

(11) 浅い湖沼における水質変化特性のモデル化と水質観測方法

MODELLING OF WATER QUALITIES VARIATION IN A SHALLOW LAKE AND ITS APPLICATION TO SAMPLING METHOD

福島 武彦*・村岡 浩爾*

Takehiko FUKUSHIMA, Kohji MURAOKA

ABSTRACT; Characteristics of variation of water quality, which are effected by lake topography, input variation, and variation of rate constants, govern the sampling method in a lake. For the purpose of long-term monitoring of water quality, modelling of water quality variation in a shallow lake was tried by the use of system analysis method after the classification of the lake to apply completely mixing model and the lake to apply advection-dispersion model. Prediction of characteristics of water quality was obtained for second-order moment with the aid of frequency response and for probability distribution with the aid of unit impulse response under the conditions of input fluctuation and variation of rate constants. Considering the effect of sampling at equal intervals to the variation of low frequency and the effect of biased probability distribution on interval estimation, sampling accuracy due to the number of sampling in a year was evaluated. These results were applied to Lake Kasumigaura and successfully discussed.

KEYWORDS; Modelling, Sampling method.

1. はじめに

湖沼の水質管理にはその適切な水質観測が必要条件となるが、適切な水質観測方法を明らかにするために対象とする湖沼での水質変化特性を十分に理解しなければならない。こうした観点から松岡・内藤¹⁾が整理するように水質観測方法を論ずる手法としては、観測値を直接あるいはそれを処理しモデル化することにより評価を行なうものが中心となっており、著者らも霞ヶ浦を対象に以上のような方向での解析を既に行なっている²⁾。

しかし湖沼での水質変化の基本的特性は、湖沼の諸元、水質・水理の特性量、流入負荷あるいは気温、日射量、降水量等の気象因子の変動に起因する増殖、分解等の諸係数の変動特性によりその相当部分が支配されている。たとえば水域における水平混合度により湖内各地点での水質の確率分布特性は大きく影響される。本論文ではこうした関係をシステム理論の立場より明らかにするとともに、その結果をもとに水質観測方法を論ずることを目的とした。以降の議論の多くは単純化された仮定の上で進められるため、対象とする湖沼での水質変化特性のすべてを説明するものではないが、特に湖沼の特性量と水質観測方法との関係は、水質の長期観測体制のあり方に有効な指針を与えるものと考えられる。

2. 対象とする水質変化特性ならびに方法論

湖沼水質の空間分布特性は三次元的に、また変動の時間スケールは我々の観測しうるものとして秒～年といった多岐のレベルにわたっている。また水質といっても理化学的項目、水質汚濁に関連した項目、さらに富栄養化と密接な関係を有する項目など多くのものが存在する。しかし河川等と比較すれば滞留時間が長い、変動は小さく、また年周変動といった長周期の変化のウェイトが大きい。さらに測定すべき項目数が多いこと、連続観測の困難さなどから、その測定回数も年数回～二十数回程度のグラフサンプリングが一般的である^{2), 3)}。ここでは以上のような状況も考慮し湖沼水質の長期的保全を目的に、湖沼の空間、時間に関す

* 国立公害研究所 The National Institute for Environmental Studies

る代表的水質すなわち平均値の推定方法に関して議論を行なう。ここで平均の時間スケールは一応一年とする。観測計画は対象湖沼における地点数、その配置、各地点での観測頻度、測定水質項目等で成り立っている。3.では地点と観測頻度に対して議論を行ない、特に全湖の水質変化が1点で代表され完全混合モデル(1ボックスモデル)が適用しうるような湖と、水質変化の地点変化特性を考慮して移流分散モデルを適用すべき湖への分類を検討する。なお本論文では移流分散モデルを適用すべき湖での地点数ならびにその配置の問題は扱かわない。

一般に水温成層を生じるような深い湖沼においては水質は鉛直方向に大きく変化し、風等により簡単に鉛直混合するような浅い湖沼とは水質変化特性が異なり、そのモデル化方法も差異を有する。このため本論文では霞ヶ浦、諏訪湖等で代表されるような浅い湖沼すなわち鉛直均一性の高い湖沼に対象を限り議論を進める。最初に浅い湖沼の水質変化特性の特徴を整理することから、以降の解析の方向を検討しておこう。霞ヶ浦10地点での十数水質項目に関する5ヶ年の調査結果を統計的に解析した結果、以下のような特性を有することがわかっている²⁾。

(1)湖内における流入河川の流下軸方向に、統計量すなわち平均、分散、歪度等の変化を有する水質項目が多い。また別の観測結果より⁴⁾、流下軸直角方向の水質変化は流下軸方向のそれに比べ小さい。

(2)内部生産に関係した水質例えばクロロフィル a, COD 等は湖内若干進んだ地点で年平均濃度の最大値を有し、流下に従がいその値は減少してゆく。また変動係数、歪度も減少し、流入河口部で対数正規的な分布形が、流下に従がい分布の歪み、尖りが失われ正規分布に近い分布形となる。これに対し $\text{NO}_3\text{-N}$, $\text{NH}_4\text{-N}$, $\text{PO}_4\text{-P}$ 等では平均値の減少は先のものに比べ大きく、標準偏差も減少するものの変動係数は流下に従がい増加する。

(3)大部分の水質項目が明白な季節変化特性を有している。その季節指数の振幅は流入河川河口で高く、流下に従がい減少する。全変動に占める年変動のウェイトは多くの水質項目で流下に従がい増加する。

(4)流入河川河口近傍では気象項目と相関の高い水質項目が多い。

(5)各地点での水質項目のクラスター分析の結果、内部生産に関連した水質項目間相互の相関は極めて高い。

以上の諸特性を参考にしてここでは下記のような反応項 g_1 あるいは流入項 g_2 を有するような一次元移流分散方程式を基礎式とする。

$$\frac{\partial(AC)}{\partial t} + \frac{\partial(AuC)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(AD \frac{\partial C}{\partial x} \right) + Ag_1 + Ag_2 \quad (1)$$

ここに t は時間, x は流下軸に沿う距離, C は水質濃度, u は流速, A は断面積, D は分散係数である。式(1)は A , u , D の時間, 空間変化特性, g_1 , g_2 の関数形などにより解の特性が変化し、そのすべてを論ずることは難しいため、以下の仮定のもとに基本的な問題について議論を行なうことにする。

(i) A , u , D は湖内で一定とする。この結果式(1)より A は消え、移流項、分散項はそれぞれ $u\partial C/\partial x$, $D\partial^2 C/\partial x^2$ となる。

(ii) 反応項 g_1 には一次反応のみを考え次式の形を与える。

$$g_1 = -kC \quad (2)$$

ここに k は一次反応係数であり、沈降、分解等が卓越する場合が多いことより $k \geq 0$ を条件として与える。なお k は時間の関数とし、気温、日射量、降水量等の変動に起因する変動を考慮するが、湖内どの点でも同一の値とする。内部生産に関連する水質では k に栄養塩濃度が関係することが予想されるが、その場合式(1)は連立方程式となり、両者の関係によっては非線形となるためここでは式(1)のみを対象とした。

(iii) 流入項 g_2 には湖岸より流入するもの、大気あるいは湖底より流入するものが考えられる。湖岸よりの物質流入は後述する式(15)のように任意地点よりのデルタ関数で与える。また湖始端よりの流量を伴う物質流入は後述の境界条件式(16, 17)の形で与える。次に大気あるいは湖底からの流入の寄与はいくつかの水質で重要となる。例えば輻射、逆放射、顕熱、潜熱が問題となる水温、再曝気が影響する DO 等である。また溶存態栄養塩では降雨よりの流入、底泥からの溶出が影響する可能性もある。ここでは水温の顕熱、DO の再曝

