

(9) 非定常解析による回転円板付着生物膜への物質移動の評価

EVALUATION OF UNSTEADY-STATE MASS TRANSFER
INTO THE BIOFILM FIXED TO A ROTATING DISK

伊藤和夫*・松尾友矩*

Kazuo ITO*, Tomonori MATSUO*

ABSTRACT; An ordinary aerobic rotating biological contactor (RBC) has disks which are half submerged in the bulk liquid. In order to estimate the oxygen transfer rate into the biofilm fixed to a rotating disk quantitatively, it should be noted that the mechanism be essentially described as unsteady-state diffusion and reaction process, because the biofilm experiences cyclic changes between the air and water phases. In this study, we gave the analytical solutions of differential equations of unsteady-state mass transfer for RBC nitrification process. We calculated the removal rate of ammonium nitrogen from the solutions and compared them with experimental results. The experiments were carried out using a small laboratory-scale RBC unit whose disk diameter was 26 cm. From these results, we could examine effects of rotational speed and disk diameter on the ammonium nitrogen removal rate. Main results were as follows: (1) Reaction mechanism changed from ammonium limitation (substrate limitation) to oxygen limitation at about 5 rpm in this study. (2) At higher rotational speed than 5 rpm, nitrification was limited by oxygen supply and the increase of rotational speed had no effect on the ammonium nitrogen removal rate. However, the dissolved oxygen concentration in the bulk liquid increased with the increase of rotational speed, because the bulk liquid was more aerated as rotational speed increased. (3) It was estimated from the unsteady-state analytical solutions that more than 95 % of the amount of oxygen used in the biofilm was supplied from the air under the oxygen limitation and that the maximum ammonium nitrogen removal rate decreased as disk diameter increased.

KEYWORDS; RBC, ROTATING DISK, MASS TRANSFER, BIOFILM KINETICS, NITRIFICATION, SCALE-UP, UNSTEADY-STATE

1 はじめに

通常の浸漬率50%程度(半浸漬型)の回転円板処理装置においては、円板に付着している生物膜は、交互に水中空中を経ることにより、周期的な環境変動をうける。従って付着生物膜への物質の移動も水中と空中では基本的に異なるはずである。例えば、基質に注目すれば、基質は水中から付着生物膜に供給されるが、空中では供給が止まる。生物膜を一つの反応装置にみたてれば、それはSemi-batch reactorに似ている。酸素の供給も逆に空中からの供給が大半とすれば同様のことが言える。すなわち、生物膜への物質移動は基本的に非定常であり、その点を考慮した解析が必要である。既存の研究で非定常性を考慮したものは、渡辺らのシミュレーションによる研究⁽¹⁾があるのみであり、解析的な検討に関してはほとんどなされていない。複雑な現象をできるだけ忠実にシミュレートする研究方向とともに、回転円板に特有な非定常性を失わずに、複雑な現象を単純化して、その本質を見きわめる解析的な研究も重要である。その解析により、特にスケールアップに関する知見を得ることができると考える。

本報においては、硝化を例にとり、生物膜への物質移動を、酸素律速と基質律速の場合に分けて解析的に検討することにより、種々の操作因子が硝化速度に及ぼす影響を明確な形で定量化しようとするものである。

2 基礎方程式とその解

* 東京大学工学部都市工学科 Dept. of Urban & Sanitary Engineering, Univ. of Tokyo

〈基本的仮定〉解析の前提として以下の仮定をおく。①酸素または基質(この場合、アンモニウムイオン)のいずれかが硝化反応を律速する。亜硝酸の蓄積はない。②反応は一次反応で記述する。③生物膜深さは無限とする。④付着水膜は円板上均一に形成され、その厚さは生物膜の有無によらない。⑤付着水膜は図1に示す水中入出口部においては乱されずに水中に入るが、水中出口部では近傍の渦により乱され、水膜自体の交換もしくはそれに付随する乱れにより、付着水膜中の物質濃度が均一化される。⑥空中水中とも初期条件として、生物膜中の濃度分布を指数関数(定常分布)で近似する。

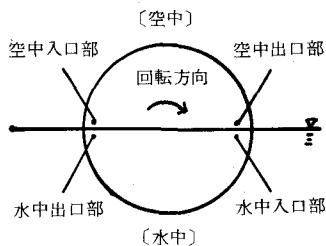


図1 回転円板の模式図

〈基礎方程式とその解〉ここでは、酸素律速の場合と基質律速の場合に分けて基礎方程式を立て、所与の初期境界条件の下で解いた結果を示す。記号の説明は一括して記号表に示す。なお基質律速の水中の場合、濃度境界層を導入しているが、それは酸素律速の時の解析解と対比させるためのものであり、本解析において必須とする概念ではない。

(a) 酸素律速の場合

(a-1) 空中時

領域Ⅰ. 生物膜
$$\frac{\partial C_I}{\partial t} = D_{cb} \frac{\partial^2 C_I}{\partial z^2} - \hat{\mu}_c C_I \quad (1)$$

$$\begin{cases} t=0, z \geq 0, C_I = C_i \exp(-\alpha_c z) \\ t > 0, z = \infty, C_I = 0 \end{cases} \quad (2)$$

領域Ⅱ. 付着水膜
$$\frac{\partial C_{II}}{\partial t} = D_{cw} \frac{\partial^2 C_{II}}{\partial y^2} \quad (3)$$

$$\begin{cases} t=0, \delta \geq y \geq 0, C_{II} = C_o \\ t > 0, y = \delta, C_{II} = C^* \end{cases} \quad (4)$$

領域ⅠとⅡの接合条件

$$t > 0, y = z = 0, C_I = C_{II}, D_{cb} \frac{\partial C_I}{\partial z} = -D_{cw} \frac{\partial C_{II}}{\partial y} \quad (5)$$

ここで、 $\alpha_c = \sqrt{\hat{\mu}_c / D_{cb}}$ である。紙数が限られているのでここではフラックス計算に必要な C_{II} の解だけを示す。

$$C_{II} = C_o + (C^* - C_o) \operatorname{erfc} \left(\frac{\delta - y}{2\sqrt{D_{cw}t}} \right) - \frac{\eta_c^2 \alpha_c (\delta - y)}{1 + \eta_c^2 \alpha_c \delta} C^* + (C^* - C_o) \left[\frac{2}{\pi} \int_0^{\sqrt{\mu_c}} \frac{\sin \frac{(\delta - y)\xi}{\sqrt{D_{cw}}} e^{-\xi^2 t}}{\xi} d\xi + \int_{\sqrt{\mu_c}}^{\infty} \frac{\psi_c \sin \frac{(\delta - y)\xi}{\sqrt{D_{cw}}} e^{-\xi^2 t}}{\xi} d\xi \right] \quad (6)$$

ここで、 $\eta_c = \sqrt{D_{cb} / D_{cw}} \quad (7)$

$$\psi_c = -\frac{2}{\pi} \frac{(\eta_c \sqrt{\mu_c} - \xi) \left[\xi \cos \frac{2\delta\xi}{\sqrt{D_{cw}}} - \eta_c \sqrt{\mu_c} \sin \frac{2\delta\xi}{\sqrt{D_{cw}}} \right] (C^* - C_o) + \eta_c \sqrt{\mu_c} \left[\xi \cos \frac{\delta\xi}{\sqrt{D_{cw}}} (C_o - C_i) - \eta_c C_i \sqrt{\mu_c} \sin \frac{\delta\xi}{\sqrt{D_{cw}}} \right]}{\left[\xi^2 \cos^2 \frac{\delta\xi}{\sqrt{D_{cw}}} + \eta_c (\xi^2 - \mu_c) \sin^2 \frac{2\delta\xi}{\sqrt{D_{cw}}} \right] (C^* - C_o)} \quad (8)$$

