

(8) SMAC による藻類回収トラップのシミュレーション

Simulation on a removal of floating matter by a algae trap

山崎惟義*, 栗谷陽一**, 津野崎浩子*, 松田有弘*

Koreyoshi YAMASAKI*, Youichi AWAYA**, Hiroko TSUNOZAKI*, Kunihiro MATSUDA*

ABSTRACT: A removal of floating matter by a algae trap is caused by transport of the matter into the trap by overtopping wave. To simulate this process, a surface tension was introduced into the Simplified Marker and Cell method. The simulation shows that the removal is strongly accelerated by surface tension. This acceleration is also shown by experiments.

KEYWORDS: Algae removal, Simulation, Surface tension

1. 諸 論

著者らは、湖沼での現場実験、室内実験を通じて藻類回収トラップによるアオコの回収効果を確認した。¹⁾ この回収効果はアオコの浮上、吹送流による吹き寄せ、越波によるトラップ内への流入およびトラップ内での分離による。越波による流入以外の過程に関してはすでに多くの知見が得られているので、著者らは越波によるアオコの流入について検討した。

岡田ら²⁾ によれば、アオコの分布は時間的変動があるが、表面近く（数mm程度）に高濃度に集積することが知られている。そこで本研究ではアオコは表面のみに存在していると考え、以下この粒子（水面粒子と呼ぶ）について検討する。越波による輸送に関しては、水面粒子は水と同一の運動ををするとする。このように仮定すると、越波に伴って流れる水粒子が追跡できればアオコの流入過程は決定される。

越波に関して吉川らはせきの越流として解析している。³⁾ 著者らはこの結果を用い、さらに流れをポテンシャル流として検討したが、実験ではこの解析による結果より水面の粒子が数倍多くトラップ内へ流入した。このように前記の解析法では実験結果を十分説明することができなかった。⁴⁾

このことは越波流量が小さい場合には、越波による表面張力の変化が粒子の流入を促進するためと考えられた。そこで、ここではこれらを考慮した解析を行った。表面張力を導入するためには粘性を考慮する必要がある、このためにはナビア・ストークスの方程式を解く必要がある。またアオコのトラップ内への流入を検討するためには、粒子の運動を追跡する必要がある。そこでここではこのような解析に便利な SMAC 法⁵⁾ を用いた。SMAC 法の原形では表面張力の影響を検討することができないのでこれに若干の修正を加えた。この修正した SMAC 法により越波による水および表面粒子の移動を解析した。

また、解析結果と実験結果とを比較検討した。

2. SMAC への表面張力の導入

界面活性物質が溶解している場合、越流水深の小さなせきの流れでは、せきに近づくにつれて表面が異常に加速されることが知られている。⁶⁾ これは次のように理解されている。

*福岡大学工学部土木工学科 (Dept. of Civil Eng., Fukuoka Univ.)

**九州大学工学部水工土木教室 (Dept. of Civil Eng. (Suikou), Kyushu Univ.)

表面の流れは、上流側からせきに近づくにつれて流速が速くなる。すなわち、流下するに従って表面が引き伸ばされる。そのため、表面に吸着されていた界面活性物質の単位面積当りの吸着量が減少する。一方、界面活性物質は水の表面張力を減少させる。この減少量は単位表面に吸着されている界面活性物質の量の増加とともに増加する。

すなわち、せきに近づくにつれて表面は引き伸ばされ、界面活性物質の吸着量が減少する。このため、上流側に比較し、せき近くでは表面張力が増加する。このように上流側の表面張力が弱く、下流側の表面張力が強い場合には、上流側の表面が下流側へ引っ張られる。このことは表面に下流方向に剪断応力が作用したのと同じ効果になる。結果的に、表面がせきに近づくに従って表面が（水塊に比較して）より多く加速される。

越波による流れにおいても同様の加速現象が生じ、これが表面粒子のトラップ内への流入を促進するものと考えられる。しかし、せきの越流に比較し、越波の流れは非定常の非常に複雑な流れとなる。このような水表面を有する流れの解析手法としては、2次元ナビエ・ストークス方程式の数値解法で、水粒子の追跡をその解析手法の中に含む手法の一つである SMAC 法が便利である。