気等を考慮して g_2 に次の形を与えた。

$$g_2 = k'(C_a - C) = k''/H(C_a - C) \quad (3)$$

ここに C_a は大気における C の値、 H は水深、 k' 、 k'' は係数である。 k' は再曝気係数等と同じく (1/時間) の次元を有する。しかし大気、底泥よりの流入は表面積当りに一定と考える方が適切なため、以降の解析では k'' による表式を用いる。なお式 (2) で沈降現象は沈降速度を w_p として $k = w_p/H$ で表わされ、 k'' と同じ次元を有するが、この場合には k として以降の解析を行なう。大気、底泥よりの流入の形は式 (3) 以外に、 $g_2 = k'C_a$ 等も当然考えられるが、その解析は式 (2)、(3) のものと大差ないためここでは行なわない。

式 (1) は流入・流出変動等の入力変動、あるいは気温、水温、日射量などの変化によって生じる k 、 k'' 等の

係数変動に対しシステムとしての応答を行なう。その特性はインパルス、過渡、周波数応答等により調べられるが、ここでは平均値の推定精度という観点から、入力・係数変動に対する湖内各地点での変動特性を問題とする。このため下記のような線形システムでの関係を利用する。

$$S_{oo}(\omega) = |G(\omega)|^2 S_{ii}(\omega) \quad (4)$$

$$\sigma_c^2 = \int_0^\infty S_{oo}(\omega) d\omega \quad (5)$$

$$C(t) = \int_0^\infty h(\tau) C_{in}(t-\tau) d\tau \quad (6)$$

ここに $S_{ii}(\omega)$ 、 $S_{oo}(\omega)$ は入力、出力のパワースペクトル、 $C_{in}(t)$ 、 $C(t)$ は入力、出力の時系列、 $G(\omega)$ 、 $h(\tau)$ はシステムの周波数、インパルス応答関数、 σ_c^2 は $C(t)$ の分散、 ω は変動の角周波数である。なお係数変動を表現するシステムは非線形となるが、微小増分の原理で係数の微小変化分を線形化する。

式 (4) の周波数応答は入力のもつ二次モーメントの系内での伝達のされ方を表現し、式 (5) より各地点での分散の大きさを与える。式 (6) のインパルス応答は入力として各種の時系列、確率分布特性を実際に与えて、これらが系内でどのように変化するかを表現する。特に分布形に関しては式 (4) は何も情報を与えないため、後にも述べるようにサンプリング数が少なく観測値の平均の分布形が正規分布と大きく異なる場合には式 (6) を用いた検討が必要となる。一般に式 (6) に比べ式 (4) の評価は簡単に行なえるため、変動間の出力への影響度を比較する場合には式 (4) を、卓越変動に対する分布形への影響を評価する場合には式 (6) を用いることが適当といえよう。4, 5, 6, には $|G(\omega)|$ 、 $h(\tau)$ の各種条件に対する解を湖内特性量を用いて表現した。

最後は任意地点における観測数と精度の問題となる。一般にこの問題は以下のような中心極限定理をもとに、正規分布あるいは t 分布検定を用いて定式化されている⁹⁾。「 $X_1, X_2, \dots, X_n$ が互いに独立に平均 μ 、分散 σ^2 の同じ分布形に従って分布している時、それらの平均 $\bar{X}$ は n が無限に大きくなる時、平均 μ 、分散 σ^2/n の正規分布に近づく」。実際の時系列に対するサンプリング理論にこの定理を適用する際、問題となるのは“互いに独立”と“ n が無限に”の二点である。“互いに独立”は現実的には次のような 2 つのタイプの問題を生じる。サンプリング間隔が短く自己相関が高い場合、ならびに季節変動が卓越しサンプリング方式が対象期間例えば 1 年に対する等間隔サンプリングの場合である。前者は系列相関による見かけのデータ数の減少として論じられている¹⁾。しかし一般の湖沼においては年周変動が、気象擾乱に基づく数日～数週間の変動、日周変動に比べて大きく、せいぜい年十数回程度のサンプリングではこの問題の重要性は乏しい。これに対して後者はランダムサンプリングと異なることを意味し注意する必要がある。次に“ n が無限に”はたとえ独立な分布の和としても n が小さく、かつ $X_1, \dots, X_n$ の分布形が正規分布とかけ離れたものである場合に、ど

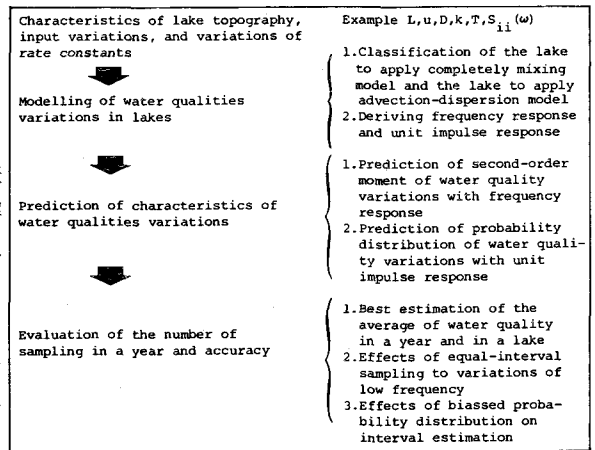


Fig. 1. Steps for evaluating the sampling method in a lake

のように観測値を評価したらよいのかという問題を生じる。7.においては上記二つの問題点を論ずる。

最後に8.に霞ヶ浦の水質変化特性と3.～7.の結果の比較を行なう。以上の方法論を整理すれば図1のようにまとめられる。

3. 完全混合モデルを適用する湖、移流分散モデルを適用する湖への分類

湖内で水質は多小とも空間的に変化する。問題となるのはその変化の大きさとそれを評価する基準である。完全混合モデルが適用しうる湖とは湖内任意点での測定値を用いても、湖内どの点での値との差がある規準値以下の水域といえよう。その規準値とは観測を行なって得られる情報の精度と、その精度が生じる観測目的の充達度等で評価され、最終的には両者の費用便益曲線等をいかに設定するかが問題となる。ここではその規準値について観測地点数と観測頻度の問題をあわせて考えることにより考察しておくことにする。湖内の水質は時間的にも変化している。時間変化特性が与えられれば後述するように観測頻度とあわせて観測精度が予測される。湖内各地点でこれを行ない、水質年平均值とその分散の大きさ等を比較すれば、ある水質項目、ある観測精度に対し、地点間の平均値の差が統計上検出しうるかどうかの評価できる。検出できないような差である場合には、地点数を増加させてもより大きい時間変化による観測誤差が残り、その効果が期待されない。すなわち地点数の問題は観測頻度の問題と不可分であり、当然のことながら対象水質項目の時間変化特性に影響される。このような観点に立てば、湖内における詳細な観測結果あるいは式(1)等で予測される湖内各地点での水質変化特性をもとに、まず観測頻度を考慮して各地点での観測精度を明らかにしておき、次に地点間の平均値の差の検定を行ない、これが有意な場合には移流分散モデルの適用を、有意でない場合には完全混合モデルの適用を分けることも一案として考えられる。なお注意すべき点は同一湖沼でも対象とする水質によって分類が異なることである。その一例は8.に示す。

4. 完全混合モデルにおける入力、係数変動に対する周波数応答

完全混合モデル基礎式は式(1)を全水域すなわち $0 \leq x \leq L$ で積分することにより得られる。ここに水域始端を $x=0$ 、終端を $x=L$ とする。まず g_1 が卓越する水域においては次のように書かれる。なお式(1)の境界条件は後述する式(6)とした。

$$V \frac{d\bar{C}}{dt} = Q(C_{in} - \bar{C}) - V k \bar{C} \quad (7)$$

ここに V は水域の容量、 Q は流入水量、 $\bar{C}$ は湖内平均濃度、 C_{in} は流入水濃度である。なお以降の式の簡単化のため $\beta_1 = Q/V (=u/L)$ 、 $Pk = kV/Q (=kL/u)$ と与える。 β_1 は flushing rate であり滞留時間の逆数となり、 Pk は水域における変化の度合を示す無次元数である。