(a-2) 水中時

領域Ⅰ. 生物膜

$$\frac{\partial C_I}{\partial t} = D_{cb} \frac{\partial^2 C_I}{\partial z^2} - \hat{\mu}_c C_I \quad (1)$$

領域Ⅱ. 付着水膜

及び槽内水
$$\frac{\partial C_{II}}{\partial t} = D_{cw} \frac{\partial^2 C_{II}}{\partial y^2} \quad (3)$$

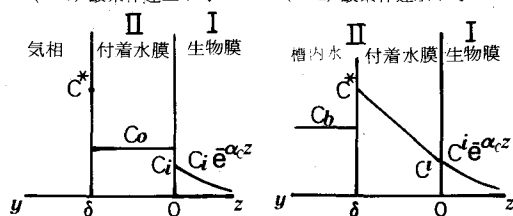
$$\begin{cases} t=0, z \geq 0, C_I = C^i \exp(-\alpha_c z) \\ t > 0, z = \infty, C_I = 0 \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} t=0, \delta \geq y \geq 0, C_{II} = K_2 y + C^i, K_2 = \frac{C^* - C^i}{\delta} \\ t=0, y > \delta, C_{II} = C_b \\ t > 0, y = \infty, C_{II} = C_b \end{cases} \quad (10)$$

領域ⅠとⅡの接合条件は(5)式で与えられる。 C_{II} の解は(a-1)の場合と同様にして厳密解(10)式が得られるが、解の使い易さや見通しの良さから考えて、(10)式で与えられる級数近似解が便利である(ただし $\eta_c = 1$ の場合は(10)式でも厳密な解を与える)。

(a-1) 酸素律速空中時

(a-2) 酸素律速水中時



(b-1) 基質律速水中時

(b-2) 基質律速空中時

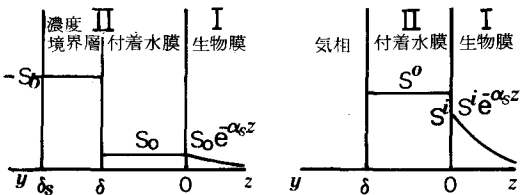


図2 基礎方程式における初期条件一覧

$$C_I = (C^* - C_b) \left[\int_0^{\sqrt{\mu_c}} \varphi_{21} \left[\cos \frac{y\xi}{\sqrt{D_{cw}}} + \frac{\eta_c \sqrt{\mu_c - \xi^2}}{\xi} \sin \frac{y\xi}{\sqrt{D_{cw}}} \right] e^{\xi^2 t} d\xi \right. \\ \left. + \int_{\sqrt{\mu_c}}^\infty \left[\varphi_{22} \cos \frac{y\xi}{\sqrt{D_{cw}}} + \frac{\eta_c \sqrt{\xi^2 - \mu_c}}{\xi} \varphi_{23} \sin \frac{y\xi}{\sqrt{D_{cw}}} \right] e^{\xi^2 t} d\xi \right] - C^i - \frac{K_2}{\eta_c^2 \alpha_c} \quad (11)$$

ここで、

$$\varphi_{21} = \frac{2 \left[\left[K_2 \sqrt{D_{cw}} - \eta_c \sqrt{\mu_c} \right] (C^* - C_b) \left\{ \cos \frac{\delta \xi}{\sqrt{D_{cw}}} + \left[K_2 \sqrt{D_{cb}} (\mu_c - \xi^2) - (C^* - C_b) \xi^2 \right] \sin \frac{\delta \xi}{\sqrt{D_{cw}}} \right\} \right.}{\pi \xi \left[\xi^2 + \eta_c^2 (\mu_c - \xi^2) \right] (C^* - C_b)} \quad (12)$$

$$\varphi_{22} = \frac{2 \left[K_2 \sqrt{D_{cw}} \cos \frac{\delta \xi}{\sqrt{D_{cw}}} + (C^* - C_b) \xi \sin \frac{\delta \xi}{\sqrt{D_{cw}}} \right]}{\pi \xi \left[\xi + \eta_c \sqrt{\xi^2 - \mu_c} \right] (C^* - C_b)} \quad (13)$$

$$\varphi_{23} = \frac{2 \left[K_2 \sqrt{D_{cw}} \sin \frac{\delta \xi}{\sqrt{D_{cw}}} + (C^* - C_b) \xi \cos \frac{\delta \xi}{\sqrt{D_{cw}}} \right]}{\pi \xi \left[\xi + \eta_c \sqrt{\xi^2 - \mu_c} \right] (C^* - C_b)} \quad (14)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} C_{II} (0 \leq y \leq \delta) \\ C_{II} (\delta \leq y) \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} K_2 y + C^i \\ C_b \end{array} \right\} - (C^* - C_b) \left[\frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{\delta - y}{2 \sqrt{D_{cw} t}} \right) + \eta_c \sum_{n=1}^{\infty} \Lambda^{2n} \operatorname{ierfc} \left(\frac{\delta + y}{2 \sqrt{D_{cw} t}} \right) \right] \\ - K_2 \sqrt{D_{cw} t} \left[\operatorname{ierfc} \left(\frac{\delta - y}{2 \sqrt{D_{cw} t}} \right) + 2 \eta_c \sum_{n=1}^{\infty} \Lambda^{2n+1} \operatorname{ierfc} \left(\frac{\delta + y}{2 \sqrt{D_{cw} t}} \right) \right] \quad (15)$$

ここで、

$$\Lambda = (-1)^n \cdot f(n+1) (4 \hat{\mu}_c \bar{t})^n, \quad f(n) = \Gamma(n - \frac{1}{2}) / [2 \sqrt{\pi} \Gamma(n+1)] \quad (16)$$

表1に示す計算比較例を見てもわかるように、 $\eta_c \approx 1$ の場合、(11)式は良い近似を与える。 $\eta_c = 1$ の時、(11)式と(15)式が完全に一致すべき事から、

計算上の誤りを検定できる。また(6)式に対しても、それに対応する級数解を導き、同様の検定を済ませてある。

(b) 基質律速の場合

(b-1) 水中時

領域Ⅰ. 生物膜

$$\frac{\partial S_I}{\partial t} = D_{sb} \frac{\partial^2 S_I}{\partial z^2} - \hat{\mu}_s S_I \quad \left\{ \begin{array}{l} t=0, z \geq 0, S_I = S_0 \exp(-\alpha_s z) \\ t > 0, z = \infty, S_I = 0 \end{array} \right. \quad (17)$$

領域Ⅱ. 付着水膜

$$\text{及び濃度境界層} \quad \frac{\partial S_{II}}{\partial t} = D_{sw} \frac{\partial^2 S_{II}}{\partial y^2} \quad \left\{ \begin{array}{l} t=0, \delta \geq y \geq 0, S_{II} = S_0 \\ t=0, \delta_s \geq y \geq \delta, S_{II} = S_b \\ t > 0, y = \delta_s, S_{II} = S_b \end{array} \right. \quad (20)$$

