

(8) 下水汚泥の摩擦損失係数に関する実験的研究
- 正方形断面管路における人工粗度について -

Experimental Study on the Friction Factor of Sewage Sludge in Pipe
- The Artificial Roughness in a Square Sectional Pipe -

金成英夫*, 遠藤郁夫**

Hideo KANARI*, Ikuo ENDO**

ABSTRACT ; The pipeline transportation of sewage sludge is the most suitable method for conveyance of sewage sludge. It is important to know a head loss of sewage sludge for the design of pipeline. In this study, the sewage sludge is classified into pseudo-plastic fluid, and the generalized Reynolds number is defined according to the flow behavior of pseudo-plastic fluid. In laminar flow region, the relationship between generalized Reynolds number and friction factor of sewage sludge follows that of Newtonian fluid, if Reynolds number used is replaced by generalized Reynolds number. In turbulent flow region, the relationship between friction factor and generalized Reynolds number is parallel to that of Blasius formula at smooth pipe in log-log graph. The friction factor of rough pipe can be calculated by Colebrook-White formula, used generalized Reynolds number, in which relative roughness varies with solids concentration of sludge. Relative roughness is maximum at solids concentration of 2,000mg/l and decreases gradually as solids concentration of sludge increases.

KEYWORDS ; Sewage sludge transportation, Friction factor of sewage sludge

1. 緒 言

下水汚泥は攪拌やせん断を加えると、粘度が低下するが、ついには動的平衡状態に収束する。回転粘度計によるトルクと測定回数等の関係では、ある測定回数を越えると、トルクは測定回数に関係なく一定値となることが認められている¹⁾。このことから、初期トルクの発生している状態と、トルクが動的平衡状態に収束した状態とは分けて考えることが必要である。初期トルクは下水汚泥の管路輸送に際して、ポンプの駆動開始時に作用する初期損失水頭に直接影響するものであると考えられる。トルクが動的平衡状態に収束した状態では、汚泥の挙動は再現性も十分期待できることが認められている。また、汚泥の管路輸送に際して、連続運転している場合は、“まさしく”この状態と考えられ、摩擦損失水頭は、この状態の時、最も重要な意義を持つものと考えられる。従って、この状態の時に求めた流動特性から、下水汚泥は汚泥濃度 9,000mg/l 以上で、塑性流体に近い挙動を示すが、4,000mg/l 以上の広範囲については、むしろ、擬塑性流体としての挙動を示すことが認められた¹⁾。

擬塑性流体は、ベキ乗則で表せる非ニュートン流体モデルであり、塑性流体もこのベキ乗則によって、比較的精度よく表すことができ、かつ、ビンガム流体として取り扱うよりも計算が簡単であると考えられる。

一方、下水汚泥は大小さまざまな有機物、無機物等の固形物、あるいは、繊維状物質も含み、全体として親水性ゲルを形成している。従って、回転粘度計での粘度測定がしばしば困難である。しかし、汚泥中の夾

* 国士舘大学工学部土木工学科 (Department of Civil Engineering, Kokushikan Univ.)

** 早稲田大学理工学部土木工学科 (Department of Civil Engineering, Waseda Univ.)

雑物を取り除くと、実際の下水汚泥とはかなり異なった状態となり、流動特性に変化を及ぼすことになる。そこで、著者らの一連の研究¹⁻³⁾は、実際の汚泥の流動状態に最も近い状態として、管壁が滑らかな実験管路（直径 $d = 2.54$ および 7.66cm ）に直接汚泥を流し、層流領域より、管内流動・流体構造粘度指数 n' （以下、構造粘度指数 n' と云う）および管内流動・流体粘度指数 k' （以下、流体粘度指数 k' と云う）等を求め、下水汚泥の管路輸送に関する摩擦損失水頭を算定することが、最も合理的であると考え、種々検討を加えてきたものである。

そこで、本研究は、水路の内面に均一に金剛砂を付着させるため、上蓋を取り外すことのできる正方形断面管路を用い、人工的に粗度を作り、下水汚泥の摩擦損失係数について実験的研究を行ったものである。

2. 層流領域におけるレイノルズ数と摩擦損失係数

2.1 円管

ニュートン流体の場合、層流領域における摩擦損失水頭 h_f は、次のPoiseuilleの式で表せる。すなわち、

$$h_f = \frac{32\mu LV}{\rho g d^3} = \frac{64}{\text{Re}} \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{V^2}{2g} \quad (1)$$