次に g_2 が問題となるような水域で流入河川による影響がそれに比べて小さい場合には次のようになる。

$$\frac{d\bar{C}}{dt} = k''/H (C_a - \bar{C}) - k \bar{C} \quad (8)$$

式(7)と式(8)は β_1 と k''/H 、 C_{in} と C_a が対応していて式の基本的な形に違いはないため、以降の解析は式(7)に対してのみ行なう。なお一般の水域においては、流入水濃度とともに流入水量が変化する。ここでは両者の間に線形な関係が存在する場合の湖内水質濃度の変化についても言及する。周波数応答は与えられた微分方程式において入力、出力をラプラス変換し、もとまる伝達関数 $W(s)$ のラプラス演算子 s を $i\omega$ で置きかえることにより $G(\omega)$ としてもとまる。ここに $i^2 = -1$ である。なお以降の完全混合モデルの解析では $\bar{C}$ を C と略す。

(1) 入力変動に対する周波数応答

以下の条件に対する周波数応答特性のゲイン $|G(\omega)|$ をもとめる。特に流量が変化する場合にも水位は一定とする。

(1-i) 式(7)における C_{in} の変動に対する C の変動

$$|G(\omega)|_{1-i} = \{T^2\omega^2 + (1+Pk)^2\}^{-\frac{1}{2}} \quad (9)$$

この式より滞留時間より長い変動に対しては一定、滞留時間より短い変動に対しては ω に反比例した濃度変動を生じる。水温等の式(8)では、式(9)において $Pk \approx 0$ 、 T が H/k'' となっていることがわかる。

(1-ii) 式(7)における負荷 $W_{in}(=QC_{in})$ の変動で $C_{in}=bQ^m$ (b, m 定数) が成立する場合の C の変動

$$|G(\omega)|_{1-ii} = \left\{1 - \bar{C} \bar{W}_{in}^{-\frac{m}{m+1}} / (m+1)b^{\frac{1}{m+1}}\right\} \bar{Q}^{-1} \{T^2\omega^2 + (1+Pk)^2\}^{-\frac{1}{2}} \quad (10)$$

$\bar{}$ はそれぞれの平均値を意味し、特に $\bar{C}$ はその平均値に対応した定常濃度を表わす。ここで特に k も Q に比例する場合を考えてみる。こうした状況が近似的に生じるのは、懸濁物質が流入しその沈降速度が濃度とともに増加するようなケースである。この場合には W_{in} による C の変動は次の形となる。

$$|G(\omega)|_{1-ii'} = \frac{m}{(m+1)\bar{Q}} |G(\omega)|_{1-i} \quad (11)$$

ここで微小な C_{in} の変動 C'_{in} と W_{in} の変動 W'_{in} の間には $W'_{in} = (1+m)\bar{Q}C'_{in}/m$ の関係が成立するため、 C_{in} の変動による C の変動は $|G(\omega)|_{1-i}$ となり、 Q の変化は C に表われない。

(1-iii) 式(7)において C_{in} が変動せず Q のみ変動する場合の C の変動、すなわち式(10)で $m=0$ の場合

$$|G(\omega)|_{1-iii} = \bar{C}_{in} Pk / (1+Pk)\bar{Q} \{T^2\omega^2 + (1+Pk)^2\}^{-\frac{1}{2}} \quad (12)$$

$Pk=0$ では当然のことながら C は変動しない。また k が Q に比例する場合には Q の変動は C に表われない。

(2) 係数変動に対する周波数応答

式(7)における k の変動に対する C の変動は次のようにとまる。

$$|G(\omega)|_{2-i} = C_{in}(1+\bar{Pk})^{-1} \beta_i^{-1} \{T^2\omega^2 + (1+\bar{Pk})^2\}^{-\frac{1}{2}} \quad (13)$$

式(9)との大きな差異は $\beta_i^{-1}(=T)$ がかかっていることである。すなわち T が大きければそれに比例して湖内での変化が大きくなる。 k の変動を k' 、 C の変動を C' とすれば、 $\omega \rightarrow 0$ 、 $\bar{Pk}(=\bar{k}V/Q) \gg 1$ の時、 $C'/k' \approx \bar{C}/\bar{k}$ となる。すなわち k が 1% 変化すれば C も 1% 変化する。また $\bar{Pk} \ll 1$ で $T^2\omega^2 \gg 1$ の場合には、 $C'/k' \approx \bar{C}/\omega$ となり、 C の変動は ω に反比例する。以上式(9)~(13)では $|G(\omega)|$ に $\{T^2\omega^2 + (1+Pk)^2\}$ が関係し、入力、係数変動の影響はその周波数と滞留時間の積ならびに Pk 数によりその特性が支配されていることがわかる。

5. 移流分散モデルにおける入力、係数変動に対する周波数応答特性

式(2)を代入した式(1)における周波数応答特性を考える。その基礎式は次のようである。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - kC \quad (14)$$

完全混合モデルと同じく次のような無次元数を導入する。 $Pe = uL/D$ 、 $Pk = kL/u$ であり、 L は湖の長さスケール、 Pe はペクレ数、 Pk は水域における変化の度合を示す無次元数である。式(14)の定常状態の解は各種境界条件に対しそれぞれもとまるが、その特性方程式 $D\lambda^2 - u\lambda - k = 0$ の 2 根 $\alpha, \beta = (1 \pm \sqrt{1 + 4Dk/u^2})(u/2D) = (1 \pm \sqrt{1 + 4Pk/Pe})/(u/2D)$ と表わせる。境界条件としては以下の 3 通りを対象とする。

$$x \rightarrow \pm \infty, \quad C(x) \rightarrow 0 \quad (k=0 \text{ の場合には, } x \rightarrow \infty \text{ で } C(x) \text{ が有界}) \quad (15)$$

$$x=0 \text{ で } uC - DdC/dx = uC_{in}, \quad x=L \text{ で } DdC/dx = 0 \quad (16)$$

$$x=0 \text{ で } C = C_{in}, \quad x=L \text{ で } DdC/dx = 0 \quad (17)$$

式(15)の境界条件では発生項 $q(a)$ が領域内に存在する。ここに a は流入位置を表わし、 $q(a) = q_a \delta(a)$ とし、 δ は Dirac の δ 関数である。特に Pk が大きく境界 $x = 0, L$ での反射解が無視しうる場合に、境界が存在する場合の解の近似解となる。後に示すように解が簡単な形で与えられるため特性量による影響を評価しやすい。式(17)は $Pe \gg 1$ の場合の式(16)に対する近似解となる。すなわち式(16)では入力フラックスとして移流の他に分散フラックスも考慮している。

(1) 入力変動に対する周波数応答

(1-i) 式(15)の境界条件において q_a が変動した時の $C(x)$ の変動

$$W(s) = \frac{e^{\xi(x-a)}}{(\xi-\eta)D}; \quad x < a, \quad \frac{e^{\eta(x-a)}}{(\xi-\eta)D}; \quad x \geq a \quad (18)$$

ここに ξ, η は $D\lambda^2 - u\lambda - (k+s) = 0$ の2根である。この結果例えば $x \geq a$ の時には

$$|G(\omega)|_{3-1} = \frac{1}{u} A_1^{-\frac{1}{4}} e^{\frac{u(x-a)}{2D}} \left\{ 1 - A_1^{\frac{1}{2}} \cos \frac{\theta}{2} \right\}, \quad A_1 = \left\{ (1 + 4Pk/Pe)^2 + (4D\omega/u^2)^2 \right\}, \quad \theta = \tan^{-1} \left\{ \frac{4D\omega}{u^2(1 + 4Pk/Pe)} \right\} \quad (19)$$