領域ⅠとⅡの接合条件

$$t > 0, y = z = 0, \quad S_I = S_{II}, \quad D_{sb} \frac{\partial S_I}{\partial z} = -D_{sw} \frac{\partial S_{II}}{\partial y} \quad (21)$$

ここで、 $\alpha_s = \sqrt{\hat{\mu}_s / D_{sb}}$ である。(17)式～(21)式より S_{II} の解は以下で与えられる。

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{II} (0 \leq y \leq \delta) \\ S_{II} (\delta \leq y \leq \delta_s) \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} S_0 \\ S_b \end{array} \right\} + \frac{S_b - S_0}{2} \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{2\delta_s - \delta - y}{2 \sqrt{D_{sw} t}} \right) \pm \operatorname{erfc} \left(\frac{|\delta - y|}{2 \sqrt{D_{sw} t}} \right) \right] - \frac{\eta_s^2 \alpha_s (\delta_s - y)}{1 + \eta_s^2 \alpha_s \delta_s} S_b \\ + (S_b - S_0) \left[\frac{2}{\pi} \int_0^{\sqrt{\mu_s}} \frac{\sin \frac{(\delta_s - y)\xi}{\sqrt{D_{sw}}} \cos \frac{(\delta_s - \delta)\xi}{\sqrt{D_{sw}}}}{\xi} e^{-\xi^2 t} d\xi + \int_{\sqrt{\mu_s}}^\infty \frac{\phi_s \sin \frac{(\delta_s - y)\xi}{\sqrt{D_{sw}}}}{\xi} e^{-\xi^2 t} d\xi \right] \quad (22)$$

ここで、 $\eta_s = \sqrt{D_{sb} / D_{sw}}$ (23)

$$\phi_s = - \frac{2 \left(\eta_s \sqrt{\xi^2 - \mu_s} - \xi \right) \left[\xi \cos \frac{2\delta_s \xi}{\sqrt{D_{sw}}} - \eta_s \sqrt{\xi^2 - \mu_s} \sin \frac{2\delta_s \xi}{\sqrt{D_{sw}}} \right] \cos \frac{(\delta_s - \delta)\xi}{\sqrt{D_{sw}}} (S_b - S_0) - \eta_s \sqrt{\xi^2 - \mu_s} \cdot \sqrt{\mu_s} S_0 \sin \frac{\delta_s \xi}{\sqrt{D_{sw}}}}{\left[\xi^2 \cos^2 \frac{\delta_s \xi}{\sqrt{D_{sw}}} + \eta_s (\xi^2 - \mu_s) \sin^2 \frac{\delta_s \xi}{\sqrt{D_{sw}}} \right] (S_b - S_0)} \quad (24)$$

(b-2) 空中時

領域Ⅰ. 生物膜

$$\frac{\partial S_I}{\partial t} = D_{sb} \frac{\partial^2 S_I}{\partial z^2} - \hat{\mu}_s S_I \quad \left\{ \begin{array}{l} t=0, z \geq 0, S_I = S^i \exp(-\alpha_s z) \\ t > 0, z = \infty, S_I = 0 \end{array} \right. \quad (25)$$

領域Ⅱ. 付着水膜

$$\frac{\partial S_{II}}{\partial t} = D_{sw} \frac{\partial^2 S_{II}}{\partial y^2} \quad \left\{ \begin{array}{l} t=0, \delta \geq y \geq 0, S_{II} = S^o \\ t > 0, y = \delta, \partial S_{II} / \partial y = 0 \end{array} \right. \quad (26)$$

表1 厳密解(11)式と級数解

(15)式の計算比較例

t/τ_w	y/δ	η_c	C_{II}/C_b		Eq.(15) Eq.(11)
			Eq.(11)	Eq.(15)	
1.0	0.0	1.0	0.4143	0.4143	1.00
	0.2		0.4235	0.4235	
	0.4		0.4776	0.4777	
	1.0		0.6231	0.6231	
	4.0		0.9697	0.9697	
	8.0		1.000	1.000	
0.033	0.0	0.92	1.016	0.995	0.979
	0.2		1.136	1.125	0.990
	0.4		1.234	1.233	0.999
	1.0		1.251	1.259	1.01
	4.0		0.999	1.000	1.00
	8.0		1.000	1.000	1.00
0.5	0.0	0.92	0.593	0.607	1.02
	0.4		0.670	0.682	1.02
	1.0		0.823	0.830	1.01
	4.0		1.010	1.010	1.00
	8.0		1.000	1.000	1.00
1.0	0.0	0.92	0.439	0.455	1.04
	0.4		0.499	0.512	1.03
	1.0		0.641	0.651	1.02
	4.0		0.974	0.975	1.00
	8.0		1.000	1.000	1.00

Parameter values used

$\bar{\omega}$ 10 rpm, R 13cm, H 0.1

W.T. 17.5°C, C^* 9.1 mg/l, μ_c 0.8 1/s

C_b 5 mg/l, C_0 3mg/l,

$$\eta_c = \eta_c^2 \alpha_c C^i = \frac{\eta_c^2 \alpha_c C^*}{1 + \eta_c^2 \alpha_c \delta}$$

接合条件は(20)式で与えられる。S_{II}の解を求めると以下となる。

$$S_{II} = \frac{2}{\pi} \int_{\sqrt{\mu_s}}^{\infty} \frac{[(S^0 - S^i)\xi \sin \frac{\delta \xi}{\sqrt{D_{sw}}} + \sqrt{\mu_s} S^i \cos \frac{\delta \xi}{\sqrt{D_{sw}}}] \cos \frac{(\delta - \gamma)\xi}{\sqrt{D_{sw}}}}{\eta_s(\xi^2 - \mu_s) \cos^2 \frac{\delta \xi}{\sqrt{D_{sw}}} + \xi^2 \sin^2 \frac{\delta \xi}{\sqrt{D_{sw}}}} \cdot \frac{\eta_s(\xi^2 - \mu_s)}{\xi} e^{-\xi^2 t} d\xi \quad (27)$$

3 水膜中への平均フラックス、その他の計算

(a) 酸素律速の場合 空中から水膜中に移動する平均酸素フラックス $\bar{N}_{ca}$ は、水膜の平均滞留時間 $\bar{t}_a$ を用いて(6)式から算出する。

$$\bar{N}_{ca} = \frac{1}{\bar{t}_a} \int_0^{\bar{t}_a} D_{cw} \frac{\partial C_{II}}{\partial y} \Big|_{y=\delta} dt = \frac{\eta_c^2 \alpha_c (\delta - \gamma)}{1 + \eta_c^2 \alpha_c \delta} C^* + 2(C^* - C_0) \sqrt{\frac{D_{cw}}{\pi \bar{t}_a}} \left[\text{erfc}(\sqrt{\mu_c \bar{t}_a}) + \frac{1 - e^{-\mu_c \bar{t}_a}}{\sqrt{\pi \mu_c \bar{t}_a}} \right] - \frac{(C^* - C_0) \sqrt{D_{cw}}}{\bar{t}_a} \int_{\sqrt{\mu_c}}^{\infty} \frac{1 - e^{-\xi^2 \bar{t}_a}}{\xi^2} d\xi \quad (28)$$