そこでまず SMAC 法の概要を述べ、次に SMAC 法への表面張力の導入について述べる。

2-1 SMAC 法の概要

SMAC 法では 2 次元ナビエ・ストークスの方程式と連続の式を次のように差分化する。⁵⁾（図 1 参照）

$$\begin{aligned} \frac{u^{n+1}_{i+1/2j} - u_{i+1/2j}}{\delta t} = & \frac{u_{i+1/2j} u_{i-1/2j} - u_{i+3/2j} u_{i+1/2j}}{\delta x} \\ & + \frac{u_{i+1/2j-1/2} v_{i+1/2j-1/2} - u_{i+1/2j+1/2} v_{i+1/2j+1/2}}{\delta y} \\ & + \frac{\theta_{ij} - \theta_{i+1j}}{\delta x} + F_{x_{i+1/2j}} + \nu \left\{ \frac{1}{\delta y^2} (u_{i+1/2j+1} + u_{i+1/2j-1} - 2u_{i+1/2j}) \right. \\ & \left. - \frac{1}{\delta x \delta y} (v_{i+1j+1/2} - v_{i+1j-1/2} - v_{i+1j/2} + v_{i-1j/2}) \right\} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{v^{n+1}_{ij+1/2} - v_{ij+1/2}}{\delta t} = & \frac{u_{i-1/2j+1/2} v_{i-1/2j+1/2} - u_{i+1/2j+1/2} v_{i+1/2j+1/2}}{\delta x} \\ & + \frac{v_{ij+1/2} v_{ij-1/2} - v_{ij+3/2} v_{ij+1/2}}{\delta y} \\ & + \frac{\theta_{ij} - \theta_{ij+1}}{\delta y} + F_{y_{ij+1/2}} + \nu \left\{ \frac{1}{\delta x^2} (v_{i+1j+1/2} + v_{i-1j+1/2} - 2v_{ij+1/2}) \right. \\ & \left. - \frac{1}{\delta x \delta y} (u_{i+1/2j+1} - u_{i-1/2j+1} - u_{i+1/2j} + u_{i-1/2j}) \right\} \end{aligned} \quad (2)$$

$$D_{ij} = \frac{u_{i+1/2} - u_{i-1/2}}{\delta x} + \frac{v_{j+1/2} - v_{j-1/2}}{\delta y} (=0) \quad (3)$$

ここで x は水平方向, y は鉛直上向, t は時間の座標, u, v は x -方向, y -方向の流速, θ は圧力を密度で割った値, $\delta x, \delta y, \delta t$ は x, y, t の差分きざみ, ν は動粘性係数, F_x, F_y は x, y 方向の単位体積当りの質量力, u^{n+1}, v^{n+1} は $n+1$ 時間の u, v の値である。