L : 管長, V : 流速, d : 管の直径, μ : 粘性係数, ρ : 密度

また、摩擦損失水頭をDarcy-Weisbachの式で表すと、(2)式となる。

$$h_f = f \frac{L}{d} \cdot \frac{V^2}{2g} \quad (2)$$

(1)式および(2)式を組み合わせると、円管の場合の摩擦損失係数 f は(3)式で表すことができる。

$$f = \frac{64}{\text{Re}} \quad (3)$$

$$\text{ここで, } \text{Re} = d V \rho / \mu \quad (4)$$

2.2 正方形断面管

断面が円形でない管路のレイノルズ数と摩擦損失係数との関係は、円管の関係をそのまま用いることはできない。円管以外では、その断面積を A 、潤辺の長さを S として、 $R = A/S$ (hydraulic mean radius) から、次式の相当直径 (hydraulic diameter) D を用いる。

$$D = 4 A / S \quad (5)$$

矩形断面管の場合、その辺の長さを $2l_1$ および $2l_2$ とすると、摩擦損失係数は理論的に次の式となる⁵⁾。

$$f = \frac{64}{\text{Re}} \cdot \frac{3/2}{(1 + \epsilon)^2 \left\{ 1 - \frac{192}{\pi^3} \epsilon \left(\tanh \frac{\pi}{2\epsilon} + \frac{1}{3} \tanh \frac{\pi}{2\epsilon} + \dots \right) \right\}} \quad (6)$$

$$\text{Re} = \frac{D \cdot V \cdot \rho}{\mu} \quad (7)$$

$$\epsilon = l_2 / l_1 \quad (8)$$

表-1に l_2/l_1 と $f \cdot \text{Re}$ の関係を示す。ここで、本研究では正方形断面管（以下、正方形管という）を用いたので、摩擦損失係数は次式となる。

$$f = 56.91 / \text{Re} \quad (9)$$

また、正方形管では、Schillerの実験によると、水の場合の乱流領域ではレイノルズ数と摩擦損失係数との関係は、円管の場合の关系到良く一致することが認められている⁴⁾。

Tab.1 l_2/l_1 and $f \cdot \text{Re}$

l_2/l_1	$f \cdot \text{Re}$
0.0	96.00
0.05	89.91
0.10	84.64
0.125	82.34
0.167	78.81
0.25	72.93
0.40	65.47
0.50	62.19
0.75	57.89
1.00	56.91

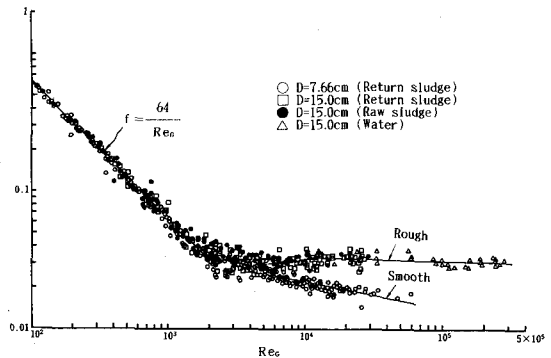


Fig.1 Generalized Reynolds number and friction factor of sewage sludge in round pipes¹⁾.

3. 擬塑性流体のレイノルズ数

擬塑性流体の層流領域において、円管の壁面せん断応力 τ_w は(10)式で示することができる¹⁾。

$$\tau_w = \frac{d \cdot \Delta P}{4 L} = k' \left(\frac{8 V}{d} \right)^{n'} \quad (10)$$

また、Darcy-Weisbachの式から、摩擦損失係数 f は(11)式となる。

$$f = 4 \times \left(\frac{d \cdot \Delta P}{4 L} \right) / \left(\frac{\rho V^2}{2} \right) \quad (11)$$