となる。なお入力をフラックスでなく流入濃度とすれば式(19)の $1/u$ はなくなる。 $\omega \rightarrow 0$ の時、 x の増加とともに振幅は減少する。この時式(15)に対する定常解と $|G(\omega)|_{3-1}$ の比率は等しく、周波数の小さい入力変動に対しては平均値に対する標準偏差の比すなわち変動係数が流下方向に変化しないことを意味する。逆に $\omega \rightarrow \infty$ の場合には振幅は流下に伴ない急激に減少する。また $Pe \rightarrow 0$ の時変動は伝わらない。入力変動を $q_a \sin \omega t$ とした時の変動分と平均値の比は $q_a |G(\omega)|_{3-1} / \sqrt{2} \bar{C}(x)$ で表わされるが、図2には $|G(\omega)|_{3-1} / (\bar{C}(x)/q_a)$ の流下方向変化の一例を示す。この値に q_a/q_a をかければ各地点での変動の大きさがもとまる。

(1-ii) 式(16)において C_{in} が変動する場合の $C(x)$ の変動

$$W(s) = 2u \frac{(A_1 - u) \exp \{ (u + A_1)x/2D - A_1 L/D \} + (A_1 + u) \exp \{ (u - A_1)x/2D \}}{(A_1 + u)^2 - (A_1 - u)^2 \exp(-A_1 L/D)}, \quad A_1 = \{ u^2 + 4D(k+s) \}^{\frac{1}{2}} \quad (20)$$

$s \rightarrow i\omega$ としての $|G(\omega)|$ の表式は極めて複雑となるため省略する。

(1-iii) 式(17)において C_{in} が変動する場合の $W(x)$ ならびに $x = L$ における $|G(\omega)|$ に関しては、高松ら⁶⁾ が既に沈澱池における問題として解析を行なっている。

(1-iv) 入力負荷の変動する場合

特に水位変化が生じず、 D, k が u に比例する場合には 4.(1-ii) と同様に C の変化は C_{in} の変化のみで決まる。

(2) 係数変動に対する周波数応答

移流分散モデルにおける係数変動の解析は以下に行なった。基礎式は式(2)を式(1)に代入し、 $C = \bar{C} + C'$ 、 $k = \bar{k} + k'$ とおき、さらに定常状態の方程式を分離すれば、

$$u \frac{d\bar{C}}{dx} = D \frac{d^2 \bar{C}}{dx^2} - \bar{k} \bar{C} \quad (21)$$

$$\frac{\partial C'}{\partial t} + u \frac{\partial C'}{\partial x} = D \frac{\partial^2 C'}{\partial x^2} - \bar{k} C' - k' \bar{C} - k' C' \quad (22)$$

となる。ここで“微小増分の原理”より式(22)から $k' C'$ をおとす。式(21)は各種境界条件に対して解がもとり、この $\bar{C}$ を式(22)に代入し、 $k' \bar{C}$ を発生項と考えて C' をもとめる。その一般解は次のように書くことができる。ここで $\mathcal{L}[\]$ はラプラス変換を表わす。また C_1, C_2 は積分定数とし、 ξ の実数部は η のそれより大きいとする。

$$\mathcal{L}[C'] = e^{\xi x} \left[C_1 - \frac{\mathcal{L}[k']}{(\xi - \eta)D} \int_{-\infty}^x e^{\eta x_1} (-\bar{C}(x_1)) dx_1 \right] + e^{\eta x} \left[C_2 + \frac{\mathcal{L}[k']}{(\xi - \eta)D} \int_{-\infty}^x e^{\eta x_1} (-\bar{C}(x_1)) dx_1 \right] \quad (23)$$

(2-i) 境界条件式(9)における係数変動

5. (1-i)と同じく $q(a)$ を加えれば $\bar{C}(x)$ は次のようにもとまる。

$$\bar{C}(x) = \frac{q_a}{(\alpha-\beta)D} e^{\alpha(x-a)}; x < a, \quad \bar{C}(x) = \frac{q_a}{(\alpha-\beta)D} e^{\beta(x-a)}; x \geq a \quad (24)$$

この結果 $W(s)$ は例えば $x \geq a$ の時には、

$$W(s) = \frac{-q_a}{D^2(\alpha-\beta)(\xi-\eta)} \left\{ \frac{e^{\beta(x-a)}}{\xi-\beta} + \frac{e^{\eta(x-a)}}{\alpha-\eta} + \frac{1}{\beta-\eta} (e^{\beta(x-a)} - e^{\eta(x-a)}) \right\} \quad (25)$$

となる。例えば $x=a$ においては $|G(\omega)|$ は次のように書ける。

$$|G(\omega)|_{4-1} = \frac{4q_a D}{u^3 \sqrt{1+\overline{Pk}/Pe}} \left[\left\{ A_1 (1+4\overline{Pk}/Pe)^{\frac{1}{2}} + A_1^2 - A_2^2 \right\}^2 + \left\{ 2A_1 A_2 + (1+4\overline{Pk}/Pe)^{\frac{1}{2}} A_2 \right\}^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (26)$$

$$A_1 = \left[\left\{ 1+4\overline{Pk}/Pe + \sqrt{(1+4\overline{Pk}/Pe)^2 + 4(2D\omega/u^2)^2} \right\} / 2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad A_2 = 2D\omega/u^2 A_1$$

入力変動と同じく ω は $(D\omega/u^2)$ の形ではいつてくるが、これは $(1/\omega) : (u/\omega)^2/D$ と変形され、ひとつの波の時間スケールとひとつの波が混合される時間スケールの比を意味する。図3に k の変動が生じた場合の変動の振幅と平均値の比 $|G(\omega)|_{4-1} / (\bar{C}(x)/\bar{k})$ の地点変化を示す。この値に k の変動幅 k' と k の比 k'/k をかければ、各地点の $\bar{C}$ に対する相対的変動の大きさ C'/C がもとまる。 C' は各地点での変動幅を表わす。図3よりこの値は流下に従いがい振動しながら増加すること、 ω の減少、 $\overline{Pk}/Pe$ の増加により 1.0 以上となることがわかる。すなわち入力変動ではその影響が流下とともに減少し、変動の増幅率が 1 以下であったのに対し、係数変動では湖内全域に変動が加えられるため流下に伴ない影響が増幅され、 k'/k よりも C'/C の方が大きくなる場合も生じる。D が無視しうる移流方程式を移動座標系で解いて $k'/\omega \ll 1$ の条件を与えると、

$$C'/C \approx k'/\omega = (\bar{k}/\omega)(k'/\bar{k}) \quad (27)$$

が得られる。 $k'/\omega \ll 1$ で流下とともに変動係数が $\bar{k}/\omega$ に近づくことが予想されるが、図3の結果はこの関係が成立していることを示す。また $x=0$ で $4\overline{Pk}/Pe \gg 1$ の時、 $|G(\omega)|_{4-1} / (\bar{C}(x)/\bar{k})$ は 0.5 となり、完全混合モデルの式(13)で 1.0 であったのと異なるが、これは境界条件の差である。

(2-ii) 境界条件式(6)を有する系に係数変動が生じた場合の $x=L$ での変動

$$W(s, L) = (-\xi A_2 + \eta A_1) / D(\eta^2 e^{-\xi L} - \xi^2 e^{-\eta L}) \quad (28), \quad A_1 = -\int_0^L e^{-\xi x_1} \bar{C}(x_1) dx_1, \quad A_2 = -\int_0^L e^{-\eta x_1} \bar{C}(x_1) dx_1$$

