

(16) 壁面に沿う気泡噴流

Bubble Plumes along Wall Surface

北野 義則^{*}, 栗谷 陽一^{**}

Yoshinori KITANO, Youichi AWAYA

ABSTRACT: This paper describes the bubble plumes along a wall surface. Experiments on the bubble plumes were systematically performed and thereafter, we analyze the behavior of the bubble plume, using the following assumptions. As previously reported, the interference diffusion coefficient varies only in vertical direction, as a function of bubble density at the center of the plume. The bubbles have a constant velocity relative to the surrounding water in a plume. Wall friction velocity u_x is defined by $u_x^2 = c_f u_o^2 / 2$ and skin friction coefficient c_f has a constant value. The eddy diffusivity is expressed as the product of representative mean velocity and width of bubble plumes. On the basis of the above assumptions, moment method is applicable for analysis. By the comparisons of the theory and the experiments, the coefficients of skin friction, interference diffusivity and eddy diffusivity were evaluated. By measurements of turbulence in bubble plumes, the turbulent intensity distribution has a peak near the point of the half width of velocity profile. Inertial subranges are found in the energy spectra of the velocity fluctuations.

Keywords: Wall Bubble Plume, Free Bubble Plume, Wall Friction Velocity.

1. まえがき

前報では、有限幅を持つ散気装置から形成される気泡噴流について¹⁾、その後、上向流中での気泡噴流について²⁾、理論的、実験的に検討を行った。その結果、2次元自由気泡噴流の性質について、かなりの点まで、明らかにすることができた。

活性汚泥処理の曝気槽で見られる気泡噴流は、散気装置を曝気槽中央部に据える場合と、片側壁面に散気装置を据えて、気泡を発生させる方法とがある。形成される気泡噴流について注目すれば、後者は前者に比較して、壁面の影響を強く受ける。噴流の場合、自由噴流と壁面噴流として区別される。壁面噴流についての主な研究には、Glauert³⁾の理論的研究とSchwarz⁴⁾の実験的な研究がある。Glauertは壁面に近い内層についてはBlasiusの $-1/4$ 乗則を、壁面から離れた外層について、渦粘性は最大平均流速と噴流幅の積に比例するとして理論的にその解を求めた。Schwarzらはホットワイヤーを用いて平均流速を詳しく測定した後、壁面抵抗係数を算出した。壁面密度噴流について、Ellisonら⁵⁾の研究及び椿ら⁶⁾の研究がある。両者の研究は壁面の傾斜角で連行係数が決められることを前者は実験的に、後者は実験的、理論的に見出した。壁面に沿う気泡噴流は壁面密度噴流と同様、壁面の影響をあまり受けない自由気泡噴流部分と、壁面の作用を強く受ける部分から成ると同時に、噴流中に気泡が含まれることから、非常に興味を生ずることになる。この様に、興味ある現象にもかかわらず、現象の複雑さから壁面気泡噴流の運動については、我々の知る限り議論がなされていない。

本研究は以上の観点から、散気装置の種類や送気量を変え、種々の条件のもとで実験を行い、平均流速分

布、平均気泡密度分布および流れ方向の乱れについて求める。実験で得られた知見をもとに、自由気泡噴流で試みたモーメント法による解析を壁面気泡噴流に応用し、実験結果と比較検討する。

2. 理論

2次元及び3次元自由気泡噴流については、気泡群の相互作用による干渉拡散を考慮することにより、理論値と実験値との間により一致を得た。壁面に沿う気泡噴流は壁からの伝熱による自然対流の現象と似ているが、熱源が壁面下端に集中した場合に相当する。自由気泡噴流と異なり、壁面との間に境界層を作るなどのため、かなり異なる性質を壁面気泡噴流はもつ。Fig.1のように、噴流の中心軸に沿って鉛直上方にx軸、水槽底に沿って水平にy軸をとり、それぞれの方向の流速をu、v 気泡の相対上昇速度をwとする。静水中における単一気泡は気泡径0.2～0.7cmの範囲で気泡の上昇速度は一定で約23cm/sである。簡単のため、噴流に相対的な上昇速度wは一定とし、同じ値をとるものとする。気泡密度（単位体積中に占める気泡の体積の割合）を σ 、重力加速度をgで表し、干渉拡散係数をDi、乱流拡散係数をDtとする。壁面の影響を考慮して動粘性係数 ν 及び分子拡散係数Dmを用いると次の連続の式、運動量式及び気泡の保存式が成り立つ。

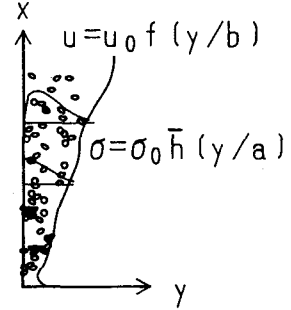


Fig.1 Schematic flow field for wall air bubble plume

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \sigma g + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ (\nu + Dt) \frac{\partial u}{\partial y} \right\} \quad (2)$$

$$(u+w) \frac{\partial \sigma}{\partial x} + v \frac{\partial \sigma}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left\{ (Dm + Di + Dt) \frac{\partial \sigma}{\partial y} \right\} \quad (3)$$