SMAC 法では次のようなスキームにより u, v を求める。

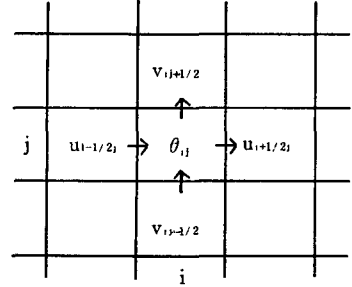


Fig.1 The location of the all variables in a SMAC cell

- (I) (1), (2)式の θ として圧力が与えられる境界でその圧力, 他の点では適当な値を代入する。
- (II) 境界上 (自由表面を含む) の u, v を境界条件を満足するように決定する。
- (III) 流体内部の u, v を初期条件を満足するように決定する。
- (IV) 以上の u, v と (1), (2)式により流体内部で u^{n+1}, v^{n+1} を計算する。ただし, この段階で u^{n+1}, v^{n+1} は (3)式の $D_{ij}=0$ を満足するとは限らない。
- (V) $u_F = \partial \phi / \partial x + u^{n+1}, v_F = \partial \phi / \partial y + v^{n+1}$ (ここで u_F, v_F は最終的な流速とする。) で速度ポテンシャル ϕ を定義する。
- (VI) 上記の u_F, v_F を (3)式の u, v に代入し (3) = 0 を満足するような ϕ を計算する。
- (VII) (VI)で求めた ϕ を (V)の ϕ に代入し u_F, v_F を求める。
- (VIII) 流体内の u, v に u_F, v_F を代入する。
- (IX) (VIII) の u, v により境界の u, v を求める。
- (X) この流速を用いて, 表面および水中粒子の追跡を行う。この方法は Anthony ら⁵⁾ によって詳細に述べられている。

以下 (IV) - (X) を繰り返し計算する。

2-2 表面張力勾配による剪断応力の導入

(A) 基礎概念

表面セル [(i, j) セル] において, (1)式の右辺第4項 (粘性項) の $u_{i+1/2}$ を

$$u_{i+1/2} = u_{S,i+1/2} \quad (4)$$

とおき, 表面張力を考慮し次のように修正する。ここでは同一 i セル列に含まれる表面を i 表面と呼ぶ。(図2参照) 2次元空間 (x, y) において, 表面張力の表面方向の空間分布によって発生する表面での剪断応力は鉛直方向の流速と剪断応力を無視すると

$$\tau = \frac{\partial}{\partial x} \left(= \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (5)$$

τ 剪断応力

γ 表面張力
 x 水平方面の座標
 y 鉛直上向きの座標
 u x 方向の流速

と表わされる。

(B) 表面の伸びと表面張力との関係

一般に界面活性物質が溶解していると表面張力は界面活性物質の濃度が増すとともに減少する。

この関係は Szyszkowski⁷⁾ によって

$$\gamma = \gamma_0 - \kappa \log(1 + \alpha C) \quad (6)$$

γ_0 溶媒の表面張力
 α, κ 定数
 C 界面活性物質の濃度

と与えられ、 $\alpha C \ll 1$ (希薄溶液) なら

$$\gamma = \gamma_0 - 0.4343 \kappa \alpha C \quad (6)'$$

となる。⁸⁾

一方界面活性物質は表面に吸着されており、単位面積当りの表面吸着量 Γ は Gibbs の吸着等温式によって⁸⁾

$$\Gamma = -\frac{1}{RT} \cdot \frac{\partial \gamma}{\partial \ln C} = -\frac{C}{RT} \cdot \frac{\partial \gamma}{\partial C} \quad (7)$$

R 気体定数
 T 絶対温度
 $\Gamma = M/A$
 M 界面活性物質吸着量 (表面積 A 内の表面の)
 A 面積 $A = wL$
 L 長さ
 w 奥行 (2次元で考えると $w=1$)

と与えられるとする。(6)'より C および $\partial \gamma / \partial C$ を求め、これを(7)式に代入すると Γ と γ との関係式が次のように求まる。

$$\gamma = \gamma_0 - RT\Gamma \quad (8)$$

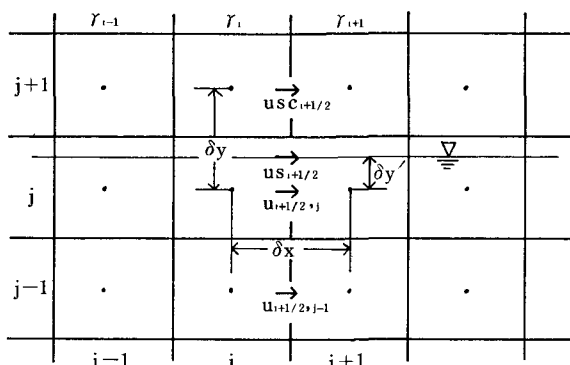


Fig.2 The location of the cell variables near the surface

t=0 では吸着平衡に達しており，界面活性物質は表面に均一に吸着されていたとすると

$$\gamma = \gamma_0 - RT\Gamma^* \frac{\Gamma}{\Gamma^*} = \gamma_0 - K \frac{\Gamma}{\Gamma^*} \quad (9)$$