特に $Pe \ll 1$ の場合には $W(s, x) \propto 1/(u/L + \bar{k} + s)$ となり式(13)と一致することがわかる。また $Pe \gg 1$ の場合には $W(s) \propto 1/s$ ($k'/\omega \ll 1$) となり、移流方程式の特性と一致する。

6. 入力変動に対するインパルス応答

特に湖沼への入力負荷変動を考えた場合、その確率分布は一般に歪み、尖りが大きく正規分布との隔たりは大きい。このため水域内での混合度あるいは変化率により各地点での確率分布形を評価しておくことが重要となる。なお以降の解析では流入量に変化せずに流入水濃度が変化する場合を論ずる。また係数変動の場合にもインパルス応答関数と周波数応答関数がフーリエ変換の関係であることを利用すれば、4.(2)、5.(2)の結果を用いて同様な解析が可能である。

(1) 完全混合モデル式(7)の入力変動に対するインパルス応答

$$h_1(\tau) = \left[\exp \{ -(k + 1/T)\tau \} \right] / T \quad (29)$$

(2) 移流分散モデル、式(15)の単位時間、単位断面積当りの投入量に対するインパルス応答

$$h_2(\tau) = \left[\exp \{ -(x - u\tau)^2 / 4D\tau - k\tau \} \right] / \sqrt{2\pi D\tau} \quad (30)$$

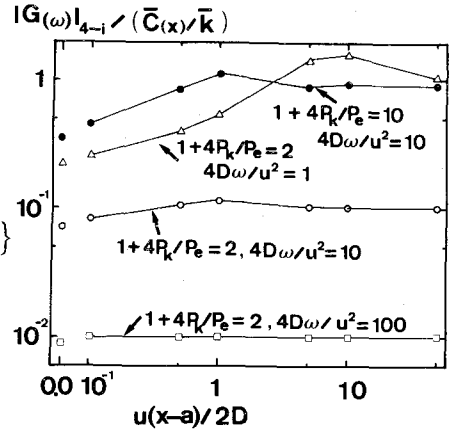


Fig. 3. Variation of standard deviation divided by average due to rate constant fluctuations in advection-dispersion model

(3) 移流分散モデル、式(17)の入力変動に対するインパルス応答

$$h_3(x) = 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{y_m^2 D}{L^2} \frac{\left\{ \frac{uL}{2D} \sin y_m \left(1 - \frac{x}{L}\right) + y_m \cos y_m \left(1 - \frac{x}{L}\right) \right\}}{\sin y_m \left\{ y_m^2 + \left(\frac{uL}{2D}\right)^2 + \frac{uL}{2D} \right\}} \exp \left[\frac{ux}{2D} - \left\{ \left(y_m^2 + \frac{u^2 L^2}{4D^2}\right) + \frac{L^2 k}{D} \right\} \frac{D}{L^2} x \right] \quad (31)$$

ここに y_m は $\tan y_m = -2Dy_m/uL$ —— (32) の正根を大きさの順にならべたものである。過渡応答解⁸⁾と若干異なるだけである。なお境界条件式(16)に対する解では式(32)に対応する式が非線形連立方程式となる。

(4) 実例

(1), (2) それぞれの系に対して入力時系列に実例を与えて、確率分布形が湖沼の特性量によりどのように変化するかを検討した。式(6)は積分で表現されているが、 $C_{in}(t)$ を継続時間 dt の離散値型時系列で近似し、積分を級数和に変換する。すなわち dt における相関係数 ρ を ρ_{dt} とするならば、 $t=0 \sim dt$ の間を ρ が $1.0 \sim \rho_{dt}$ で線形に変化するような時系列を与えたことに相当する。この時(1), (2)の系では $C(t)$ はそれぞれ以下のように表現できる。

$$C(t) = \sum_{i=0}^{\infty} \left[\frac{1}{T} \exp \left\{ -(1+Pk^*) \frac{t}{T} \right\} \right]_{t=idt-(i+1)dt} \hat{C}_{in}(t-idt) dt \\ = \frac{1}{1+Pk^*} \left[1 - e^{-(1+Pk^*) \frac{dt}{T}} \right] \hat{C}_{in}(t) + \exp \left\{ -(1+Pk^*) \frac{dt}{T} \right\} C(t-dt) \quad (33)$$

$$C(t, x) = \sum_{i=0}^{\infty} \hat{Q}_{in}(t-idt) \left[\frac{1}{2u\sqrt{\pi t^*/Pe^*}} \exp \left\{ -\frac{(x^*-t^*)^2}{4t^*/Pe^*} - Pk^* t^* \right\} \right]_{t^*=i-(i+1)} \quad (34)$$

ここに $C(t)$ は $\hat{C}_{in}(t)$, $\hat{Q}_{in}(t)$ の流入が終った時の値とする。 $\left[\right]_{t=a-b}$ は $\left[\right]$ の $t=a$ から $t=b$ の間の平均を表わす。式(34)では長さスケールとして $u dt$ を選び、この結果 $t^* = t/dt$, $Pe^* = u^2 dt/D$, $Pk^* = k dt$, $x^* = x/u dt$ のように無次元化してある。なお、 $\cdot$ で離散値型データを表わす。また完全混合モデルの Pk^* は kT を意味する。

式(33)の完全混合モデルでは $\hat{C}_{in}(t)$ の時系列特性より、 $C(t)$ の高次モーメントが導ける。例えば水文量などに一般的な1次の自己回帰型モデルの場合、 $(\hat{C}_{in}(t) - \overline{\hat{C}_{in}(t)}) = \rho_{dt}(\hat{C}_{in}(t-dt) - \overline{\hat{C}_{in}(t)}) + \varepsilon(t)$ となることを考慮すれば、分散 σ_c^2 、歪度 Sk_c は以下ようになる。ここに $\overline{\hat{C}_{in}(t)}$ は $\hat{C}_{in}(t)$ の平均値、 $\varepsilon(t)$ は $\hat{C}_{in}(t)$ と独立な確率変数である。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_c^2 / \sigma_{\hat{C}_{in}}^2 &= (1+Pk)^{-2} (1-\varphi)(1+\varphi\rho_{dt}) / \{(1+\varphi)(1-\varphi\rho_{dt})\}, & \varphi &= \exp \left\{ -(1+Pk^*) dt/T \right\} \\ Sk_c / Sk_{\hat{C}_{in}} &= (1-\varphi)^3 \left\{ 1 + 3\varphi\rho_{dt}(\varphi+\rho_{dt}) / (1-\varphi\rho_{dt}^2) \right\} (1-\varphi^3)^{-1} \left\{ (1-\varphi)(1+\varphi\rho_{dt}) / (1+\varphi)(1-\varphi\rho_{dt}) \right\}^{-\frac{3}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

ここで $\sigma_{\hat{C}_{in}}$, $Sk_{\hat{C}_{in}}$ は入力の変散と歪度である。 $\hat{C}_{in}(t)$, $\hat{Q}_{in}(t)$ に時系列特性としては1次自己回帰型、また確率分布形としては対数正規分布を有するような時系列データを与えて、この時の分布形の変化をシミュレーションした結果を述べる。なお河川等の水質、水文量の内多くが対数正規分布で近似されることには多くの報告例がある⁹⁾。2母数対数正規分布に従う1次自己回帰型の時系列 $y(i dt)$ は標準正規分布 $N(0, 1)$ に従う独立性確率変数を変換することにより得られる¹⁰⁾。離散値型の1次自己回帰モデルでは $\rho(ndt)$ が ρ_{dt} となり、連続型時系列での $\rho(t) = \exp\{(\ln \rho_{dt})t/dt\}$ との間に誤差を生じる。この誤差は ρ_{dt} が小さいほど大きくなるため、ここでは ρ_{dt} を0.8として、 $\ln y(i dt)$ の平均が0、分散が1の時系列を作成した。

