、非粘着性粒子の0.047の値へと漸減するのがわかる。また一方、図中のペントナイト泥や霞ヶ浦泥では必ずしも実験値と理論値とが一致しているとは言い難い。これは実験から得られた底泥の含水比の値に粒子の電気化学的あるいはレオロジー的性質が含まれているためと考えられる。

ここで、(9')式中の含水比 $W$ は(5')、(7)式の底泥粒子間隔 $\Delta x$ を求めるために導入されたもので、含水比が高くなると底泥粒子間隔は広がり、粒子表面の電荷およびイオンや有機物による架橋作用は弱まると考えられる。さらに、実際の堆積層では、底泥粒子の大きさと架橋作用の強さが底泥の含水比と団塊構造を持つ粒子の間隔を作り出していると考えることもできる。そこで次に、筆者のペントナイト泥、印旛沼泥に関する実験および大坪らの実験結果を底泥の相対含水比( $W/W_L$ )と無次元底泥粘度 $\eta^*$ （＝ $\nu_b / \{(s-1)gd_s^3\}^{1/2}$ ,  $\nu_b$ :底泥の動粘性係数）について整理し表わすと、図4のように示すことができる。ここで、この無次元底泥粘度は底泥粘度を含むことから、レオロジー的スケールを与えることになると考えられる。図中の諸元は図3と同じである。また、相対含水比の範囲は約1.5~4.0である。図より、( $W/W_L$ )と $\eta^*$ との間にはいずれの底泥に対しても同様の傾向が認められる。また、含水比等の実験上の性格から図中のデータの分散を比較的小ないと考えると、底泥の相対含水比と無次元底泥粘度との関係は次式で表わすことができる。

$$W/W_L = 32 \cdot \eta^*^{-2/5} \quad (10)$$

したがって、限界せん断応力は、(9')式に(10)式を代入して、

$$\tau^* c = \frac{6 \beta}{\pi (\rho_s - \rho_w) g d_s^3} \times \left[ \frac{1}{\{(\pi/6)(1 + 32W_L \eta^*)^{-0.4s}\}^{1/3} - 1} \right]^2 + 0.047 \quad (11)$$

がえられる。いま係数 $\beta / \{(\pi/6)(\rho_s - \rho_w) g d_s^3\}$ の値を0.1、0.3、1.0、粒径 $d_s$ を0.0144mm、液性限界 $W_L$ を186.5%、比重 $s$ を2.48として(11)式を図示したのが図5である。図より、中・高含水比を伴う粘着性底泥においては、(11)式で示す限界せん断応力が実験値と良い一致を示しているのがわかる。

#### 4. あとがき

小さな粒子で構成される底泥の巻き上がり現象は底面せん断応力と粒子の粘着力との力関係や粒子の堆積状態など、複雑に関係しているために、種々の形態を示すことが知られている。しかし、底泥粒子の粘着性を導入しての限界せん断応力に関する力学的機構の解明は、その機構に関係する要素あるいは条件が複雑に関係していることから未だ十分には行われていない。