ΔP : 圧力損失, n' : 構造粘度指数, k' : 流体粘度指数

(10)式および(11)式から、擬塑性流体、すなわち、下水汚泥の層流領域における摩擦損失係数は(12)式で表すことができる。

$$f = \frac{8^{n'+1} \cdot k'}{d^{n'} \cdot V^{2-n'} \cdot \rho} \quad (12)$$

一方、擬塑性流体においても、層流領域ではニュートン流体の場合と同様に、

$$f = \frac{64}{Re_c} \quad (13)$$

が成り立つものとすれば、(12)式及び(13)式から、広義のレイノルズ数 Re_c を(14)式のように定義することができる。

$$Re_c = \frac{d^{n'} V^{2-n'} \rho}{8^{n'-1} k'} = \frac{d^{n'} V^{2-n'} \rho}{K_p'} \\ = \frac{d^{n'} V^{2-n'} \rho}{\mu_{psu}} \quad (14)$$

$$K_p' = 8^{n'-1} k'$$

特に、 K_p' はニュートン流体の場合の粘性 μ に相当し、擬塑性流体の粘性 μ_{psu} とも考えることができる⁶⁾。

$$K_p' = \mu_{psu} \quad (15)$$

著者等は下水汚泥において、 K_p' と汚泥濃度との関係を各温度範囲について詳しく示している¹⁾。

一方、レイノルズ数は慣性力と粘性力との比で表せるから、(16)式となる⁷⁾。

$$Re_c = \frac{\text{慣性力}}{\text{粘性力}} = \frac{\rho V^2 L^2}{\mu_{psu} (V/L)^{n'} L^2} \\ = \frac{L^{n'} V^{2-n'} \rho}{\mu_{psu}} \quad (16)$$

ただし、せん断応力 $\tau = \mu_{psu} (du/dr)^{n'}$ とする。

したがって、(14)式と(16)式は一致していることが認められる。著者等は、図-1に示すように、下水汚泥

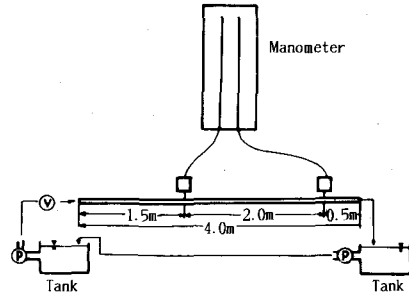


Fig.2 Experimental equipment.

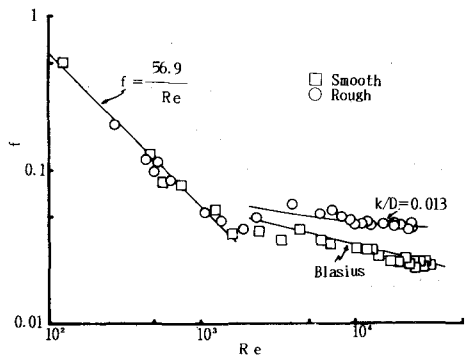


Fig.3 Reynolds number and friction factor in rectangular pipes.

Tab.2 Hydraulic diameter and relative roughness of pipes

Pipe	Sand		Hydraulic diameter D (cm)	Relative roughness* k/D	Note
	Effective size(cm)	Uniformity coefficient			
smooth	—	—	2.45	0	
rough	0.022	1.27	2.42	0.013	Emery, No.60

*) Obtained by Colebrook-White formula

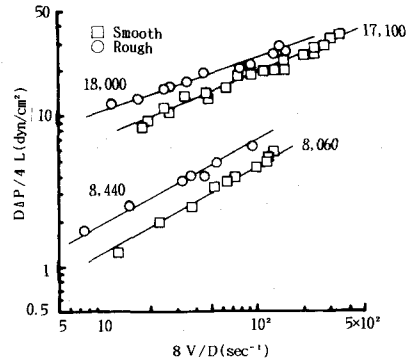


Fig.4 $8V/D$ and $DAP/4L$ of sewage sludge in rectangular pipes. (Solids concentration in mg/l is shown)

の層流領域では、

$$f = \frac{64}{Re_G}$$

が成り立つことを実験的に示した¹⁾。同様の考えから、正方形断面管路においても、下水汚泥の層流領域では、ニュートン流体の場合と同様に、

$$f = \frac{56.91}{Re_G} \quad (17)$$

が成り立つものと考えることができる。ただし、(17)式の広義のレイノルズ数は、円管の直径 d を(5)式の相当直径 D と置き替えて、(18)式で示すことができる。

$$Re_G = \frac{D^{n'} V^{2-n'} \rho}{8^{n'-1} k'} \quad (18)$$

4. 実験装置及び実験方法

摩擦損失係数は図-2に示す実験管路で測定した。本研究には、実験管路に管壁が滑らかな滑管および管壁が粗い粗管を用いた。実験管路は長さ 4.0mで、断面は一辺が 2.45cmの正方形管で、アクリル製である。その内面には表-2に示す金剛砂を均一に張りつけ、人工的に粗度を付けた。