図4にはこの入力時系列に対する式(33)の完全混合モデルでの σ_c , Sk_c の変化の様子を $(1+Pk^*)dt/T$ をパラメータとして示す。図中の曲線は式(35)で得られる値をプロットしたものである。また図5には式(34)の移流

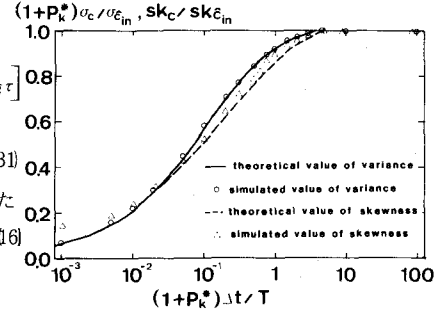


Fig. 4. Variation of standard deviation and skewness due to input variations in completely mixing model

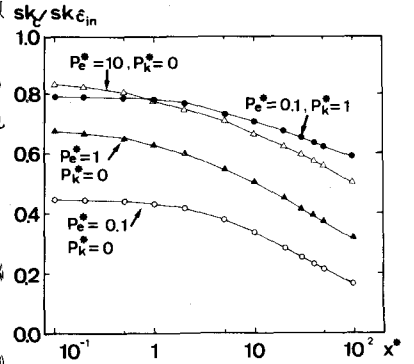


Fig. 5. Variation of skewness due to input variations in advection-dispersion model

分散モデルでの Sk_c の変化の様子を Pe^* , Pk^* , x^* を変えて示す。なお $\rho_x = 0.8$ より独立なデータ数は与えたデータの約 1 割となるため¹⁾, 図 4 では 5×10^5 個, 図 5 では 5×10^4 個の時系列データを与えた時の結果である。図 4 において式 35 の理論値とシミュレーション値が若干異なるのは, データ数の問題と, 作成された時系列が厳密には 1 次自己回帰型と異なることに起因している。図 4, 図 5 の結果をまとめると以下ようになる。

(i) 完全混合モデルでは $(1 + Pk^*) \Delta t / T$ のみで σ_c , Sk_c が決定される。この値が減少する時, Sk_c も減少し, 分布の歪みが失われ正規分布に近づく。 Pk が増加する時, あるいは $\Delta t / T$ が増加する時すなわち滞留時間に比べ相関を有する時間が長くなる時には, 系内の平均値が流入直後の値に大きく支配されるため, 入力の時系列の特性を保持する割合が高くなる。

(ii) 移流分散モデルでは Pe^* , Pk^* 数の低下, ならびに x^* の増大とともに Sk_c は減少し, 正規分布に近づく。

(iii) 他の分布形例えば指数分布等に対しても (i), (ii) の特性は変わらない。

7. 観測数と精度の評価

4. ~ 6. の理論式に各対象湖沼での入力, 係数変動の特性ならびに湖沼の特性量を与えれば, 湖内各地点での変動のパワースペクトル, 分布形に関する情報が得られる。ここではこの結果をもとに任意地点における観測数と精度の問題を論ずるが, 特に 2. に述べた周期変動に対する等間隔サンプリングの問題と, サンプリング回数が少ない場合の精度の評価という問題に焦点をしぼる。

(1) 等間隔サンプリングによるパワースペクトルの変化

$C(t)$ を時間間隔 Δt で m 個平均したものを $C_m(t) (= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m C(t + (i-1)\Delta t))$ とする。エネルギー定理によれば $C_m(t)$ の分散の平均値は,

$$\overline{\sigma_{C_m}^2} = \int_0^\infty S_c(f) \left\{ \frac{\sin^2 2\pi f \cdot m \Delta t / 2}{m^2 \sin^2 \pi f \Delta t / 2} \right\} df = \int_0^\infty S_c(f) F(\Delta t, m, f) df \quad (36)$$

となる。 $S_c(f)$ は $C(t)$ のパワースペクトルであり, $F(\Delta t, m, f)$ はフィルターとなる。ここに f は周波数である。 F を各種条件の場合に対して, その特性を明らかにしておこう。

(i) $m \Delta t f \ll 1$ の時, $F=1$ となり m 個の平均をとってもその平均値の分散は原時系列の分散と変わらない。例えば非常に長い周期をもつ変動に対して, 短い期間に測定数を増していてもその平均値は原時系列の平均値に近づくことはない。

(ii) F の分母が 0 となる $f = n / \Delta t$ (n : 整数) の時, $F=1$ 。

(iii) $f_1 = n / \Delta t$, $f_2 = (n+1) / \Delta t$ とし, F の $f_1 \sim f_2$ 間の平均をもとめると $1/m$ となる。 f_1, f_2 が大きく $S_c(f)$ が $f_1 \sim f_2$ 間ではば一定値を有する場合には, m 個の平均値の分散は $1/m$ となる。すなわち中心極限定理における分散の減少の様子と等しく, サンプリングが独立と見なせることに相当する。逆に $f_1 \sim f_2$ 間で $S_c(f)$ が大きく変化する場合には, 特別な周波数成分を取り除く。このため年周変動などの長周期変動のウェイトの大きいような一般的な湖沼において, 年数回あるいは十数回の観測は, 日, 週程度の変動に対してはランダムサンプリング, 季節変動等の長周期変動に対してはある特別の周波数成分だけを残すサンプリングといえる。

(2) 平均の分布形ならびに観測数と精度

平均をとるためのサンプリング回数 m が大きい時あるいは観測量が正規分布と近い分布形を有する場合には, その平均値の分布は正規分布に近づき, 平均値 $\bar{C}_m$ は正規分布検定よりその範囲が推定され精度が評価できる。しかし m が小さく平均値の分布が正規分布とかけ離れたものであると, 以上のような方法を適用することに問題が生じる。このため観測量の確率分布をもとに, その平均値の分布形がどのように変化するかを検討した。なお (1) では等間隔サンプリングの影響を論じたが, このことはそれぞれの観測値が独立でないことを意味する。しかし独立でない量の和の分布形を一般的に論ずることは難しい。等間隔サンプリングの影響は年周期変動等の長周期変動に対して, 一般にランダムサンプリングより平均値の分散を少なくするように働くため, ここでは独立な量の和の分布形を考え, 安全側に精度を論ずる。

独立な確率変数の和の分布の確率密度関数は、それぞれの確率密度関数の合成積で与えられることを利用して和の分布形を評価する方法もあるが、ここでは平均によるモーメントの変化特性を用いる方法を考える。確率変数 X_i についてその平均値回りの n 次モーメントを κ_n とする。この時 X_i をランダムに m 個選んでその平均の確率変量を X_{mi} とすれば、 X_{mi} の n 次モーメント κ_n と κ_n の間には以下の関係が成り立つ。

$$\kappa_1 = \kappa_1, \quad \kappa_2 = \kappa_2/m, \quad \kappa_3 = \kappa_3/m^2, \quad \kappa_4 = \kappa_4/m^3 + 3(m-1)\kappa_2^2/m^3 \quad (37)$$