$$K = RT\Gamma^*$$

となる。ただし， Γ^* は t=0 における単位面積当りの吸着量

(C) 表面境界セルでの水平流速の計算

表面の伸縮によって表面に吸着されていた界面活性物質の吸着平衡がこわれ，界面活性物質の船直方向の輸送が生じるが，ここでは問題を単純化するためこの検討は行わなかった。(5)式を差分表示すると（図2参照）

$$\tau = \mu \frac{\partial u'}{\partial y'} = \frac{\partial \gamma}{\partial x} \quad (10)$$

$$\partial u' = u_{S(i+1/2)} - u_{i+1/2}$$

$u_{S(i+1/2)}$ 表面の流速

$u_{i+1/2}$ 表面セル右壁中心の流速

$\partial y'$ 表面セルの中心から表面までの鉛直距離

μ 粘性係数

$$\begin{aligned} \partial \gamma &= \gamma_{i+1} - \gamma_i \\ &= \gamma_0 - K\Gamma_{i+1}/\Gamma^* - (\gamma_0 - K\Gamma_i/\Gamma^*) \\ &= K(\Gamma_i - \Gamma_{i+1})/\Gamma^* \end{aligned} \quad (11)$$

ただし γ_i, γ_{i+1} は i, i+1 表面の表面張力， Γ_i, Γ_{i+1} は i, i+1 表面に吸着されている界面活性物質の単位面積当りの量

ここで Γ_i を次のように評価する。まず，初期の水表面に均一にマーカー粒子を与える。この粒子を表面粒子と呼ぶ。各時間ステップでこれらの粒子をラグランジュ的に追跡する。1つのセル中に含まれる表面粒子の数を数えることによって， Γ_i は次式で計算される。

$$\Gamma_i = n_i \Gamma_0 / N \quad (12)$$

n_i iセルに含まれる表面粒子の数

N 1セル当りの初期の表面粒子数

Γ_0 初期に単位面積の表面に吸着されていた界面活性物質量

(12)式を(11)式に代入すると

$$\delta\gamma = K \{ n_i / N - n_{i+1} / N \} = K (n_i - n_{i+1}) / N \quad (13)$$

10, 13 式より $\delta\gamma'$ は

$$\delta u' = \frac{\delta\gamma \delta y'}{\mu \delta x} = \frac{K \delta y'}{\mu N \delta x} (n_i - n_{i+1}) \quad (14)$$

また

$$\frac{\delta y}{\delta y'} = \frac{\delta u}{\delta u'} \quad (15)$$

$$u_{SC1+1/2i} = u_{i+1/2i} + \delta u$$

$u_{SC1+1/2i}$ 表面セル右壁中心での流速 (図 2 参照)

とすると δu は次式で表される。

$$\delta u = \frac{\delta y}{\delta y'} \delta u' = \frac{K \delta y'}{\mu N \delta x} (n_i - n_{i+1}) \frac{\delta y}{\delta y'} = \frac{K \delta y}{\mu N \delta x} (n_i - n_{i+1}) \quad (16)$$

これによって表面活性物質の濃度勾配による剪断応力が作用する場合の表面境界セルの流速が得られ、SMAC の計算が実行できる。

2-3 計 算

(A) 計算領域

計算領域と初期流体配置を図 3 に示した。

(B) 境界条件

波のような周期的な流れの場合、固体壁近くでは、いわゆるレーリー問題⁹⁾と同様な流れになると考えられる。このような流れでは、壁から少し離れると壁の影響がほとんどなくなるので、全ての壁は計算の容易な自由滑りとした。水表面については前述の剪断応力を与えた。せきを越えた部分については圧力を 0 とし表面張力は考慮していない。