現象を支配する物理量として流速およびその幅、気泡密度およびその幅の4つの量が考えられる。従って、運動量式については、0次と2次モーメント式を、気泡の保存式については0次と1次モーメント式を求める。壁面境界条件の処理の容易さで、運動量の2次モーメント式を採用した。このようにすれば、式(5)右辺2項より解るように、拡散項は流速勾配でなくて、流速との積で表すことが出来る。運動量の0次及び2次モーメント式は次式となる。

$$\frac{d}{dx} \int_0^\infty u^2 dy = \int_0^\infty \sigma g dy - u_x^2 \quad (4)$$

$$\frac{d}{dx} \int_0^\infty u^2 y^2 dy + 2 \int_0^\infty u y \int_0^y \frac{\partial u}{\partial x} dy dy = \int_0^\infty \sigma g y^2 dy + 2 \int_0^\infty (\nu + Dt) u dy \quad (5)$$

u_x は摩擦速度である。

気泡の保存式の0次及び1次モーメント式は次式となる。

$$\frac{d}{dx} \int_0^\infty (u+w) \sigma dy = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty \sigma (u+w) y dy + \int_0^\infty \sigma \int_0^y \frac{\partial u}{\partial x} dy dy = - \int_0^\infty (Dm + Di + Dt) \frac{\partial \sigma}{\partial y} dy \quad (7)$$

壁面の影響と外側の乱流拡散の影響の割合が高さとともに変わるため、横断面内の流速分布、気泡密度分布の相似の仮定が許されぬため、極めて理論的解析は困難であると考えられるが、おおまかには壁面噴流に

おける速度分布が相似となることが、Schwarzらによって、また壁面密度噴流について福嶋ら⁷⁾により、実験的にみいだされた。従って壁面気泡噴流においても簡単のため、相似解が存在するとして、流速分布、気泡密度分布を次のように仮定する。

$$u = u_0 f(y/b) = u_0 f(\eta) \quad (8)$$

$$\sigma = \sigma_0 \bar{h}(y/a) = \sigma_0 \bar{h}(\xi) = \sigma_0 h(\eta) \quad (9)$$

ただし、 $\eta = y/b$ 、 $\xi = y/a$ である。

(8)、(9)式を(4)～(7)式に代入して整理すれば次式を得る。

$$I_1 \frac{d}{dx} (u_0^2 b) = I_2 \sigma_0 a g - u_x^2 \quad (10)$$

$$I_3 \frac{d}{dx} (u_0^2 b^3) + I_4 u_0 b^3 \frac{du_0}{dx} - I_5 u_0^2 b^2 \frac{db}{dx} = I_6 g \sigma_0 a^3 + I_7 u_0 b \quad (11)$$

$$\frac{d}{dx} \{ \sigma_0 a (I_2 w + I_8 u_0) \} = 0 \quad (12)$$

$$\frac{d}{dx} (I_9 u_0 \sigma_0 a^2) + I_{10} w \frac{d}{dx} (\sigma_0 a^2) + I_{11} \sigma_0 a b \frac{du_0}{dx} - I_{12} \sigma_0 a u_0 \frac{db}{dx} = I_{13} \sigma_0 \quad (13)$$

ただし、

$$I_1 = \int_0^\infty f^2 d\eta, \quad I_2 = \frac{b}{a} \int_0^\infty h d\eta, \quad I_3 = \int_0^\infty f^2 \eta^2 d\eta, \quad I_4 = 2 \int_0^\infty \eta f \int_0^\eta f d\eta d\eta$$

$$I_5 = 2 \int_0^\infty \eta f \int_0^\eta \eta f' d\eta d\eta, \quad I_6 = \frac{b^3}{a^3} \int_0^\infty h \eta^2 d\eta, \quad I_7 = 2 \int_0^\infty (\nu + Dt) f d\eta$$

$$I_8 = \frac{b}{a} \int_0^\infty f h d\eta, \quad I_9 = \frac{b^2}{a^2} \int_0^\infty f h \eta d\eta, \quad I_{10} = \frac{b^2}{a^2} \int_0^\infty h \eta d\eta$$

$$I_{11} = \frac{b}{a} \int_0^\infty h f \int_0^\eta f d\eta d\eta, \quad I_{12} = \frac{b}{a} \int_0^\infty h \int_0^\eta f' \eta d\eta d\eta$$

$$I_{13} = - \int_0^\infty (Dm + Di + Dt) h' d\eta \quad (14)$$

' は η についての微分を示す。

次に摩擦速度については Schwarz らに従って表面摩擦係数を用い

$$u_x^2 = c_f u_0^2 / 2 \quad (15)$$

と仮定する。 c_f はレイノルズ数の関数として考えるべきだと思われるが、ここでは、彼らと同様、一定とする。干渉拡散係数は気泡密度のみに支配されると考え

$$Di = K_0 \sigma_0^n \quad (16)$$

乱流拡散係数 Dt は簡単のため断面で一定と仮定して

$$Dt = \alpha u_0 b \quad (17)$$

とおく。(5)式の拡散項において粘性項は渦粘性項に比較して、又(7)式中の拡散項において分子拡散項は、それ以外の拡散項に比較して小さいと仮定する。実験より得られた分布形状に近い分布形としてガウス分布を用いる。

$$f(\eta) = \exp(-\eta^2) \quad (18)$$

$$h(\eta) = \exp(-b^2 \eta^2 / a^2) \quad (19)$$

なお、流速分布 $f(\eta)$ は $\eta=0$ で $f(0)=0$ となる関数を用いるべきだが、境界層も薄く、簡単のためガウス分布とする。境界条件については式(4)に考慮している。以上の仮定を用いれば各係数値は次の表の通りである。

Table 1 Values of coefficients

I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	I_8
$\sqrt{\pi}/2\sqrt{2}$	$\sqrt{\pi}/2$	$\sqrt{\pi}/8\sqrt{2}$	$\sqrt{\pi}/2\sqrt{2}$	$-\sqrt{\pi}/4\sqrt{2}$	$\sqrt{\pi}/4$	$\alpha\sqrt{\pi}u_0b/2$	$\sqrt{\pi}b/2(b^2+a^2)^{1/2}$