図9で示すように、(28)式中の最後の積分項は他項に比して小さく、(28)式は近似的に(29)式で表せる。

$$\bar{N}_{ca} \simeq \frac{\eta_c^2 \alpha_c (\delta - \gamma)}{1 + \eta_c^2 \alpha_c \delta} C^* + 2(C^* - C_0) \sqrt{\frac{D_{cw}}{\pi \bar{t}_a}} \left[\text{erfc}(\sqrt{\mu_c \bar{t}_a}) + \frac{1 - e^{-\mu_c \bar{t}_a}}{\sqrt{\pi \mu_c \bar{t}_a}} \right] \quad (29)$$

(29)式右辺第一項は定常状態に達した時のフラックスであり(以下定常項と呼ぶ)、右辺第二項は非定常部分の寄与を表す(以下非定常項と呼ぶ)。

一回の滞留時間中に槽内水中から付着水膜中に移動する平均酸素フラックス $\bar{N}_{cw}$ は、(19)式から算出する。

$$\bar{N}_{cw} = \frac{1}{\bar{t}_w} \int_0^{\bar{t}_w} D_{cw} \frac{\partial C_{II}}{\partial y} \Big|_{y=\delta} dt = s_1 \frac{D_{cw} k_2}{2} - s_2 \sqrt{\frac{D_{cw}}{\pi \bar{t}_w}} (C^* - C_b) \quad (30)$$

ここで、

$$s_1 = 1 + 8 \eta_c \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot f(n+1) (4 \hat{\mu}_c \bar{t}_w)^n \cdot \text{ierfc}(\delta / \sqrt{D_{cw} \bar{t}_w})^{2n+2} \quad (31)$$

$$s_2 = 1 - 2 \sqrt{\pi} \eta_c \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot f(n+1) (4 \hat{\mu}_c \bar{t}_w)^n \cdot \text{ierfc}(\delta / \sqrt{D_{cw} \bar{t}_w})^{2n+1} \quad (32)$$

次に水中出口部における水膜の交換による物質移動を考慮するために、(19)式より水中出口部における付着水膜中の平均DO濃度 C_{av} を計算する。

$$C_{av} = \frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} C_{II}(y, \bar{t}_w) dy = F C_b + (G - F) C^* \quad (33)$$

ここで、

$$F = \frac{\sqrt{D_{cw} \bar{t}_w}}{\delta} \left[\frac{1}{\sqrt{\pi}} - \text{ierfc}\left(\frac{\delta}{2\sqrt{D_{cw} \bar{t}_w}}\right) + 2 \eta_c \sum_{n=1}^{\infty} \Lambda^n \left\{ \text{ierfc}\left(\frac{\delta}{2\sqrt{D_{cw} \bar{t}_w}}\right) - \text{ierfc}\left(\frac{\delta}{\sqrt{D_{cw} \bar{t}_w}}\right) \right\} \right] \quad (34)$$

$$G = \frac{C^* - C}{2C^*} - \frac{2k_2 D_{cw} \bar{t}_w}{\delta \cdot C^*} \left[\frac{1}{4} - \text{ierfc}\left(\frac{\delta}{2\sqrt{D_{cw} \bar{t}_w}}\right) + 2 \eta_c \sum_{n=1}^{\infty} \Lambda^n \left\{ \text{ierfc}\left(\frac{\delta}{2\sqrt{D_{cw} \bar{t}_w}}\right) - \text{ierfc}\left(\frac{\delta}{\sqrt{D_{cw} \bar{t}_w}}\right) \right\} \right] \quad (35)$$

ここで、 $\Lambda^n = (-1)^n \cdot f(n+1) (4 \hat{\mu}_c \bar{t}_w)^n$ である。

水膜交換率⁽³⁾ f_2 と(33)式を用いると、(4)式中の C_0 が(36)式で算出される。また、槽内水に関してDO収支をとると(37)式となる。

$$C_0 = (1 - f_2) C_{av} + f_2 C_b \quad (36)$$

$$v \frac{dC_b}{dt} = v(C_{in} - C_b) + \{-\bar{N}_{cw} - f_2(C_{av} - C_b) \frac{\delta}{\bar{t}_w}\} A_w^e \quad (37)$$

槽内水に関しては定常であるとするとき、(37)式の右辺を0とおくことにより、 C_b が求まる。

$$C_b = \frac{v C_{in} + \left[s_2 \sqrt{\frac{D_{cw}}{\pi \bar{t}_w}} - s_1 \frac{D_{cw} k_2}{2} + f_2 (G - F) \frac{\delta}{\bar{t}_w} \right] A_w^e C^*}{v + \left[s_2 \sqrt{\frac{D_{cw}}{\pi \bar{t}_w}} + f_2 (1 - F) \frac{\delta}{\bar{t}_w} \right] A_w^e} \quad (38)$$

ここで、 $A_w^e = a_f \cdot A_w$ (39) である。

この時、付着水膜中へ正味に入る酸素は全て硝化反応で消費されると考えられるので、(40)式で定義する換算係数 k を用いると、円板単位面積当りのアンモニア性窒素除去速度 γ_s は、(41)式で算出される。

$$(\text{消費酸素量}) = k \cdot (\text{消費アンモニア性窒素量}) \quad (40)$$

$$r_s = 14.4 \times \frac{a_f \tilde{\omega}}{k} \{ \bar{N}_{cw} \bar{t}_a - \bar{N}_{cw} \bar{t}_w - f_2 (C_b - C_{av}) \delta \} \cdot (1-H)^2 \quad (41)$$

なお (41) 式中の係数は単位換算のためのものである。

(b) 基質律速の場合 水中からの平均基質フラックス $\bar{N}_{sw}$ は同様に (22) 式より算出できるが、(22) 式右辺最後の積分は他項に比べて非常に小さく省略できる。

$$\begin{aligned} \bar{N}_{sw} = & \frac{\eta_s^2 \alpha_s D_{sw}}{1 + \eta_s^2 \alpha_s \delta_s} S_b + (S_b - S_o) \sqrt{\frac{D_{sw}}{\pi \bar{t}_w}} \left\{ 1 + \sqrt{\pi} \operatorname{ierfc} \left(\frac{\delta_s - \delta}{\sqrt{D_{sw} \bar{t}_w}} \right) \right\} \\ & - (S_b - S_o) \frac{2 \sqrt{D_{sw}}}{\pi \bar{t}_w} \int_0^{\bar{t}_s} \frac{1 - e^{-\xi^2 \bar{t}_w}}{\xi^2} \cos^2 \left(\frac{\delta_s - \delta}{\sqrt{D_{sw}}} \xi \right) d\xi \end{aligned} \quad (42)$$

次に (a) の場合と同様に、水中出口部における付着水膜内の平均基質濃度 S_{av} は、(22) 式から算出する。

$$S_{av} = \frac{1}{\delta} \int_0^\delta S_{II}(\gamma, \bar{t}_w) d\gamma \quad (43)$$

すると、この場合の基質除去速度 r_s は以下となる。

$$r_s = 14.4 \times a_f \tilde{\omega} \{ \bar{N}_{sw} \bar{t}_w + f_2 (S_b - S_{av}) \delta \} \cdot (1-H)^2 \quad (44)$$