圧力測定は流速測定と同時にを行った。圧力は安定槽を設けて、マンノメータ系統に汚泥が入り込まないようにしたマンノメータで測定した。一方、汚泥の流速は重量法で測定した流量から求めた。汚泥はS下水処理場の生汚泥を用いた。

5. 実験結果と考察

5.1 水の摩擦損失係数と相対粗度

図-3は実験管路に水を流した場合のレイノルズ数と摩擦損失係数との関係を示したものである。層流領域では、粗滑管とも、摩擦損失係数とレイノルズ数との関係は(9)式に良く一致していることが認められた。乱流領域では、滑管は滑らかな円管の関係式、すなわち、Blasiusの式に良く一致している。また、粗管では、実験の範囲が主として遷移領域のため、Colebrook-Whiteの式を適用して、相対粗度を求め、表-2に示した。この図から、Colebrook-Whiteの式がよく適合することが認められた。

5.2 下水汚泥の摩擦損失係数

(A)下水汚泥の構造粘度指数、流体粘度指数および密度

図-4は、実験管路に下水汚泥を流した場合の層流領域の $8V/D$ と $D \cdot \Delta P / 4L$ との関係を示したものである。ただし、 D に(5)式の相当直径を用いている。この図から、層流領域では、正方形管においても円管の場合と同様に、管壁の粗度にかかわらず(10)式が成り立つことが認められた。図-5は、本研究に使用した下水汚泥の構造粘度指数 n' と汚泥濃度との関係を示したものである。この図から、ニュートン流体と非ニュートンとの臨界汚泥濃度は 2,300 mg/l前後と考えることができた。すなわち、

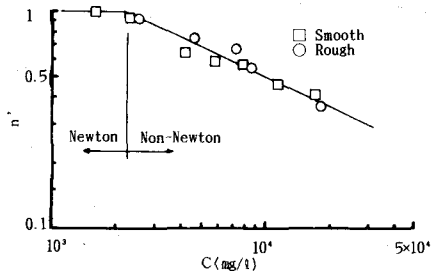


Fig.5 Flow behavior index of sewage sludge.

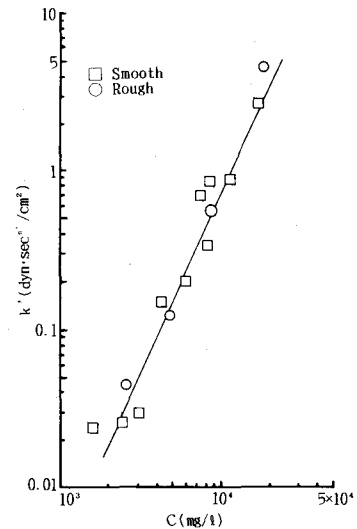


Fig.6 Fluid consistency index of sewage sludge.

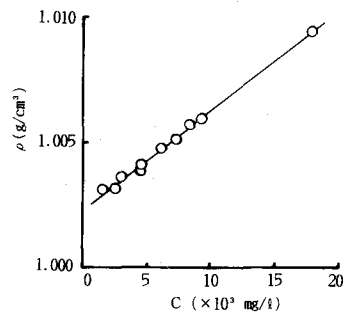


Fig.7 Density of sewage sludge.

汚泥濃度 0~2,300mg/l

ニュートン流体 $n' = 1$ (19)

汚泥濃度 2,300~25,000mg/l

非ニュートン流体 $n' = 36.8 \times C^{-0.465}$ (20)

C : 汚泥濃度 (mg/l)

また、図-6に下水汚泥の流体粘稠度指数 k' と汚泥濃度との関係を示した。すなわち、これらの関係は、汚泥濃度 2,300~25,000mg/l の非ニュートン流体の領域では、

$$k' = 7.74 \times 10^{-10} \times C^{2.24} \quad (21)$$

k' : 流体粘稠度指数 (dyn·sec^{n'} / cm²)

となった。さらに、図-7には、汚泥の濃度と密度との関係を示した。これらの関係は、次の如く示すことができた。

$$\rho = 3.85 \times 10^{-7} C + 1.0024 \quad (22)$$

ρ : 下水汚泥の密度 (g/cm³)