(C) 初期条件

初期条件としては全ての流体の流速を 0 とおいた。

(D) 表面張力減少量

表面張力の減少量として式 16 中の K を $0.0 \sim 2.0 \text{ dyn/cm}$ の範囲で計算した。

(E) セルのメッシュおよびマーカー粒子の初期配置

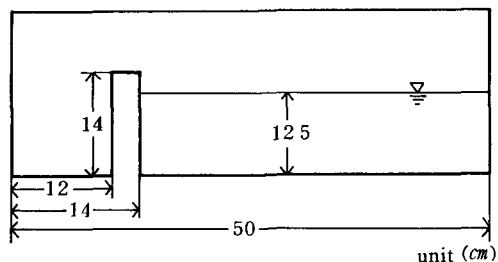


Fig.3 The initial fluid configuration

セルのメッシュは $1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$ ，初期のマーカ粒子の配置は前報¹⁰⁾に示した。

(F) 波の発生

所定の波高の波を発生させるために最初の時間ステップの間，圧力を表面に適当な振幅，波長 36 cm ，原点をせきと水面の交点とした $\cos$ 関数で与えた。波高を変化させるため，いく通りかの振幅の圧力を与えた。

(G) その他

流体の動粘性係数は $0.01\text{ cm}^2/\text{s}$ ，重力加速度は y 軸方向に -980 cm/s^2 とし，計算の時間きざみは原 SM AC 法⁵⁾によった。第3波までの時間ステップは $273\text{ (}K=0.5\text{ dyn/cm)} \sim 353\text{ (}K=2.0\text{ dyn/cm)}$ ステップであった。

3. 解析結果

ここでは一部の計算を除いて第3越波までの計算を行った。また，水面粒子は表面粒子の運動と同一の運動をするとした。その結果は次の通りである。

3-1 越波に伴う水の流れ

越波に伴う水の流れは前報に示した¹⁰⁾。

3-2 越波量

表面張力が減少しない場合 ($K=0\text{ dyn/cm}$) について，第1回の越波が生じた後，どれだけの水量が越流したかを越波したマーカ粒子の数より求めた。これを各波高ごとに図4に示した。同図に吉川³⁾の試算式の曲線も合わせて書き入れた。この図から分るようにシミュレーションの結果は k が 0.5 の場合にほぼ等しい結果となっている。このことから，第1越波に関しては本シミュレーションで十分な精度が得られていると言える。

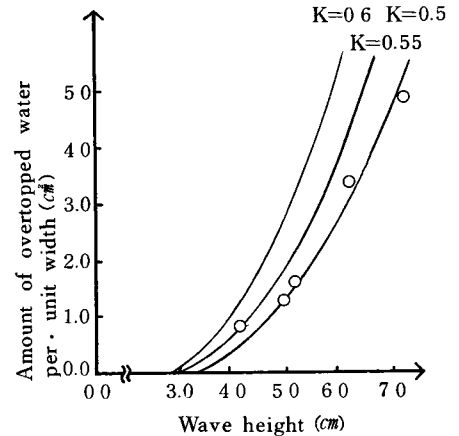


Fig.4 The amount of overtopped water after one cycle (Simulation)