I_9	I_{10}	I_{11}	I_{12}	I_{13}
$b^2/2(b^2+a^2)$	$1/2$	$0.5 \tan^{-1} a/b$	$0.5(ab/(a^2+b^2) - \tan^{-1} a/b)$	$K_0 \sigma_0^n + \alpha u_0 b$

2.1 線源壁面気泡噴流

線源壁面気泡噴流の解を求めるため次のように無次元化する。

$$U = u_0/w, \quad B = b/\alpha x_0, \quad A = a/\alpha x_0, \quad X = x/x_0, \quad S = g x_0 \sigma_0/w^2,$$

$$C = c_f/2\alpha, \quad K_0 = \alpha^2 w x_0 / \{w^2/g x_0\}^n, \quad Q = g q/\alpha w^3,$$

$$q = \int_0^\infty (u+w) \sigma dy \quad (20)$$

なお、 x_0 は実験により決定される。

これらの式を用いて(10)~(13)を書き改めれば次式を得る。

$$\sqrt{2}UB \frac{dU}{dX} + \frac{1}{\sqrt{2}} U^2 \frac{dB}{dX} = AS - \frac{2}{\sqrt{\pi}} CU^2 \quad (21)$$

$$6UB^3 \frac{dU}{dX} + 5B^2U^2 \frac{dB}{dX} = 2\sqrt{2}A^3S + 8\sqrt{2}U^2B^2 \quad (22)$$

$$\frac{BAS}{(B^2+A^2)^{1/2}} \frac{dU}{dX} + \frac{A^3US}{(B^2+A^2)^{3/2}} \frac{dB}{dX} + S \left\{ 1 + \frac{B^3U}{(B^2+A^2)^{3/2}} \right\} \frac{dA}{dX} + A \left\{ 1 + \frac{BU}{(B^2+A^2)^{1/2}} \right\} \frac{dA}{dX} = 0 \quad (23)$$

$$\left(\tan^{-1} \frac{A}{B} + \frac{BA}{B^2+A^2} \right) SBA \frac{dU}{dX} + \left\{ \tan^{-1} \frac{A}{B} + \frac{BA(A^2-B^2)}{(B^2+A^2)^2} \right\} SUA \frac{dB}{dX} + 2 \left\{ 1 + \frac{B^4U}{(B^2+A^2)^2} \right\} SA \frac{dS}{dX} + A^2 \left(1 + \frac{B^2U}{B^2+A^2} \right) \frac{dS}{dX} = 2S^{n+1} + 2UBS \quad (24)$$

(23)はただちに積分できて送気量を表す式を得る。

$$Q = \frac{\sqrt{\pi}}{2} AS \left\{ 1 + \frac{BU}{(B^2+A^2)^{1/2}} \right\} \quad (25)$$

U 、 B 、 A 、 S 、の最初の計算ステップを得るため

$$U = U_i X^h, \quad B = B_i X^i, \quad A = A_i X^j, \quad S = S_i X^k \quad (26)$$

とおけば、(21)より

$$2h+i-1=j+k \quad (27) \quad U_i^2 B_i^3 (6h+5i) = 2\sqrt{2} S_i A_i \quad (28)$$

$$U_i^2 B_i^2 (2h+i) = \sqrt{2} S_i A_i \quad (29)$$

(25)より

$$j+k=0 \quad (30)$$

$$Q = \sqrt{\pi} S_i A_i / 2 \quad (31)$$

(22)より

$$2h+3i-1=3j+k \quad (32)$$

$$U_i^2 B_i^3 (6h+5i) = 2\sqrt{2} S_i A_i \quad (33)$$

$$\text{指数の関係式(27)、(31)より}$$

$$i=j \quad (34)$$

$$(24)より$$

$$2j+k-1=k(n+1) \quad (35)$$

$$jA_i^2 = 2S_i^n \quad (36)$$

を得る。以上を整理すれば指数は

$$h = (n+1)/2(n+2), \quad i = j = -k = 1/(n+2) \quad (36)$$

各係数は

$$\begin{aligned} \gamma_0 &= A_1/B_1 = \{(3n+8)/2(n+2)\}^{1/2}, \quad A_1 = \{2(n+2)\}^{1/n+2} (2Q/\sqrt{\pi})^{n/n+2} \\ S_1 &= \{2Q^2/\pi(n+2)\}^{1/(n+2)}, \quad U_1 = (\sqrt{2}\gamma_0)^{1/2} \{2Q^2/\pi(n+2)\}^{1/2(n+2)} \end{aligned} \quad (37)$$

以上を用いて以降をRunge-Kutta法により計算を行った。次に壁面気泡噴流において大きなXでは、干渉拡散は無視できる。その時、解は次のようにおける。

$$U = U_1(\text{一定}), \quad B = B_1 X, \quad A = A_1 X, \quad S = S_1 X^{-1} \quad (38)$$

これらを基礎式に代入し整理すれば次式を得る。

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= A_1/B_1, \quad B_1 = 4\sqrt{2} (2\sqrt{\pi} + C\gamma_1^2)/\sqrt{\pi} (5-2\gamma_1^2), \quad A_1 = \gamma_1 B_1 \\ U_1 &= \gamma_1^2 B_1 / (2 - \gamma_1 B_1 \tan^{-1} \gamma_1), \quad S_1 = U_1^2 (1/\sqrt{2}\gamma_1 + 2C/\sqrt{\pi} A_1) \\ Q &= \sqrt{\pi} A_1 S_1 \{1 + (1+\gamma_1)^{-1/2} U_1\} / 2 \end{aligned} \quad (39)$$