歪度は $\kappa_3/\kappa_2^{3/2}$ 、尖度は κ_4/κ_2^2 で定義されるため、 m の増加によって歪度は $1/\sqrt{m}$ 、(尖度-3)は $1/m$ となる。6.(4)で系内での歪度変化の様子を説明したが、 m 個の平均をとることによりさらに以上のように変化する。この変化特性を確率密度関数あるいは確率分布関数の形で表現したのが和の分布に関するエッジワース展開であり、例えば X_i の m 個の和の分布を平均0、標準偏差1に標準化したものの確率密度関数 $f_m(x_1)$ は次のように表わされる¹¹⁾。

$$f_m(x_1) = \varphi(x_1) \left\{ 1 + \frac{R_1(x_1)}{\sqrt{m}} + \frac{R_2(x_1)}{m} + \dots \right\} \quad (38)$$

$$R_1 = Sk(x_1^3 - 3x_1)/6$$

$$R_2 = (Ku-3)(x_1^4 - 6x_1^2 + 3)/24$$

$$+ Sk^2(x_1^6 - 15x_1^4 + 45x_1^2 - 15)/72$$

ここに x_1 は平均と標準偏差で規格化した量、 $\varphi(x_1)$ は平均0、標準偏差1の正規分布の確率密度関数であり、 Sk 、 Ku はそれぞれ X_i の歪度、尖度である。すなわち式(38)を用いれば、平均数 m 、 Sk 、 Ku の情報が与えられた時の $f_m(x_1)$ が計算されることになり、平均値の精度が $f_m(x_1)$ のパーセント点をもって推定される。逆に精度と Sk 、 Ku 等を与えれば必要となる観測数もとまる。

8. 霞ヶ浦への適用

3.~7.で行なった理論的考察のうちいくつかを霞ヶ浦に適用し、その適用方法、問題点を検討する。霞ヶ浦は平均水深3.87m、面積171km²の浅く富栄養化の進んだ湖沼であり、全域での滞留時間は約半年である。その形状ならびに10地点の観測地点を図1に示す。観測方法の詳細、水質変化の特性等は福島他²⁾で報告していて、その主要な結果は2.で述べた。ここではまず水質変化特性を4., 5., 6.の理論と比較し、次にこうした湖沼での観測方法について論じる。

(1)水質変動の地点、時間変化特性の検討

表1に高浜入の代表的流入河川である恋瀬川ならびに高浜入St.1~4での水温、クロロフィルa、SS、NO₃-Nの平均値、標準偏差、変動係数、歪度の変化をまとめる。St.1~4の数値は毎月1回、5ヶ年60個のデータより算出したもので、恋瀬川の数値は毎週1回、2ヶ年103個のデータ¹²⁾より算出した。また表中に恋瀬川流入端よりの距離と、各地点までの平均的な流達時間を示す。なお後者は他の河川の流量も考慮している。土浦入(St.6, 7, 8)でも表1と同様な変化が見られるがここでは解析を行なわない。またクロロフィルa、SS、の特性は内部生産に関連した水質で一般的であり、NO₃-Nの特性は溶存態栄養塩で一般的である。表1より水温は地点変化をあまり有しないこと、SSでは平均値、標準偏差、変動係数、歪度が流下に伴い減少すること、クロロフィルaでは平均値がSt.2で最大となるもののSSの地点変化特性とかなり似ていること、NO₃-N

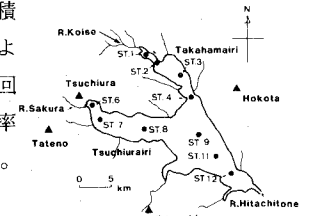


Fig. 6. Sampling points of water qualities in Lake Kasumigaura

Table 1. Variation of statics of water qualities in Takahamairi Bay

ITEM	STATISTIC	R.KOISE	ST.1	ST.2	ST.3	ST.4
WATER TEM. (°C)	AVERAGE	15.6	16.0	16.2	16.3	16.2
	ST. DEV.	8.0	8.4	8.6	8.5	8.5
	COEF. OF VAR.	0.51	0.53	0.53	0.52	0.52
	SKEWNESS	0.19	0.00	0.03	0.00	0.00
CHLORO-PHYLL-A (μg/l)	AVERAGE	≤5	91.1	108	91.5	79.7
	ST. DEV.		65.9	61.9	45.8	37.0
	COEF. OF VAR.		0.73	0.57	0.50	0.46
	SKEWNESS		1.32	0.84	0.56	-0.09
SS (mg/l)	AVERAGE	19.7	25.1	22.5	19.5	15.6
	ST. DEV.	22.6	16.2	14.2	11.2	7.8
	COEF. OF VAR.	1.15	0.65	0.62	0.57	0.50
	SKEWNESS	2.11	1.85	1.76	1.11	0.63
NO ₃ -N (mg/l)	AVERAGE	1.37	0.91	0.50	0.17	0.15
	ST. DEV.	0.67	0.73	0.47	0.20	0.29
	COEF. OF VAR.	0.49	0.81	0.93	1.22	1.91
	SKEWNESS	0.14	0.78	1.34	1.25	4.62
DISTANCE FROM INFLOW RIVER MOUTH (KM)		-5	0.75	2.8	6.5	10.5
ARRIVAL TIME (DAY)		-1	4.6	16.1	83.1	139

Table 2. Standard deviations of air and water temperature for various time scale in St.1 (°C)

Time Scale of Var.	Air Tem.	Water Tem.
In Year	8.4	8.4
In Month S1	2.8	3.0
In Month S2	2.8	2.8
In Day	3.6	0.58

では平均値が急激に減少するのに対し、変動係数、歪度は増加する等の特性がわかる。高浜入水域は図6に示されるように流下に伴ない横断面積が数倍変化するが、ここでは u 、 D 、 A 、 k を一定とし、また途中流入を仮定した4、5、6の結果と定性的な比較を行なうことにする。

まず平均値の変化より k をもとめると、クロロフィル a ; $2.5 \times 10^{-4} (d^{-1})$ (St.2-4の変化より)、SS; $5.4 \times 10^{-3} (d^{-1})$ (St.1-4)、 NO_3-N ; $2.2 \times 10^{-2} (d^{-1})$ (St.1-3)が得られる。水温では地点変化がないため算出しない。全域での物質収支算定の結果全リンで 1.8×10^{-2} 、全窒素で $6.6 \times 10^{-3} (d^{-1})$ が得られているが¹³⁾、これに比べクロロフィル a 、SSで若干小さく、 NO_3-N で大きい。内部生産は溶存態栄養塩を消費することにより行なわれるが、生産物の分解のされ方、有機の溶存態栄養塩の存在等がこの差を生じていると考えられる。次にこの水域の平均的な u は約 0.2 cm/s 、 D は $10^5 \text{ cm}^2/\text{s}$ 程度と見積もられる⁴⁾。この結果図2、3等の $(1+4Pk/Pe)$ はクロロフィル a 、SS等で $1.3 \sim 1.6$ 、 NO_3-N で3.5前後となる。また $(4D\omega/u^2)$ は1年変動に対し0.32、1月程度の変動で3.8、1日変動で116程度の値となる。また $\{u(x-a)/2D\}$ は湖始端を $x=a$ としてSt.1で0.075、St.4で1.1となる。クロロフィル a 、SS等の変動係数が流下に従がい減少する様子は、図2で1年あるいは1月程度の変動が変化する様子と近い。これに対して NO_3-N では $(1+Pk/Pe)$ が大きいため、入力変動に対してはあまり変化せず、図3に示されるような k の変動により変動係数が増加する傾向とよく一致している。すなわち同程度の変動が入力、係数変動として与えられても、その水質項目のもつ k の大きさが変動の地点変化特性が異なったものになることを図2、3は説明する。