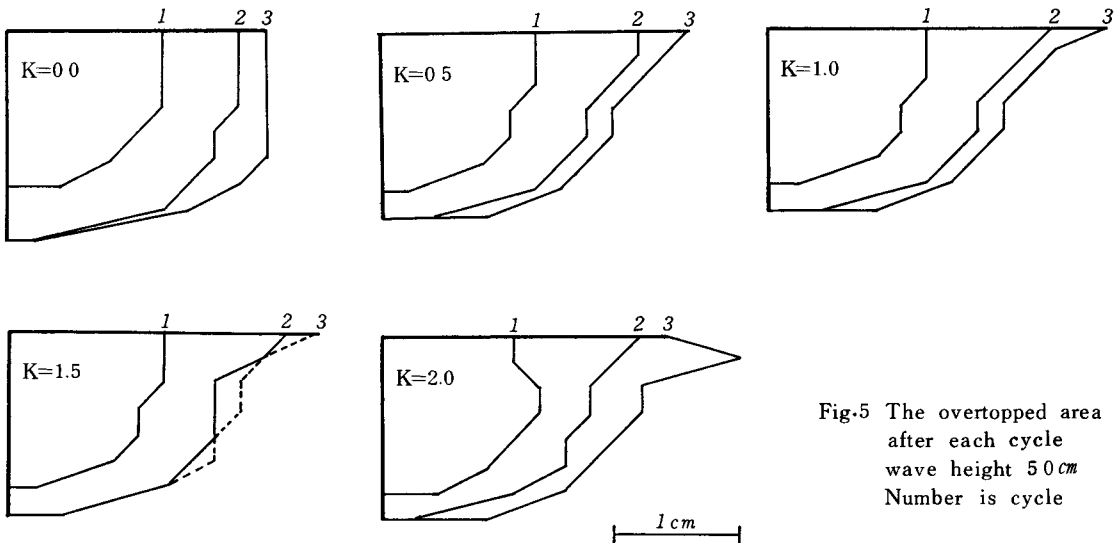


Fig.5 The overtopped area after each cycle
wave height 50 cm
Number is cycle

3-3 越波した水の初期の位置

越波した全てのマーカー粒子を時間的に逆に追跡することにより、越波した水の初期位置を求め、波高が 5.0 cm の時の結果を図 5 に示した。

この図から分るように、第 1 回の越波後では K に関係なくほぼ $1/4$ 円状の領域にあった水が越流している。第 2 回越波後では K が 0 dyn/cm の場合は第 1 回目とはほぼ同心円状の領域が越流している。 K が 0.5 dyn/cm 以上では表面がより多く越流している。第 3 越波後では K が 0 dyn/cm の場合も若干表面がより多く流入しているかに見える。 K が 0.5 dyn/cm 以上の場合は 2 回目と比較し更に表面が多く越流している。

3-4 越波回数と越波量

越波回数の増加に伴ってどれだけの量が越波するかを見るために、横軸に越波回数、縦軸に累加越波量をとって図 6 に示した。この図から分るように 1, 2 回目の越波ではほぼ等しい越波量が得られているが、3 回目では越波量がかなり減少している。すなわち、2 回目までは周期的な波の場合とはほぼ等しい越波をシミュレーションできたと考えられる。しかし、3 回目ではそれから若干のずれが生じていると思われる。図 3 の計算領域に示したように、この計算では無限遠から進行してくる進行波の越波ではなく、タンク内の定在波を計算している。また、初期を除いては外部からエネルギーを与えていない。したがって、越波によって波のエネルギーがタンクから外へ出ていくとタンク内のエネルギーが減少し、越波の回数が増すに従って越波量が減少していくものと考えられる。

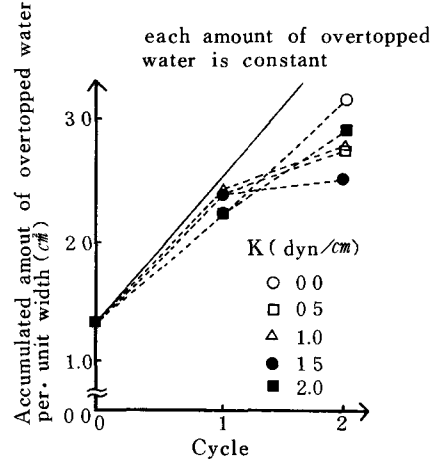


Fig.6 Overtopped cycle V.S. accumulated amount of overtopped water (Simulation)