γ_1 を与えれば、 B_1 、 A_1 、 U_1 、 S_1 、 Q は求まることになる。従って、種々の送気量に対する解は(39)で表される解に漸近することになる。

2.2 有限幅をもつ散気装置から形成される壁面気泡噴流

後述するように、実験値との比較を容易にするため無次元を次の様に変換する。

$$\begin{aligned} U &= U_0/w, \quad B = b/a_0, \quad A = a/a_0, \quad S = a_0 g \sigma_0 / \alpha w^2, \quad X = \alpha x / a_0 \\ C &= c_f / 2\alpha, \quad K_0 = K_0 \{\alpha w^2 / g a_0\}^n / \alpha a_0 w, \quad Q = g q / \alpha w^3 \\ q &= \int_0^\infty (u+w) \sigma dy \end{aligned} \quad (40)$$

これらを用いて基礎式に代入すれば、(21)~(23)、(25)は同じであり、(24)式は次のようになる。

$$\begin{aligned} \left(\tan^{-1} \frac{A}{B} + \frac{BA}{B^2 + A^2} \right) SBA \frac{dU}{dX} + \left\{ \tan^{-1} \frac{A}{B} + \frac{BA(A^2 - B^2)}{(B^2 + A^2)^2} \right\} SUA \frac{dB}{dX} + 2 \left\{ 1 + \frac{B^4 U}{(B^2 + A^2)^2} \right\} SA \frac{dS}{dX} \\ + A^2 \left(1 + \frac{B^2 U}{B^2 + A^2} \right) \frac{dS}{dX} = 2K_0 S^{n+1} + 2UBS \end{aligned} \quad (41)$$

有限幅をもつ散気装置から形成される壁面気泡噴流の解の最初の計算ステップを求めるため

$$U = U_1 X^h, \quad B = B_0 + B_1 X^i, \quad A = A_0 + A_1 X^j, \quad S = S_0 + S_1 X^k \quad (42)$$

とおく。(21)より

$$h = 1/2 \quad (43)$$

(22)より指数については(43)と同じとなる。

A_1 、 S_1 が解を持つためには(23)、(41)より

$$j = k = 1/2 \quad (44)$$

B_1 を求めるためには、さらに高次の微係数より求めなければならない。(21)、(22)より B_1 が解をもつため

$$i = 1/2 \quad (45)$$

以上の結果を整理すれば

$$\begin{aligned} h = i = j = k = 1/2, \quad \gamma_0 &= A_0/B_0 = (3/2)^{1/2}, \quad U_1 = (\sqrt{2}\gamma_0)^{1/2} (2Q/\sqrt{\pi}A_0)^{1/2} \\ A_1 &= \{\gamma_0/(1+\gamma_0^2)^{1/2} - \tan^{-1} \gamma_0 - \gamma_0/(1+\gamma_0)\} B_0 U_1, \quad S_0 = 2Q/\sqrt{\pi}A_0 \\ S_1 &= \{\tan^{-1} \gamma_0/\gamma_0 + 1/(1+\gamma_0^2) - 2/(1+\gamma_0)^{1/2}\} S_0 U_1 \\ B_1 &= 4\gamma_0 A_1 / 7 \end{aligned} \quad (46)$$

Q および A_0 を与えれば、 U 、 B 、 A 、 S の最初の計算のステップの値は求まることになる。以降は、線源と同様、Runge-Kutta法により計算を行った。なお有限幅を持つ散気装置から形成される壁面気泡噴流を以後、面源壁面気泡噴流と称す。

3. 実験装置と実験方法

実験装置を Fig. 2 に示す。用いた水槽は、長さ 4m、深さ 1m、幅 0.6 m、の片面ガラス張りの鉄製水槽である。水槽中央部 2 m の区間に長さ 2 m、高さ 0.9 m のアクリル板 2 枚を使用して水槽有効幅を 0.4 m に縮めた。水槽幅方向を仕切るのに用いたアクリル板の片側は閉端としこれを壁面とした。もう一方の片側は開端になっておりこの端より水流の通過は自由である。これにより水槽全体が、貯水槽の役割を果たし、気泡噴流によって