(B) 滑 管

図-8は滑管に下水汚泥を流した場合の広義のレイノルズ数と摩擦損失係数との関係を示したものである。広義のレイノルズ数が 3×10^3 以上の乱流領域では、広義のレイノルズ数と摩擦損失係数との関係は、図-8に見られるように、Blasiusの式を平行移動させた関係式に良く一致している。このことから、滑管における下水汚泥の摩擦損失係数は、定数 α_s を用いて、次の様に表すことができた。すなわち、

$$f = \alpha_s R C_G^{-0.25} \quad (23)$$

図-9は、下水汚泥の濃度と(20)式の α_s との関係を示したものである。この α_s は汚泥濃度とともに減少しており、次の式で示すことができた。

$$\alpha_s = 0.316 \times \exp(-3.89 \times 10^{-5} C) \quad (24)$$

以上のことから、滑管における下水汚泥の摩擦損失係数は、Blasiusの式の係数を汚泥濃度にしたがって適切に選べば、求めることができることがわかる。

(C) 粗 管

図-10は、粗管に下水汚泥を流した場合の広義のレイノルズ数と摩擦損失係数との関係を示したものである。乱流領域の摩擦損失係数は、汚泥濃度が低い場合には、摩擦損失係数が水の場合のそれよりも大きくなっているが、その後は汚泥濃度とともに減少している。

図-10から、粗管の乱流領域の広義のレイノルズ数と摩擦損失係数との関係は、Colebrook-Whiteの式で水の場合と異なった相対粗度を用いた関係に良く一致しているのが認められる。このことは、水の場合の相対粗度を α_r 倍し、次のColebrook-Whiteの式で

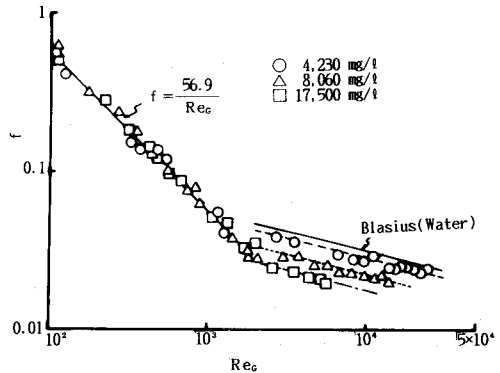


Fig.8 Generalized Reynolds number and friction factor in smooth pipe.

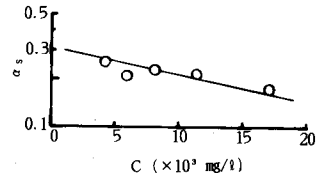


Fig.9 α_s of smooth pipe.

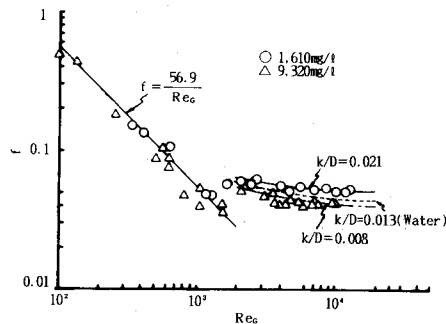


Fig.10 Generalized Reynolds number and friction factor in rough pipe.

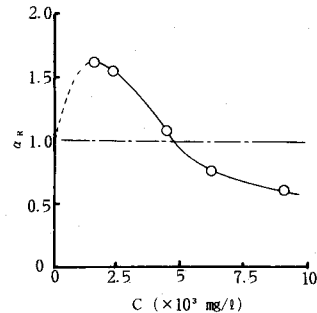


Fig.11 α_r of rough pipe.

下水汚泥の摩擦損失係数を求めることができることを示している。

すなわち、

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log \left(\frac{\alpha_r (k/D)_w}{3.71} + \frac{2.52}{Re_G \sqrt{f}} \right) \quad (25)$$

$(k/D)_w$: 水の場合の相対粗度

図-11は、汚泥濃度と以上のようにして求めた α_r との関係を示したものである。 α_r は下水汚泥濃度 2,000mg/ℓ 前後で約 1.5 の値を示しているが、汚泥濃度 5,000mg/ℓ 付近で 1 となり、それ以上の濃度では 1 以下となっていることが認められた。

5. 総括および結論

正方形管を用いて、滑管および粗管について、下水汚泥の摩擦損失係数について実験的に検討を加えた。特に、粗管について、金剛砂 No. 60 を壁面に付着させ、人工的に粗度を作り、実験的解析を行ったものである。以下のような結論を得ることができた。