次にクロロフィル a 、SSの歪度の変化を図5と比較してみよう。 NO_3-N の場合、係数変動の効果が先の結果より大きいことが明かなためこの図よりの評価は不適当である。まず水質と関係が深い流量について恋瀬川で自己相関係数をもとめてみると、1日で0.79、2日で0.56等が得られる。図5で用いた ρ_{nl} は0.8であるので、 Δt は1日程度と見積もることができる。またクロロフィル a 等はSt.1、2のような湾奥で急激に生産され、その生産物が流下し減少するといったモデルも考えられる。その場合、季節変化特性より Δt は最大で1月程度と推定される。この両者に対して Pe^* 、 PK^* 、 x^* をもとめてみると $\Delta t=1$ 日に対して $Pe^*=0.035$ 、 $PK^*=5.4 \times 10^{-3}$ 、 x^* はSt.1で4.6、St.4で139となり、 $\Delta t=1$ 月で $Pe^*=1.1$ 、 $PK^*=0.16$ 、 x^* はSt.1で0.15、St.4で4.6等の数値が得られる。図5で $\Delta t=1$ 日の時には歪度が約1/3に、 $\Delta t=1$ 月の時には数割減少することが予想される。表1ではSt.1-4の流下に伴ない歪度は数分の1に減少するが、この特性をかなり説明するものと考えられる。 u 、 D 、 k 、 A 等を一定とした仮定、あるいは流量変化等をモデル化していない等の問題点が存在するものの、4、5、6で得られた地点変化特性は実際の湖沼のそれを定性的には説明するものといえよう。

最後に変動の時間スケールが水質変動に与える影響を水温を例として検討してみる。表2にはSt.1 ($H=2 \text{ m}$)における水温、気温の標準偏差を年間、月間、日間に分けて示す。月間の水温変動とは数日間隔で19回(S1)、14回(S2)測定を行なった結果で、その気温変動は日平均気温の各月内標準偏差を年平均した結果である。日間変動には3~4時間間隔で水温、気温を測定した結果で、水温には全水深平均値を用いている。各水深の水温の標準偏差はこの値より1割程度大きい。気温、水温間の変動比較は水温に地点変化が少ないことより完全混合モデル式(8)を用いて検討する。 k はゼロであり、 H/k'' は顕熱伝達係数 k_h ($\text{cal}/\text{cm}^2 \text{ s}$)に $2.77 \times 10^{-4} (0.48 + 0.272V)^{14})$ 、を用いて風速 V に 4 m/s ⁴⁾を与えると $4.6 \times 10^5 \text{ s}$ すなわち5.3日となる。この時の周波数応答は式(9)より $|G(\omega)| = \{(H/k'')^2 \omega^2 + 1\}^{-1/2}$ となる。 $\omega H/k''$ が1より小さくなる年間、月間変動では水温変動が気温変動と同程度、 $\omega H/k''$ が5.3前後となる日間変動では $|G(\omega)|$ が0.19程度と予想されるが、この結果は表2とよく一致している。水温変動には顕熱以外に輻射、逆放射等も関係するが、それらの変動も顕熱の変動と似かよっていること、水深が浅く鉛直混合度が大きい等が上述のようなよい一致をもたらしたと考えられる。水温以外の項目については各周期に対応する入力、係数変動の大きさの推定が難しいこともあり、ここでは検討を行なわなかった。

(2)観測数と精度

まず7.(1)に述べた等間隔サンプリングによる効果を観測値をもとに評価しておく。観測時系列のパワースペクトルより影響を評価する方法を7.(1)に述べたが、データ数が60、また時間間隔が1月とその推定精度が悪いことが予想される。このため観測時系列に対し、各年ごとに年1、2、3、4、5、6回の測定を行なうケースを

考え、それぞれの予想される各年度平均値の分散をもとめた。例えば年2回の測定を等間隔で行なうケースは、実測時系列が各月データであるため6通り存在するが、それぞれの各年度平均値は異なりその分散を算定した。図7には4つの水質時系列に対し上記の計算を行なった結果を、横軸に各年の測定数、縦軸に全分散に対する得られる分散の比として示す。経年変動が存在するため年1回の測定でも1.0にならない。ランダムサンプリングでは m 個の平均により分散は $1/m$ に減少するが、図7ではこれより早く減少している。特に水温では年周変動が卓越し、その変動の全変動に占める割合がフーリエ級数の算定より分散の比として0.93(St.3)と高く、このため年2回の測定でもその年平均値の分散は全分散の3%程度になってしまう。また測定数の増加に対して分散が増加するケースもある。各水質項目の時系列特性を十分に検討した上での観測頻度の決定が必要といえる。

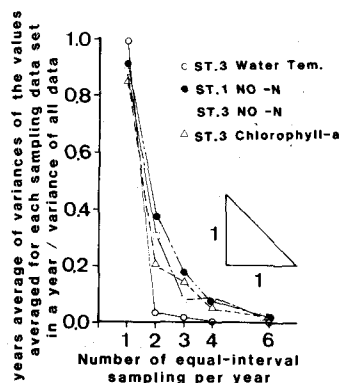


Fig. 7. Variation of variance due to the number of equal-interval sampling in a year

次に7.(2)に述べた平均の分布形について検討を行なう。例えばSt.1のクロロフィルaでは $Sk=1.32$, $Ku=3=2.19$ を有している。 Sk, Ku 以外の高次モーメントをゼロとして式38を用いれば平均値の回りで、 (± 1) 標準偏差の間にはいる確率が、正規分布では0.683であるのに対し、平均数 $m=1$ の場合0.723, $m=2$ で0.703, $m=10$ で0.696等が近似的に予想される。溶存態栄養塩では一般に Sk, Ku が大きいため、 m の小さい観測では注意しないといけない。

最後に完全混合モデル、移流分散モデルの適用の分類を考える。ここでは例として表1のSt.1~4の水温、クロロフィルaの平均値に対し、どの程度の測定頻度で地点差が有意となるか検定を行なった。まず表1の平均、標準偏差をそれぞれ各地点の母平均、母標準偏差と仮定する。各地点で m 回のランダムサンプリングを仮定し、St.1~4の最大、最小値の差が、有意水準0.10で検出するかどうかを正規分布検定で調べた。この結果必要となる観測数は水温で約2000回、クロロフィルaで10回となった。等間隔サンプリングの場合、図7のように平均数 m により急激に分散が減少することが予測されるが、年十数回程度の観測では、水温に対しては完全混合モデルの適用が、クロロフィルaに対しては移流分散モデルの適用が適当といえる。

9. おわりに

以上、浅い湖沼における水質変化特性の基本的なモデル化と、その結果を利用して水質観測方法について論じた。得られた結果を整理すれば以下ようになる。

(1)湖の特性量、入力、係数変動特性と湖内水質変動、分布形の変化等の間の関係を周波数、インパルス応答を用いて明らかにした。この結果を用いれば湖内各地点での変動の大きさ、平均値と標準偏差の比、重要な変動因子、分布形の変化の予測等が湖沼の特性量との関係より明らかになり、水質観測の重要な指針を与える。

(2)等間隔サンプリングの分散に及ぼす影響、期間平均数が少なく正規分布と大きく異なる分布形を有する水質の観測における精度評価の方法を検討した。この結果(1)の理論で各対象湖沼の水質変化特性が予測されれば、湖沼の長期的変化を明らかにさせるための観測の必要とされる精度より、最小の観測頻度がもとまる。

(3)以上の理論的考察のうちいくつかを霞ヶ浦に適用し、その適用方法、問題点を検討した。

〔参考文献〕 1) 松岡・内藤(1983); 水質汚濁研究, 6(1). 2) 福島他(1983); 衛生工学研究論文集, 19. 3) 宗宮・藤井(1983); 衛生工学研究論文集, 19. 4) 村岡・福島(1981); 国立公害研究所研究報告, 19. 5) Loftis, J. C. et. al. (1981); Water Resources Res, 17(6). 6) 高松他(1972); 土木学会論文報告集, 197. 7) 住友(1980); 新体系土木工学87. 8) 高松他(1971); 土木学会論文報告集, 193. 9) 市川(1980); 都市河川の環境科学. 10) 神田(1982); 新体系土木工学26. 11) 清水(1976); 中心極限定理. 12) 海老瀬(1981); 国立公害研究所研究報告, 21. 13) 合田・村岡・福島(1984); 国立公害研究所研究報告, (印刷中). 14) 和田他(1965); 海岸工学講演会論文集, 12.