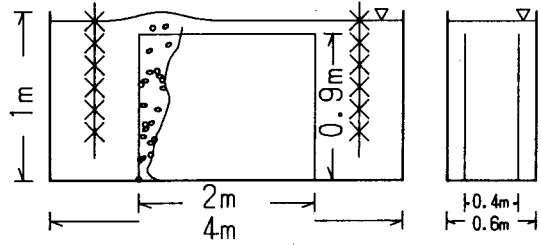


Fig. 2 Experimental apparatus

水槽内に生ずる循環流を極力押さえた。更に水槽両端付近にタワンを設置して大きな表面流を小さくした。実験に使用した散気装置は内径 0.2 mm のステンレスパイプ 100 本を 4 mm 間隔に一列に配置されてできている。また有限幅を持つ散気装置は線源と同じステンレスパイプを用い、1 cm 間隔に 6 列に配置した。これら散気装置は壁面に接触して置かれている。エアーコンプレッサーより送気し、散気装置に導き、気泡を発生させた。得られた気泡の大きさはおよそ 4 mm であった。途中、流量計を設置し、送気量を測定した。実験は Table 2 に示すように、散気装置 2 種類、送気量は 2 倍のステップで変化させて 4 通り、計 8 種類に対して行った。平均流速はフォトランジスターで検出するプロベラ流速計を用いて、1 点 30 秒間、壁面より 3 mm の地点より 5 mm の間隔で噴流断面に渡って計測した。気泡密度分布は、ボイドセンサーで計測し、流速計測と同じ間隔で測定された。ボイドセンサーは、気泡との接触回数および接触時間の累計を測定するものであって、これより平均気泡密度を求めることが出来る。乱れの測定にはホットフィルムなどのセンサーを用いるのが普通である。しかし、気泡噴流のような混相流では、このようなセンサーを用いることはできない。考えられる手法の一つにプロベラ流速計がある。プロベラ流速計の回転変動を測定することにより、乱れを計測することが可能となる。自由気泡噴流において、広い範囲で $-5/3$ 乗則に従う領域を確認することができ、その応答も良好と思われる。この結果、小さな乱れまで検出することはできないが、この方法も乱れ計測の一つの手法と考えられる。計測に用いたプロベラ流速計は翼径 3 mm の 8 枚羽根からなり、1 回転に 8 パルス出力する。各パルス間の経過時間を測定し、流速変動を算定した。なお、計測時間は 1 測点につき 1 分間である。

Table 2 Experimental conditions and results

	bubble plume from line source					bubble plume from extended source of limited width $D = 5 \text{ cm}$				
	RUN 0	RUN 1	RUN 2	RUN 3	RUN 4	RUN 0	RUN 1	RUN 2	RUN 3	RUN 4
$q \text{ cm}^3/\text{s}$	6.67	1.67	3.33	6.67	13.3	6.67	1.67	3.33	6.67	13.3
C_f	0	0.055	0.045	0.046	0.047	0	0.049	0.041	0.046	0.047
α	0.03	0.023	0.023	0.023	0.024	0.33	0.022	0.021	0.023	0.023
K_o	10	6	8	10	10	10	6	6	8	10
n	1 / 2					1 / 2				
u_o/u_{oo}	—	0.88	0.92	0.96	0.91	—	0.99	1.05	0.96	0.96
b_o/b_{oo}	—	0.85	0.77	0.80	0.83	—	0.83	0.77	0.85	0.82
σ_o/σ_{oo}	—	1.21	1.69	1.72	1.47	—	1.42	1.70	1.35	1.34
a_o/a_{oo}	—	0.76	0.67	0.68	0.73	—	0.71	0.69	0.74	0.69

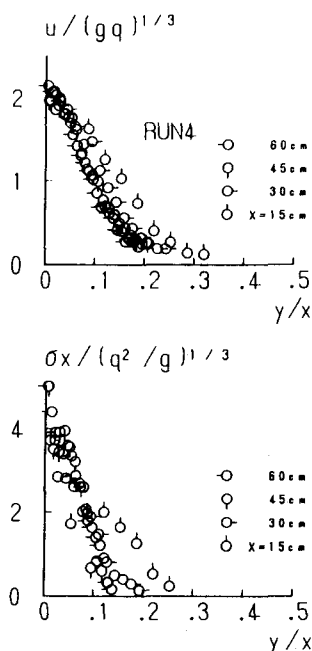


Fig. 3 Profiles of mean velocity and air volume fraction for line source

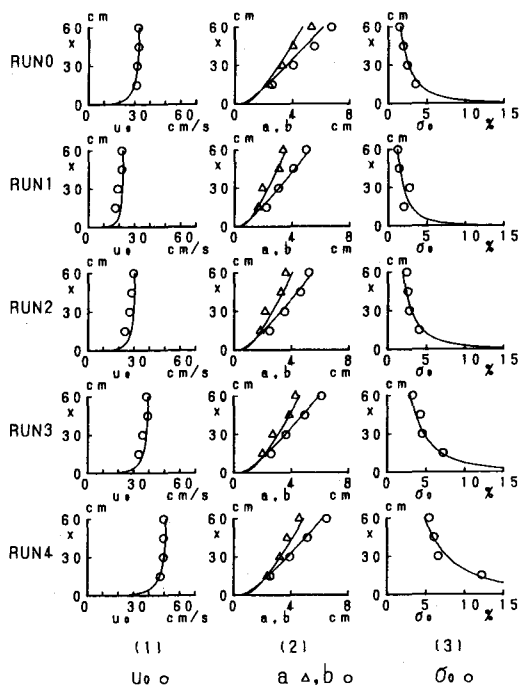


Fig. 4 Observed and predicted variations of u_0, b, a and σ_0 with distance from line source

4. 実験と理論の比較

Fig. 3 に線源壁面気泡流の実験結果の例を示す。壁面気泡噴流の流速分布、気泡密度分布とも壁面近傍を除けばガウス分布を示す。なお流速は、 $u/(gq)^{1/3}$ 、気泡密度は、 $\sigma_x/(q^2/g)^{1/3}$ で横方向は y/x で無次元化して表している。理論解析との比較を容易にするため、実験より得られた分布をガウス分布に仮定して u_0, b, σ_0, a を求め、高さ x に対してプロットした。その結果を Fig. 4 に示す。実験値に最も良く一致するように、 K_0, α, Cf を決定した。その係数を用い理論解を求め、その結果を Fig. 4 中に実線で示す。Fig. 4 (1) に高さ x に対する流速 u_0 の変化を示す。流速は干渉拡散の影響より $x^{3/10}$ に比例して増大し、その後乱流拡散が支配的となるが、送気量と壁面抵抗により決定される一定値へと漸近する。Fig. 4 (2) に幅 b を高さ x に対して示す。幅 b は $x^{2/3}$ に比例して増大するが、流速 u の加速が減少するにつれて b は直線的に増大する。同じ図中に幅 a の変化を示す。 a は b と同じ傾向をもつ。気泡の密度変化 σ_0 を Fig. 4 (3) に示す。気泡密度は干渉拡散のため $x^{-2/3}$ に比例して減少し、その後乱流拡散が卓越するため x^{-1} となる。なお RUN 0 の実線はガウス分布を仮定して、本理論より求めた自由線源気泡噴流の解であり、実測値とのかかなりの一致が見られ、1 次モーメントによる解と大きな差はない。⁸⁾