4. 主要パラメータの評価式 以下に本解析で用いた主要な物理的パラメータの評価式を示す。まず平均滞空時間 $\bar{t}_a$ については種々の評価法⁽⁴⁴⁾があるが、それぞれ結果的には殆ど差異がないことをふまえて、本解析では Yamane らの方法⁽²⁾により算出する。

$$\bar{t}_a = \left[\int_H^1 \left[1 - \frac{1}{\pi} \cos^{-1} \left(\frac{H}{\xi} \right) \right]^{\frac{3}{2}} d\xi \right]^2 / \left[\sqrt{\frac{\omega}{60}} \int_H^1 \left[1 - \frac{1}{\pi} \cos^{-1} \left(\frac{H}{\xi} \right) \right] d\xi \right]^2 \quad (45)$$

また、平均滞水時間 $\bar{t}_w$ は (46) 式で算出する。

$$\bar{t}_w = T - \bar{t}_a \quad (46)$$

平均付着水膜厚さ δ は (47) 式⁽⁴²⁾で、水膜交換率 f_2 は (48) 式⁽³⁾で評価する。

$$\delta = 4/15 \sqrt{2\nu/9} \sqrt{\omega R \sin \Phi}, \quad \sin \Phi = \sqrt{1 - R_i/R} \quad (47)$$

$$f_2 = 3.48 \times 10^{-5} \nu^{-0.3} \omega^{1.3} R^{2.1} (\sin \Phi)^{1.5} \quad (\text{ただし } 0 \leq f_2 \leq 1) \quad (48)$$

濃度境界層厚さ δ_s については、Levich⁽⁴⁾が与えた円板を完全に水没させた定常な場での δ_s を、この場合に適用することはできない。むしろ Zeevalkink⁽⁴²⁾らが指摘したように境界層の発達として扱った方がよいと考えられる。従って一定の δ_s が存在するとは考えられないので、ここではあくまで仮想的概念として水膜が水中を経過していく中で、槽内水として一定の濃度を保てる円板との最小距離、すなわち水中出口部での濃度境界層厚さを δ_s に設定する。水中出口部での境界層厚さ δ_v は Schlichting⁽⁴³⁾が与えた式を回転円板に適用すると、(49) 式となる。 δ_s と δ_v の比は、Levich⁽⁴⁾の結果も参考にして、Bird ら⁽⁵⁾が与えた (50) 式を用いる。従って δ_s を、(51) 式で与える。

$$\delta_v \simeq 5.0 \sqrt{\nu/\omega} \sqrt{2\pi \bar{t}_w/T} = 12.5 \sqrt{\bar{t}_w/T} \sqrt{\nu/\omega} \quad (49)$$

$$\delta_s/\delta_v \simeq Sc^{-\frac{1}{3}} = (D_{sw}/\nu)^{\frac{1}{3}} \quad (50)$$

$$\delta_s = 12.5 \sqrt{\bar{t}_w/T} (D_{sw}/\nu)^{\frac{1}{3}} \sqrt{\nu/\omega} \quad (51)$$

5. 計算手順 酸素律速の場合の計算手順を以下に示す。

① まず (40) 式中の C^i の初期値として、定常分布から得られる (52) 式を用いる。② (36) 式より C_0 を計算する。③ (6) 式より C^i を計算し直す。④ 手順②と手順③を充分な収束が得られるまでくり返す。⑤ (41) 式より r_s を算出する。

$$C^i = \frac{C^*}{1 + \eta_c \alpha_c \delta} \quad (52)$$

ただし本解析の設定条件内では、水膜が空中から水中に入る部分では、ほぼ定常分布に達しており、手順③と④を省略することができる。

次に基質律速の場合の計算手順を以下に示すが、前の場合と同様に手順③と④を省略できる。

①②式において $S_0 = 0$ と初期値を与える。② (22), (43) 式を用いて、③式中の S^0, S^1 の値を求める。③④式を用いて、 $S_0 = \frac{1}{2} \{ S_{II}(0, \bar{t}_a) + S_{II}(\delta, \bar{t}_a) \}$ とする。④ 手順②と手順③を充分な収束が得られるまで繰り返す。⑤ (44) 式より r_s を算出する。

6. 実験結果との対応 図3に示す実験装置を用いて、硝化の実験を行なった。原水には塩化アンモニウムとアルカリ剤として重炭酸ナトリウム及び栄養塩を水道水に溶かしたものを用いた。なお円板には半年以上馴致して、硝化菌主体の生物膜が充分に付着しているものを用いてある。また実験は高回転数の条件下から始め、徐々に回転数を下げていった。表2に実験装置の仕様を示す。また主要な実験条件を表3に示す。

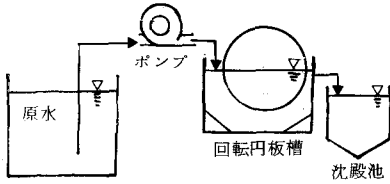


図3 実験装置の概要

表2 実験装置仕様

円板枚数	10枚	円板材質	PVC, 平板	正味の槽容積(V)	7.2ℓ
円板直径	26cm	円板浸漬率	44%	無次元水表面位置(H)	0.1
円板間隔	1cm	円板浸漬面積	4670cm ²	液量面積比(V/A)	6.8ℓ/m ²
円板厚	0.1cm	面積(A _w)			

表3 実験条件一覧

気温	17.5 ± 1.5℃	P	H	7.3 ± 0.3
水温	20.0 ± 0.5℃	槽内水	$\tilde{\omega} \leq 5 \text{ rpm}$	20 ± 4 の時
流入水量	1.9 ± 0.3 cm ³ /s	NH ₄ ⁺ -N		
流入DO濃度	9.5 ± 1.5 * mg/ℓ	平衡濃度	(5 < $\tilde{\omega} \leq 20$) ¹⁴ 以上	($\tilde{\omega} > 20$) 6以上

* 流入DO濃度の影響を調べるため、別に低DO濃度の実験を行っている。

表4 計算に用いたパラメータ値

水温	17.5℃	v	1.9 cm ³ /s	η_c^2	0.85*
D _{ew}	2.1 × 10 ⁻⁵ cm ² /s	C _{in}	9.5 mg/ℓ	η_s^2	($\eta_c = \eta_s = 0.92$)
D _{sw}	1.6 × 10 ⁻⁵ cm ² /s	C*	9.1 mg/ℓ	$\hat{\mu}_c$	0.2 ~ 1.4 1/s
A _w	4670 cm ²	k	4.25**	a _f	1.0 ~ 2.0

* P. L. McCarty らの Data⁽⁶⁾より決定した。

** 亜硝酸の蓄積のない場合の値⁽⁷⁾である。

表3の実験条件を参考にして、計算に用いるパラメータ値を設定した。それを表4に示す。また速度定数 $\hat{\mu}_c$ と面積係数 a_f は、実験的に定めるべき未知のパラメータとしていろいろ変化させた。

解析解と実験結果との対応を図4に示す。図4から、円板回転数5rpmを境として、基質律速から酸素律速に移っていったことがよくわかる。また、酸素律速となっている回転数5rpmのところでは(38)式から算出される槽内DO濃度 C_b と実験結果とが、反応定数 $\hat{\mu}_c = 0.8$ 付近で良く合うことがわかる。次に $\hat{\mu}_c = 0.8$ として(41)式及び(44)式から r_s を算出し、実験結果と対比すると、 $a_f = 1.2 \sim 1.6$ であるとわかる。