(1) 滑 管

汚泥の管路輸送では、汚泥濃度が広範囲に変化することから、著者等の従来の研究では、汚泥濃度 2,000~30,000mg/ℓ の範囲の汚泥について、乱流領域の広義のレイノルズ数と摩擦損失係数との関係を、汚泥濃度にかかわらず巨視的観点よりとらえ、滑管では、 $Re_G \geq 5,000$ の場合、

$$f = 0.134 Re_G^{-0.197} \quad (26)$$

とした¹⁾。今回の実験結果についても、汚泥濃度 4,230, 5,910, 8,060, 11,500 および 17,100mg/ℓ の平均濃度 9,360mg/ℓ の場合の広義のレイノルズ数と

摩擦損失係数との関係を図-12に示した。この平均濃度の広義のレイノルズ数と摩擦損失係数との関係は(26)式に良く適合していることが認められる。しかしながら、汚泥濃度との関係に着目すると、図-13に示すように Blasius の式を平行移動した形で整理できることが認められた。すなわち、

$$f = \alpha_s \cdot Re_G^{-0.25}$$

ここで、 $\alpha_s = 0.316 \times \exp(-3.89 \times 10^{-5} C)$

(2) 粗 管

粗管については、相対粗度 $k/D = 0.013$ の正方形管について検討を加えた。Colebrook-White の式の相対粗度に、汚泥濃度との関係を考慮した修正係数を掛ければ、広義のレイノルズ数と摩擦損失係数との関係を精度よく求めることができた。すなわち、

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log \left(\frac{\alpha_r (k/D)_w}{3.71} + \frac{2.52}{Re_G \sqrt{f}} \right)$$

また、図-11に示したように、汚泥濃度 5,000mg/ℓ 付近では、修正係数 α_r はほぼ 1 となり、さらに 7,500mg/ℓ 以上では、修正係数 α_r は 0.5 付近となり、相対粗度がいっそう小さくなる。以上のことから、 f は汚泥濃度が高くなるにつれて（例えば、7,500mg/ℓ 以上）、

$$f = F(Re, k/D) \approx F(Re)$$

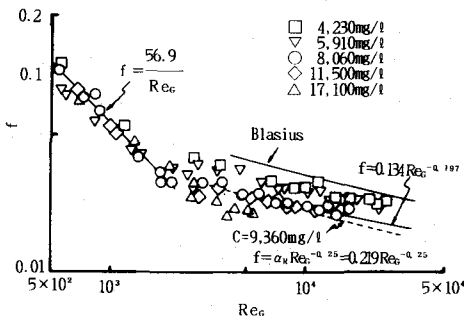


Fig.12 Friction factor of sewage sludge in smooth pipe.

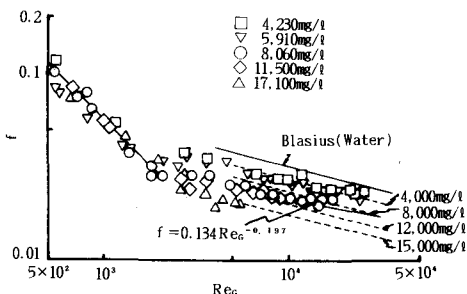


Fig.13 Friction factor of sewage sludge in smooth pipe.(Dotted lines are parallel to Blasius formula)

となつて考えられ、摩擦損失係数が広義のレイノルズ数 Re_0 の関数として表すことができるものと考えられる。

[参考文献]

- 1) 遠藤郁夫, 金成英夫: 下水汚泥の摩擦損失係数に関する基礎的研究, 土木学会論文報告集, No. 301, pp. 71~82, 1980
- 2) 遠藤郁夫, 金成英夫: 下水汚泥の管路輸送に関する実験的研究, 土木学会論文報告集 No. 324, pp. 73~82, 1982
- 3) 遠藤郁夫, 金成英夫: 下水汚泥の摩擦損失水頭の計算法および設計計算法に関する実験的研究, 下水道協会誌, pp. 1~6, No. 227, 1983
- 4) Schlichting: Boundary-Layer Theory, pp. 575~578, McGraw Hill, 1968
- 5) 池森亀鶴: 水力学, コロナ, 1957
- 6) Metzner A.B., J.C. Reid: Flow of Non-Newtonian Fluids—Correlation of the Laminar, Transition, and Turbulent-flow Regions, A.I.Ch.E. Jour, Vol. 1, No. 4, pp. 434~440, 1955
- 7) 沼地福三郎, 本間 仁: 水工学便覧, 森北, pp. 176, 1966