面源壁面気泡噴流の実験結果を Fig. 5 に示す。線源壁面気泡噴流と同様、壁面近傍を除けば、ガウス分布形を示す。Fig. 6 は Fig. 4 と同様 u_0, b, σ_0, a の x 方向に対する変化を示す。理論値と実験値の比較を行うため、 a_0 を決定しなければならない。数値計算において $X=0$ で $A_0=1$ とおいた。従って $x=0$ で $a=a_0$ となる。気泡密度分布がガウス分布でなくて一様分布であることを考慮して、気泡滞留量とそのモーメントを一致させる。散気板幅を D とし一様分布の気泡密度を T とすると

$$\int_0^D \sigma_0 \exp(-y^2/a_0^2) dy = \sqrt{\pi} \sigma_0 a_0 = TD \quad (47)$$

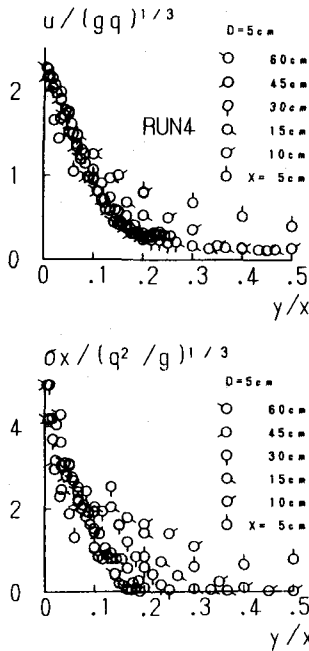


Fig. 5 Profiles of mune velocity and air volume fraction for extended source of limited width

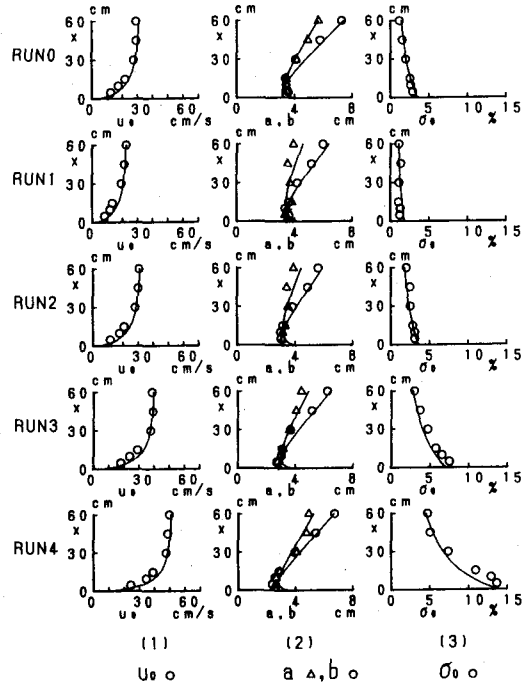


Fig. 6 Observed and predicted variations of u_0 , b , a and σ_0 with distance from extended source of limited width

$$\int_0^{\infty} \sigma_0 y \exp(-y^2/a_0^2) dy = a_0^2 \sigma_0 / 2 = TD^2 / 2 \quad (48)$$

$$a_0 = \sqrt{\pi D} / 2 \quad (49)$$

を得る。この値を用い、実験結果と最も一致するように K_0 、 α 、 C_f の値を決定する。これらの値を用い計算を行い、その結果を、Fig. 6 に実線で示す。Fig. 6 (1) に流速 u_0 を高さ x に対して示す。流速 u_0 は $x^{1/2}$ に比例して増大し、加速され一定値に漸近する。Fig. 6 (2) に流速分布の幅 b の x に対する変化を示す。流速分布の幅 b は $x = 0$ で、 $\sqrt{\pi D} / 2 f_0$ の大きさを持ち、その後 $B_0 + B_1 x^{1/2}$ (B_1 は負) に従って減少するが、流速 u の加速が減少するにつれて、 b は直線的に増大する。同じ図中に示している気泡密度分布の幅 a は $x = 0$ で $\sqrt{\pi D} / 2$ の大きさを持ち、 $A_0 + A_1 x^{1/2}$ (A_1 は負) に従って減少する。その後 b と同様、増大に転じる。 x の小さな所で b と a は交差する。Fig. 6 (3) に気泡密度 σ_0 の x に対する変化を示す。気泡密度はある値より始まり $S_0 + S_1 x^{1/2}$ (S_1 は負) に従って減少しその後乱流拡散が卓越して x^{-1} に比例する。RUN 0 は線源と同様、有限幅を持つ散気装置から形成される自由気泡噴流の理論値と実験値である。以上線源および有限幅をもつ散気装置から形成される気泡噴流について実験と理論の比較を行った。その結果を Table 2 に示す。Table 2 より

$$C_f = 0.047, \quad K_0 = 8, \quad \alpha = 0.023 \quad (50)$$

前後の値をもつものと考えられる。抵抗係数 C_f の値は、Schwarzらによって得られた値に比べて、かなり高くおよそ4倍である。この理由は、壁面に形成される境界層が、気泡群によって壊されることにあると考えられる。壁面気泡噴流で得られた干渉拡散係数 K_0 および乱流拡散係数 α の値は、自由気泡噴流に比べて、干渉拡散係数はおよそ8割であり、また乱流拡散係数はおよそ7割である。この理由は壁面により横方向の拡