7. 仮定の妥当性の検討 以上、本報で提出した解析解が実験結果を説明し得ることを明らかにしたが、ここでは解析にあたり前提とした仮定に対して検討を行なう。仮定の中で議論のあると思われるのは、一次反応の仮定であろう。生物膜中で適用すべき比増殖速度式について考えると、生物膜中では生物密度が非常に高いことから(5万~10万mg/ℓにも達する⁽⁶⁾⁽⁸⁾)、分散系とは異なり、Monod型ではなくContois型⁽⁹⁾の比増殖速度式の方がよいと考えられる。従ってアンモニア酸化菌の比増殖速度式は、酸素律速の場合(53)式で表せる。今(53)式の KX_T のオーダー評価をすることにより、(53)式を一次反応近似とすることの妥当性を検討する。活性汚泥法におけるアンモニア酸化菌の酸素に対する飽和定数は、0.3 mg/ℓ⁽¹⁰⁾程度である。通常の活性汚泥濃度を2000 mg/ℓ、生物膜の生物密度を50 mg/cm³⁽⁶⁾とすると、生物膜中では活性汚泥の25倍の生物密度となる。この時(53)式中のKの値は、 $K \sim 1.5 \times 10^{-4}$ となり、また $KX_T \sim 7.5 \text{ mg/ℓ}$ となる。従って KX_T とCは同オーダーと考えられ、さらに生物膜中のCは大部分の領域で、 KX_T よりも低濃度となることが予想されるので、生物膜中での増殖は濃度になりに依存すると考えられる。従って解析のために(53)式を近似するのならば、0次よりはむしろ、濃度依存性を示す一次反応で近似した方がよいと考えられる。またアンモニア性窒素に対する飽和定数も0.5 mg/ℓ⁽¹⁰⁾であるので、基質律速の場合も酸素律速の場合と同様な議論ができる。アンモニア酸化菌と亜硝酸酸化菌が等量存在すると仮定すると μ_m と $\hat{\mu}_c$ の関係は(54)式で与えられる。(54)式に $\hat{\mu}_c = 0.8 (1/s)$

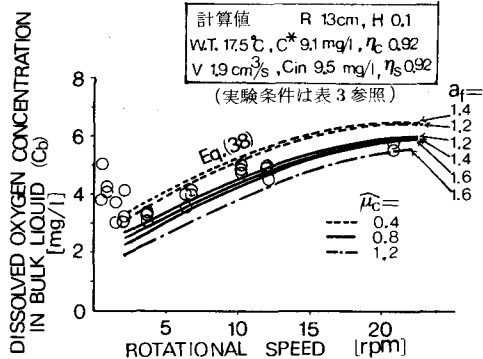


図 4 解析解と実験結果との対応

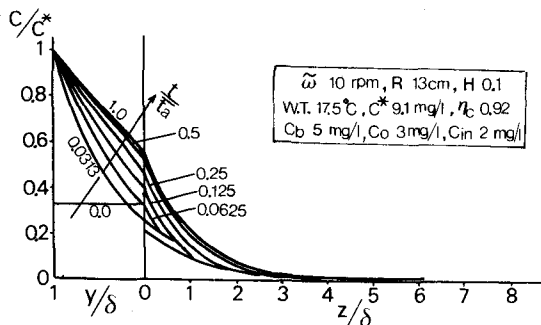
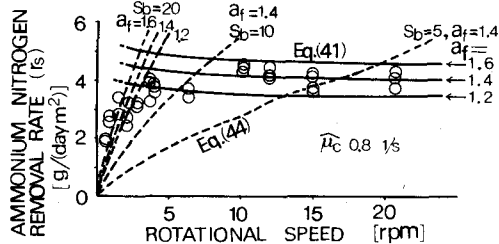


図 5 濃度分布計算例 (空中時)

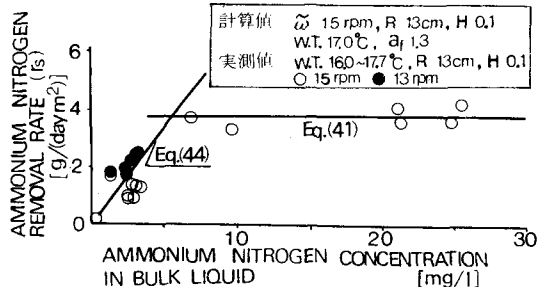


図 6 槽内 $\text{NH}_4^+ - \text{N}$ 濃度と $\text{NH}_4^+ - \text{N}$ 除去速度の関係

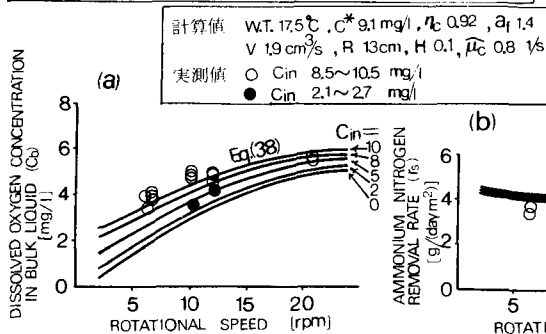


図 7 流入 DO 濃度の影響

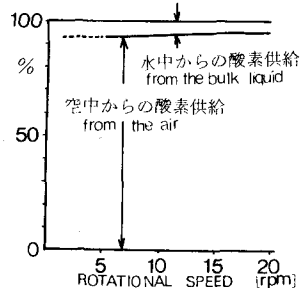


図 8 槽内 $\text{NH}_4^+ - \text{N}$ 濃度と $\text{NH}_4^+ - \text{N}$ 除去速度の関係

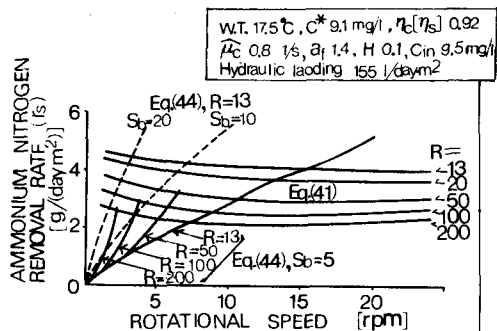


図 11 円板半径を変化させたときのアンモニア性窒素除去速度と円板回転数

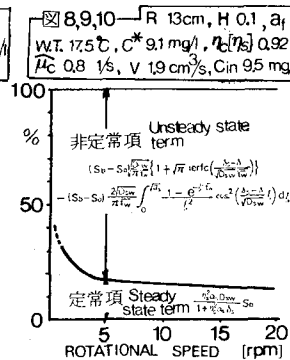


図 10 水中からの基質フラックス (42) 式中に占める非定常項と定常項の割合

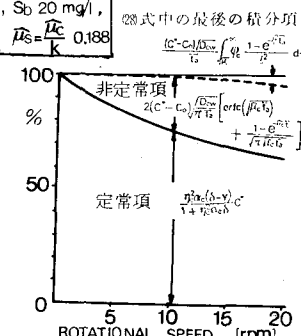


図 9 空中からの酸素フラックス (29) 式中に占める非定常項と定常項の割合

$K \approx 1.5 \times 10^{-4}$, $Y_{X/N} \approx 0.15$, $k = 4.25$ を代入して, 単位を $1/\text{day}$ にすると, $\mu_m = 0.7 (1/\text{day})$ となる。
 20°C 付近では通常 $0.5 (1/\text{day})$ 前後であり,⁽⁸⁾⁽¹¹⁾ 妥当な推定であると言える。

$$\frac{1}{X} \frac{dX}{dt} = \mu_m \frac{C}{KX_T + C} \quad (53)$$

$$\mu_m \approx \frac{2Y_{X/N}}{k} K \mu_c \quad (54)$$

生物膜厚さ無限大の仮定に関しては, 図5に示す計算例を見ると, $58 \approx 230 \mu\text{m}$ 付近に至ると DO 濃度がほぼ 0 mg/l となっている。本実験において, 硝化菌主体の生物膜厚さは約 $1000 \mu\text{m} (> 230 \mu\text{m})$ であったので, 厚さ無限大とみなしてよいといえる。