3-5 越流領域の深さ

i 回目の越波で流入した領域についてその (x, y) 平面上の面積を A_i 、流入した表面の長さ L_i とし、 $h_i = A_i / L_i$ をとるとこれは各越波によって流入した領域の深さと考えられる。(A_i は i 回目越波後の越波した水のマーカー粒子より求め、 L_i は同様の表面粒子から求める。) この h_i を縦軸に、横軸に越波の回数をとって図 7 に示した。また流入領域が $1/4$ 円状の場合を実線で示した。この図から分るように第 1 回目の越波では K に関係なくしかも $1/4$ 円状の場合とはほぼ同一の約 1 cm の値を示している。第 2 回目の越波では K が 0.0 dyn/cm の場合は約 2 cm ではほぼ $1/4$ 円の場合に等しく、 K が 0.5 dyn/cm 以上の場合はばらつきはあるものの K の値にあまり関係なく約 1 cm の近くにある。第 3 回目の場合 K が 0.0 dyn/cm の時は 2 回目と同様 $1/4$ 円に近い値を示している。 K が 0.5 dyn/cm 以上の場合は第 2 回目の場合と同様に K の値に関係なくやはり、約 1 cm 程度である。

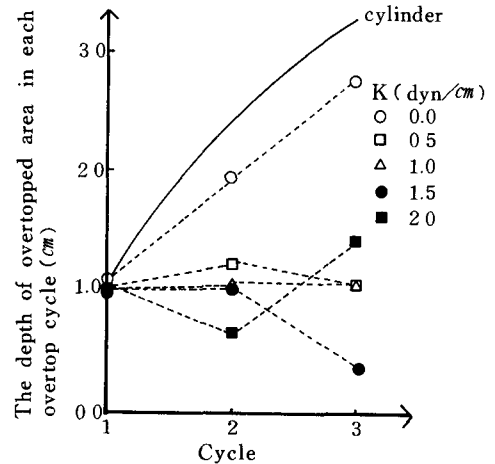


Fig.7 The depth of overtopped area in each overtop cycle (Simulation)

以上の結果は K が 0.0 dyn/cm の時は越波が進行するにつれて $1/4$ 円に似た領域が流入する。すなわちポテンシャル流から導かれた結果にはほぼ等しくなり、 K が 0.5 dyn/cm 以上では K の値に関係なく深さが約 1

cmの水平に長い領域が流入することを示している。Kが0.5 dyn/cm 以下の場合はKが0.0 dyn/cm の結果と0.5 dyn/cm の結果との間になると考えられる。

4. 実験結果

4-1 越波量と波高

図8に波高と越波流量の関係を示した。また同図に吉川ら³⁾の越波流量の算定式による計算結果を示した。この図から分るように実験と計算は傾向は似ているがかなりばらつきがある。これは実験の波がかなり不規則であったためと考えられる。

4-2 越波による浮遊粒子の流入

実験装置および方法は前報⁴⁾の通りである。越波により流入した浮遊粒子の質量を m 、粒子を散布した長さを L_0 、その質量を M 、とすると、($L=L_0 \cdot m/M$)で表される長さの水表面がトラップ内へ流入したと考えられる。計算の場合と同様に越波領域の深さとして h ($h=V/LW$; V は越波水量、 W は奥行)が求められる。

図9に越波水量と h との関係を示した。これから分るように波形勾配が1.6と極端に大きいときを除くと h は波の特性に関係なくほぼ3 cm程度の値を示している。このことはポテンシャル流と仮定した1/4円に比較すると、非常に浅くて長い領域が越流していることを示している。

4-3 表面張力の減少量の測定

実験結果と計算結果とを比較する場合には、実験では表面張力の減少がどのくらいになるか知る必要がある。そこで、越波の実験に用いた水を十分攪拌した後、経時的に表面張力を円環法により測定した。その結果表面張力の減少量(K)は0.3 dyn/cm 程度であった。また、アオコの発生する湖沼の一つである福岡市大濠の水の場合Kは2～3 dyn/cm 程度であった。このように本実験の場合も実際の湖沼の場合も本解析で用いた値程度の表面張力の減少は十分あり得る。

5. 考 察

計算ではまだ、3回の越波までしか実行されておらず、十分正確とは言えないが、ここで得られた結果から次のことが考えられる。計算ではKが0.5 dyn/cm 以上の場合、越波回数が増すにつれて深さ約1 cmの領域が流入するという結果が得られた。一方実験では波形勾配が極端に大きくならない時は深さ約3 cmの領域が流入するという結果が得られた。これらの2つの結果は深さが1 cmと3 cmと異なるもののほぼ同様な結果である。すなわち本シミュレーションによって表面活性物質を含んだ水の越波現象をほぼシミュレートできたという事示している。また、このような現象に表面張力の減少がいかに大きく影響するかを示している。計算と実験の越流領域の深さの差については、実験の表面張力の減少は0.3 dyn/cm 程度と若干計算より小