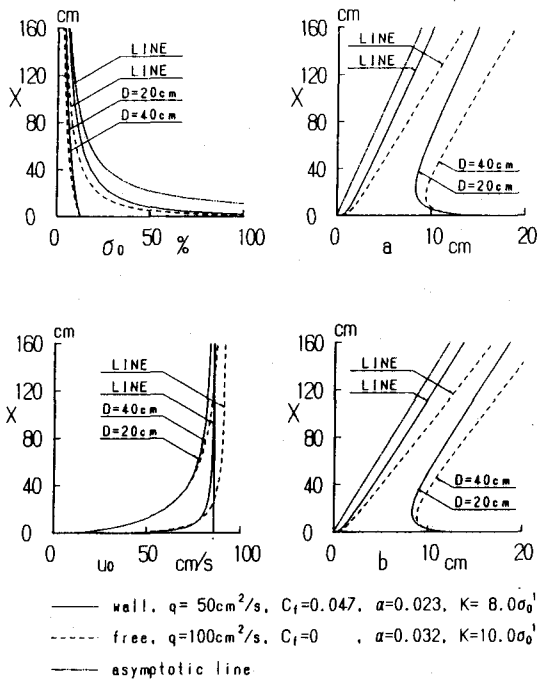


Fig. 7 Comparisons of wall and free air Bubble plume

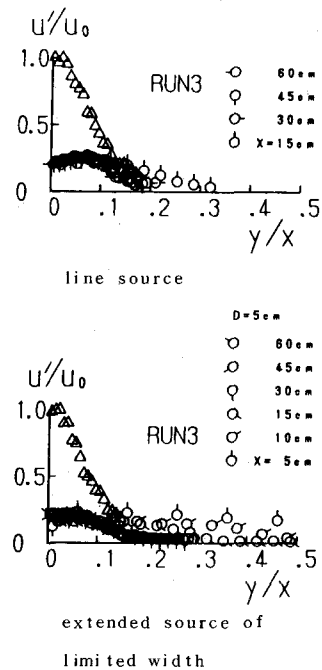


Fig. 8 Distributions of turbulent intensity (Δ mean velocity)

散が制約されるためである。Table 2 の u_0/u_{00} , b_0/b_{00} , σ_0/σ_{00} , a_0/a_{00} は高さ 60 cm での実験値を用いて自由噴流との比較を行ったものである。ただし、自由気泡噴流の送気量は壁面気泡噴流の送気量の 2 倍である。その結果およそ流速比は 0.95、流速分布の幅の比は 0.8、気泡密度の比は 1.5、気泡密度分布の幅の比は 0.7 が得られた。

散気装置を水槽片側に据えて壁面気泡噴流を形成させる場合と、水槽中央に据えて自由気泡噴流を形成させる場合とを比較する。前報の結果を利用して、自由噴流での干渉拡散係数、乱流拡散係数の値を $K_0=10$ 、 $\alpha=0.032$ とする。また散気装置の幅 D を壁面気泡噴流では 20 cm、送気量は 50 cm^3/s とする。自由気泡噴流は壁面の影響がなく左右に広がる。散気装置幅は 40 cm、送気量は 100 cm^3/s とし、得られた流速分布等の半幅と壁面気泡噴流とを比較する。計算結果を Fig. 7 に示す。Fig. 7 に示す実線は、壁面気泡噴流の解を表し、点線は自由気泡噴流の解を示す。線源より形成される壁面及び自由気泡噴流は面源気泡噴流に比べて流速は速く一定値に近づく。この結果気泡の滞留時間から比較すれば、面源気泡噴流が有利となる。次に面源において壁面気泡噴流は自由気泡噴流と比較して、流速については少し下回るが、流速分布幅の広がりはかなり低下することになる。しかし、曝気槽での散気は全槽に亘る循環流の発生もその目的の一つであることから、自由気泡噴流が壁面気泡噴流に比べて有利となることが考えられる。Fig. 8 に乱れ強度分布を示す。縦軸は、変動流速を断面最大流速 u_0 で、横軸は、壁からの距離を散気装置からの高さで無次元化して表したものである。したがって、線源および面源壁面気泡噴流とも今回の実験範囲では、いずれも $x=30\text{ cm}$ 以上の分布形状は各々ほぼ一致するが、それより低い位置での分布形状はそれらに比較して差が認められる。このことは、 $x=30\text{ cm}$ 以上では u_0 がほぼ一定とみなされ、噴流幅も直線的に変化することに対応している。乱れ強度分布は断面最大流速の $1/2$ となる流速値をとる位置すなわち半幅付近でピークをもつ。その値は最大流速の

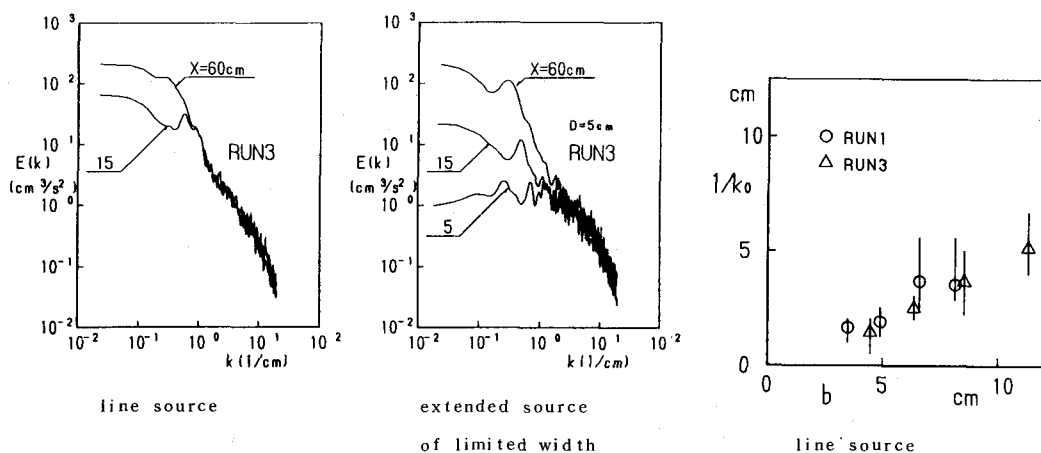


Fig. 9 (1)