8. 考察

① 実験結果について 図4から, 円板が低回転数で基質律速となっている領域では, 回転数を上げることにより除去量を大きくすることができるが, 回転数が高くなるに従って酸素律速領域に入ると, さらに回転数を上げてても除去量はかわらず, ただ単に装置の曝気効果を高め槽内の DO 濃度を上げるにすぎないということがわかる。

また図6は, 筆者らが以前行なった実験を再整理し,⁽⁷⁾⁽⁹⁾ 槽内アンモニア性窒素濃度 (以後基質濃度と言う) とその除去速度 (除去量) の関係をプロットしたものである。データは $13 \sim 15 \text{ rpm}$ とほぼ同一の回転数の下で, 同じく半径 13 cm の円板を使用して得たものである。図6から, 基質濃度の低い領域では, 基質除去量は濃度が上がるにつれて大きくなるが, 濃度がさらに上がり酸素律速の領域に入ると, それ以上除去量は上がらない, すなわち得られる最大の除去量は装置の持つ酸素供給能力によって規定されるということができる。なお除去量-濃度曲線の形が Michaelis-Menten 型の濃度依存性と酷似しているが, その実体は基質律速から酸素律速に移る過程で生じているということに注意する必要がある。また以上の結果は, おおむね渡辺らのシミュレーション結果⁽¹¹⁾と一致している。

図4をさらに見ると, 低回転時程, 基質濃度が高くても基質律速になることがわかる。それはまさに空中で基質が枯渇するからである。また低基質濃度程, 基質律速となる回転数領域が長いことがわかる (図4計算結果)。

② 酸素律速の場合について 図7に流入 DO 濃度の影響を示すが, 流入 DO 濃度が下がり, 平衡関係から槽内の DO 濃度が $1 \sim 2 \text{ mg/l}$ 程度下がっても (図7 (a)), 除去量にはほとんど影響しない (図7 (b))。それは図8の計算結果に示すように, 酸素供給の95%程度は空中からなされるということからもわかる。その空中からの酸素フラックスの内訳を示したのが図9である。図4からわかるように, 酸素律速領域ではアンモニア性窒素除去量は, 回転数によらずほぼ一定とみなせるので, 図9に示す相対値の比較でも, 量的な変化を議論することができる。図9から, 空中からの酸素供給に関しては定常的な供給が支配的であるとわかる。定常項を支配するものは移動抵抗に関わる, 付着水膜厚さ δ であり, δ は回転数の増大に伴いその $\frac{1}{2}$ 乗に比例して大きくなり移動抵抗が増えるので, 回転数は定常項に対して負の効果を持つ。しかし回転数が大きくなるにつれて非定常項の占める割合が増え, 非定常項に対しては, 回転数は正の効果を持つので, 全体として相殺する形となる。

③ 基質律速の場合について 空中からの酸素供給と大きく異なる点は, 図10にそのフラックスの内訳を示すように, 非定常項が卓越しているということである。それは水中での濃度境界層厚さが, 付着水膜厚さに比してはるかに大きいということに起因する。回転数は非定常項に正の効果を持ち, さらに定常項に対しても回転数の上昇に伴い境界層厚さは減少するからやはり正の効果を持つ。従って回転数が上がると除去量が大きくなる。また除去量は酸素律速となるまで基質濃度に比例して増大すると言えるが, それは反応次数というよりもむしろ空中で枯渇した基質を水中で供給するための拡散の原動力として濃度差そのものが影響を与えるからである。しかしながら実際には基質律速から酸素律速に移る際に遷移領域が必ず存在するから, 除去量の槽内基質濃度に対する依存性は, Michaelis-Menten 型に類似すると考えられる。

④ 円板のスケールアップに関して 図11は水量負荷を $155 (l/\text{day } m^2)$ とそろえた時の除去量に対する円板

径の影響を示したものである。この図から、円板径が大きくなる程、得られる最大除去量（単位面積当り）が小さいということがわかる。これは最大除去量が装置の持つ酸素供給能力によって決まり、生物膜への酸素供給能力は大型の円板になる程小さいからである。それは主に付着水膜厚さは周辺速度の $\frac{1}{2}$ 乗に比例することから同一回転数下では大きい円板ほど水膜厚さが大きくなり移動抵抗が増すことに起因する。では周辺速度一定下では同一の酸素供給能力を持つかというところではなく、この場合は小さい円板程高回転となり、図式中の非定常項による酸素供給が増大するので、やはり小さい円板程高い酸素供給能力を持つと言える。

以上の結果と、円板の持つ曝気能力とを比較すると興味深い。曝気性能を示すと考えられる物理的な槽内水中への酸素移動は大型の円板程高い能力を示すことは既に報告した⁽³⁾。これは上述の結果と好対照をなす。曝気能力と生物膜への酸素供給能力とは直接結びつかないと言える。最大基質除去量に達していない基質律速下では、酸素律速における場合とは逆に、同一の回転数、同一の基質濃度において、円板径が大きくなる程大きい除去量が得られることがわかる。この時の除去量を表す(44)式を検討すると、(44)式中の $\overline{N}_{sw}$ には円板径の影響がほとんどなく、ほぼ回転数のみによって決まるので、(44)式の円板径に対する依存性は、水膜交換の項 $f_2(S_b - S_{av}) \delta$ によっていることがわかる。

図11からわかるように、大型円板で1~2 rpm の運転を想定するなら、それはほぼ基質律速下で運転されることになる。もしそれと周辺速度をそろえる目的で、実験室規模の小型の円板で回転数を高くして運転すれば、それは容易に酸素律速となり、全く違う機構の下で実験を行なっていることになる。明らかに周辺速度ではスケールアップができない。むしろ回転数をそろえて、同じように基質律速下で実験を行なうのが良いといえる。その場合には、むしろ小型の円板の方が除去能力が落ち、スケールアップに際しては安全側となる。

本解析は硝化に対するものであるが、有機物除去に対しても基本的には適用できると考えられる。ただ有機物除去の場合には、回転数が上がり、生物膜のはく離が激しくなると、かえって凸凹により有効面積が増え、処理効果が上がることを筆者らは経験している⁽⁷⁾。従って、有機物除去へ適用するに際しては、その点を考慮する必要がある。