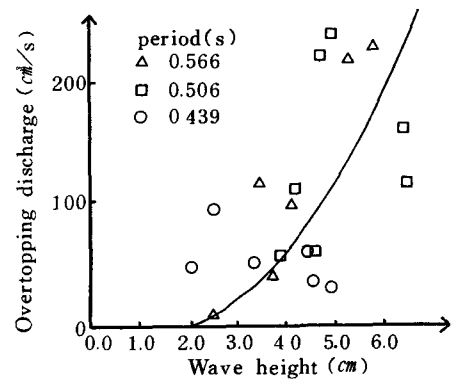


Fig.8 The relation between wave-height and overtopping discharge (Experiment)

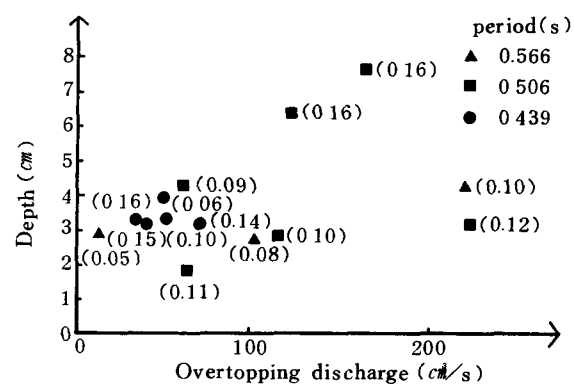


Fig.9 The relation between overtopping discharge and the depth of overtopped area (Experiment) (Number) is steepness

さい可能性も考えられる。また、計算では表面活性物質の拡散を無視しており、このため計算では表面張力の減少を実際より過大に評価している可能性もある。

6. 課 題

越波によるトラップ内への浮遊粒子の流入のメカニズムはほぼ明らかになったが、より定量的な考察を行うには、越波回数の大きいかつ越波量が減少しない計算を行うこと、表面張力の減少量を正確に測定する必要等がある。またより精度をあげるためには界面活性物質の拡散による剪断応力の緩和効果も考慮する必要もある。これらの課題について今後検討を重ねたい。

謝辞

最後に本研究を行うにあたり、御助言、御協力をいただいた福岡大学応用数学科大西和榮助教授に謝意を表す。なお、本研究が一部文部省科学研究費一般研究(C) №60550385の補助を受けたものであることをここに付記する。

参考文献

- 1) 山崎惟義他：都市湖沼浄化に関する研究，福岡大学工学集報，35号，1985年9月．
- 2) 岡田光正他：水の華の生成と消滅のシミュレーション，国立公害研究所報告，№25，1981．
- 3) 吉川秀夫他：海岸堤防の越波に関する基礎的研究(1)，第14回海岸工学講演会論文集，土木学会，1976年．
- 4) YAMASAKI K. et al: Removal of Floating Matter by Algae Trap, 3th INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON REVER SEDIMENTATION, March 1986.
- 5) Anthony A. et al: The SMAC Method, Los Alamos Scientific Laboratory, LA-4370, Feb. 1, 7, 1970.
- 6) 今石宣之他：界面活性剤溶液の表面流動特性，化学工学論文集，第8巻，第2号，1982．
- 7) Szyszkowski, B. von Z.: physik. Chem., 64, 1908.
- 8) 中垣正幸：表面状態とコロイド状態：東京化学同人，1970年．
- 9) 例えば Schlichting H: Boundary-Layer Theory Mc Graw Hill (1968), p. 85, (Translated by J. KESTIN 1968)．
- 10) 山崎惟義他：SMACによる藻類回収トラップの解析，土木学会西部研究発表会講演概要集，1986年3月．