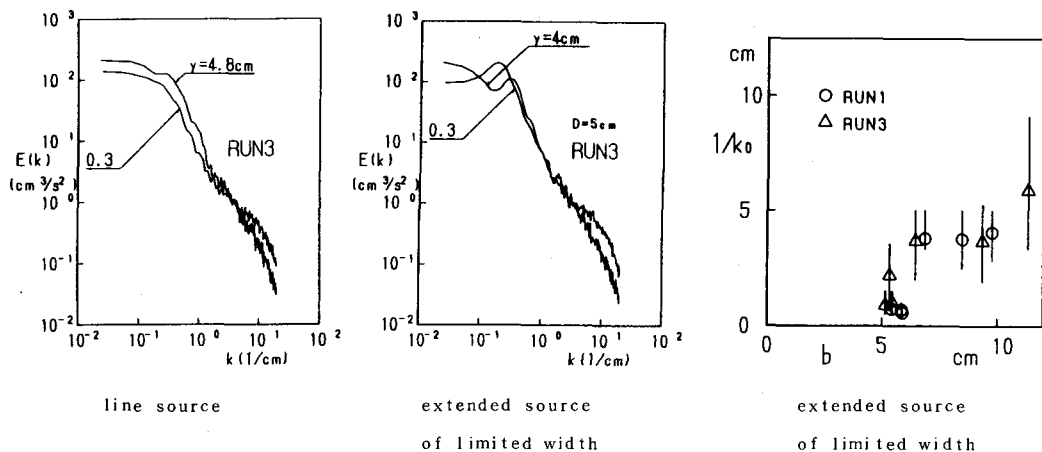


Fig. 9 (2)

Fig. 9 Energy spectra

Fig. 10 Variations of $1/k_0$ with b

25%程度であり、自由気泡噴流とほぼ一致する。

Fig. 9 に壁から 3 mm 及び半値幅付近で計測した乱れのエネルギー Spektral を高さに対して比較したものが Fig. 9 (1) である。波数の低い所では高さとともに Spektral の値が高くなる。これは噴流としての発達に伴うものであり、その傾向は面源気泡噴流の図より明らかである。両図より $-5/3$ 乗則に従う領域を確認することができた。Fig. 9 (2) は壁から 3 mm と半値幅でのエネルギー Spektral を比較したものである。低波数では壁近傍と半値幅近傍の Spektral の傾向はほぼ同じであるが、高い波数では壁近傍の Spektral の値が高い。プロペラの回転に与える壁の影響が問題となるが、乱れの 2 重構造を示していると思われる。 $-5/3$ 乗則に従う最小波数を Spektral 図より読み取り、その逆数を幅 b に対してプロットした結果を Fig. 10 に示す。線源壁面気泡噴流においては、両者の間に比例関係があると思われる。しかしながら、面源壁面気泡噴流では、線源で見られるような関係は得られなかった。このことも又、散気装置からの高さが小さな所では噴流としての発達が十分でないことを示していると考えられる。

5. 結論

線源及び有限幅をもつ散気装置から形成される2次元壁面気泡噴流について実験的に、流速分布、気泡密度分布にガウス分布を仮定して理論的に検討を行った結果次のことが明らかとなった。

- 1) 壁面気泡噴流の流速分布、気泡密度分布にガウス分布を適用してもその性質を十分表すことができた。
- 2) 壁面気泡噴流の抵抗係数 C_f は均相の壁面噴流の場合の約4倍である。
- 3) 乱流拡散係数 α は自由気泡噴流の約7割であり、干渉拡散係数は、自由気泡噴流の約8割となった。
- 4) 曝気槽における散気装置の設置は曝気槽中央底部が有利である。
- 5) 乱れ強度は半値幅付近でピークを示し、その大きさは最大流速の約25%であった。エネルギースペクトルは $-5/3$ 乗則に従う領域を確認した。

6. 参考文献

- 1) 北野義則、栗谷陽一：有限幅を持つ2次元散気装置から形成される気泡噴流
衛生工学研究論文集 24巻 1988
- 2) 北野義則、栗谷陽一：上向流中での気泡噴流 土木学会論文集, No. 399/II-10, 1988
- 3) Glauert, M. B.: The Wall jet, J. Fluid Mech. 1, 1956
- 4) Schwarz, W. H. and Cosart, W. P.: The two-dimensional turbulent wall-jet,
J. Fluid Mech. 10, 1961
- 5) Ellison, T. H. and Turner, J. S.: Turbulent entrainment in stratified flows,
J. Fluid Mech. 6, 1959
- 6) 椿東一郎、小松利光、松尾真治：成層剪断流における乱れと連行現象
九大工学集報 50巻6号 1977
- 7) 福嶋裕介、福永和久、早川典夫：鉛直壁面密度噴流に関する研究
第28回水理講演会論文集 1984
- 8) 北野義則、栗谷陽一：線源気泡噴流の性質 第31回水理講演会論文集 1987