一般に、底泥の含水比が大きくなる程、底泥におけるせん断降伏値は小さくなり、流水による堆積底泥の巻き上がりは容易になる。これ

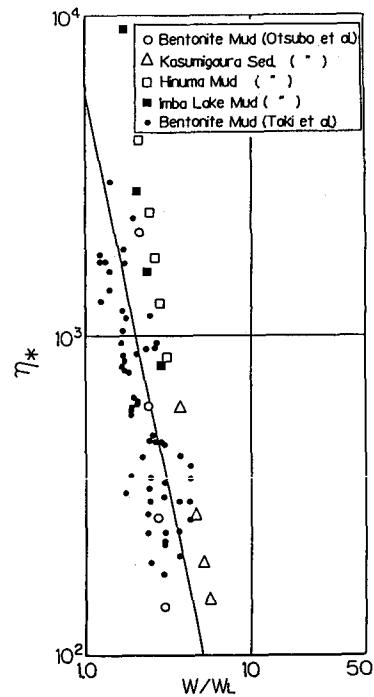


図4 無次元粘度と含水比との関係

は一つの粒子と鎖状あるいは団塊状に接触している数多くの周囲の粒子からの電荷による斥力と隣接粒子間に働くvan der Waals引力との差から求められる引力がその粒子に対する碇着力として作用するからと考えられる。本研究では、このような考察の下に中・高含水比を伴う底泥では、粒子間粘着力（碇着力）と流水が及ぼすせん断応力との釣り合いの条件下で、底泥粒子の限界せん断応力に関する電気化学的碇着力モデルを導いた。本モデルは粒径が数十ミクロン以下で、相対含水比( $W/W_L$ )が2以上の実際の底泥における広い範囲に適合できるものと考えられる。底泥の電荷に起因する係数値 $\beta/\{(\pi/6)(\rho_s - \rho_w)gds^3\}$ は実験より求めることができ、ほぼ0.1~2、平均値0.3である。また、本モデルは含水比が増加するに従い、限界せん断応力は指数関数的に減少し、非粘着性粒子の場合の限界せん断応力値へ接近する特徴を持っている。

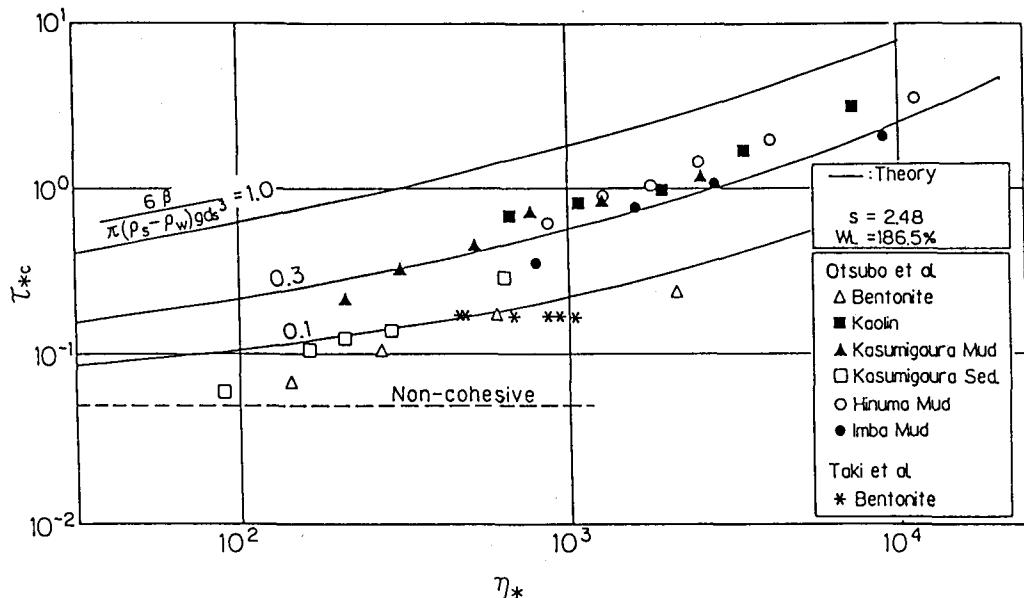


図5 粘着性底泥に関する $\tau^*$ と $\tau^{*c}$ の関係

#### 参考文献

- 1) 大坪国順: 底泥の物性及び流送特性に関する実験的研究、国立公害研究所研究報告、第42号、pp. 17-19, 1983.
- 2) 大坪国順、村岡浩爾: 底泥の物性と限界掃流力の関連について、第25回水理講演会論文集、土木学会水理学委員会、pp. 73-78, 1981.
- 3) 吉川秀夫編: 流砂の水理学、丸善、pp. 249-264, 1985.
- 4) 海田輝之、楠田哲也、二渡了、粟谷陽一: 柔らかい底泥の巻き上げ過程に関する研究、土木学会論文集 第393号/II-9、pp. 33-42, 1988.
- 5) 芦田和男、江頭進治、加本 実: 山地流域における侵食と流路変動に関する研究(1)-粘着性材料を含む砂礫の移動限界と流砂量-, 京大防災研究所年報、第25号B-2、pp. 349-360, 1982.
- 6) 芦田和男、田中健二: 粘土分を含有する砂れき床の侵食と流砂機構に関する研究、京大防災研究所年報 第17号B、pp. 571-584, 1974.
- 7) 三輪茂雄: 粉粒体工学、朝倉書店、pp. 130-132, 1972.
- 8) 北原文雄、渡辺昌: 界面電気現象-基礎・測定・応用-、共立出版、pp. 33, 302, 1972.
- 9) 瀧 和夫: 河川底泥の流動特性、第11回環境問題シンポジウム講演論文集、pp. 51-56, 1983.
- 10) 瀧 和夫: 高濃度泥流の流動特性、第30回水理講演会論文集、pp. 475-480, 1986.