9. まとめ

半浸漬型の回転円板による硝化に関して、非定常性を考慮した物質移動解析を行なった結果、以下のようことがわかった。

- ①円板が低回転時には基質律速（基質とはアンモニウムイオンをさす）となり、円板が高回転となるに従い酸素律速となる。その律速領域は槽内基質濃度によって変わり、低濃度程基質律速となる回転数領域が長い。
- ②基質律速下では回転数を上げることにより除去量が上がるが、高回転となるに従い酸素律速領域に入ると、さらに回転数を上げて除去量は増大しない。
- ③最大硝化速度は装置の持つ生物膜への酸素供給能力によって決まる。また装置の持つ曝気能力は生物膜への酸素供給能力とは直接結びつかない。
- ④酸素律速の場合、酸素供給の約95%が空中からなされる。
- ⑤円板径の小さいもの程、生物膜への酸素供給能力が高く、従って得られる最大硝化速度の値が大きくなる。
- ⑥基質律速下では、円板径の大きいもの程、除去能力が高いが、それは付着水膜と槽内水の物理的混合による基質供給が、大きい円板径のもの程、無視できなくなるからである。

なお、本研究は昭和57年度文部省科学研究費（奨励研究(A)）の助成を受けて行なわれたものである。

記号表

A : 円板面積	[cm^2]	A_w : 円板浸漬面積	[cm^2]
A^e : 有効円板面積	[cm^2]	a_f : 面積係数 ($A^e = a_f \cdot A$)	[—]
C : 溶存酸素濃度 (DO濃度)	[mg/l]	C_I : 生物膜中のDO濃度	[mg/l]
C_{II} : 付着水膜及びその近傍の槽内水中のDO濃度	[mg/l]	C^* : 飽和DO濃度	[mg/l]

C_b : 槽内水のDO濃度 $[mg/\ell]$, C_0 : 空中入口部での付着水膜中の初期DO濃度 $[mg/\ell]$
 C_i : 空中入口部での生物膜表面の初期DO濃度 $[mg/\ell]$, C^i : 水中入口部での生物膜表面の初期DO濃度 $[mg/\ell]$
 C_{in} : 流入水のDO濃度 $[mg/\ell]$, C_{av} : 水中出口部での付着水膜中の平均DO濃度 $[mg/\ell]$
 D_{cb} : 酸素の生物膜中での分子拡散係数 $[cm^2/s]$, D_{cw} : 酸素の水中での分子拡散係数 $[cm^2/s]$
 D_{sb} : NH_4^+ の生物膜中での分子拡散係数 $[cm^2/s]$, D_{sw} : NH_4^+ の水中での分子拡散係数 $[cm^2/s]$
 f_2 : 水膜交換率 $[-]$, g : 重力加速度 $[cm/s^2]$
 H : 無次元水表面位置 ($H=R_c/R \geq 0$) $[-]$, K : 無次元飽和定数 $[-]$
 k : 消費量換算係数 $[-]$, $\bar{N}_{ca}$: 空中からの平均酸素フラックス $[\mu g/(s \cdot cm)]$
 $\bar{N}_{cw}$: 水中からの平均酸素フラックス $[\mu g/(s \cdot cm)]$, $\bar{N}_{sw}$: 水中からの平均 NH_4^+ -Nフラックス $[\mu g/(s \cdot cm)]$
 R : 円板半径 $[cm]$, R_i : 回転軸中心と水面との距離 $[cm]$
 r_s : アンモニア性窒素除去速度 $[g/(day \cdot m^2)]$, S : アンモニア性窒素 (NH_4^+ -N) 濃度 $[mg/\ell]$
 S_I : 生物膜中の NH_4^+ -N 濃度 $[mg/\ell]$, S_{II} : 付着水膜及び濃度境界層中の NH_4^+ -N 濃度 $[mg/\ell]$
 S_b : 槽内水の NH_4^+ -N 濃度 $[mg/\ell]$, S_0 : 水中入口部付着水膜中の初期 NH_4^+ -N 濃度 $[mg/\ell]$
 S^0 : 空中入口部付着水膜中の初期 NH_4^+ -N 濃度 $[mg/\ell]$, S^i : 空中入口部生物膜表面の初期 NH_4^+ -N 濃度 $[mg/\ell]$
 S_{av} : 水中出口部付着水膜中の平均 NH_4^+ -N 濃度 $[mg/\ell]$, S_c : シュミット数 $[-]$
 T : 一周期 ($T=\bar{t}_a+\bar{t}_w$) $[s]$, $\bar{t}_a$: 平均滞空時間 $[s]$
 $\bar{t}_w$: 平均滞水時間 $[s]$, V : 槽内水の体積 $[cm^3]$
 v : 流入水量 $[cm^3/s]$, X : アンモニア酸化菌の密度 $[mg/\ell]$
 X_T : 生物膜の生物密度 $[mg/\ell]$, $Y_{X/N}$: アンモニア酸化菌の窒素基準の増殖収率 $[-]$
 y, z : 生物膜表面からの距離 $[cm]$,
 $\alpha_c (= \sqrt{\mu_c/D_{cb}})$, $\alpha_s (= \sqrt{\mu_s/D_{sb}})$: 定数 $[-]$, δ : 付着水膜厚さ $[cm]$
 δ_s : 濃度境界層厚さ $[cm]$, δ_v : 境界層厚さ $[cm]$
 $\eta_c (= \sqrt{D_{cb}/D_{cw}})$, $\eta_s (= \sqrt{D_{sb}/D_{sw}})$: 定数 $[-]$, μ_m : アンモニア酸化菌の最大比増殖速度 $[1/s]$
 $\hat{\mu}_c$: 酸素に関する反応速度定数 $[1/s]$, $\hat{\mu}_s$: アンモニア性窒素に関する速度定数 $[1/s]$
 ν : 水の動粘性係数 $[cm^2/s]$, ρ : 水の密度 $[g/cm^3]$
 ω : 円板回転角速度 $[rad/s]$, $\tilde{\omega}$: 円板回転数 $[rpm]$

$$erfc(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} \exp(-\xi^2) d\xi, \quad i^n erfc(x) \int_x^{\infty} i^{n-1} erfc(\xi) d\xi, \quad \Gamma(x) = \int_0^{\infty} e^{-\xi} \xi^{x-1} d\xi$$

参考文献

- (1) 渡辺義公ら (1982): 第18回衛生工学研究討論会論文集, 122
- (2) T. Yamane et al. (1972): J. Chem. Engng. Japan 5, 381
- (3) 伊藤, 松尾 (1982): 第16回水質汚濁学会講演集, 94
- (4) V. G. Levich (1962): Physicochemical Hydrodynamics, Prentice-Hall, Inc., 60
- (5) R. B. Bird et al. (1960): Transport Phenomena, John Wiley & Sons, Inc., 601
- (6) P. L. McCarty et al. (1976): J. WPCF 45, 2302
- (7) K. Ito et al. (1980): 1st National Symp. on RBC Tech., Pennsylvania, 1165
- (8) C. Hoehn et al. (1973): J. WPCF 45, 2302 (9) D. E. Contois. (1959): J. gen. Microbiol., 21, 41
- (10) J. E. Loveless et al. (1968): J. gen. Microbiol. 52, 1 (11) G. Knowles et al. (1965): J. gen. Microbiol., 38, 263
- (12) J. A. Zeevalkink et al. (1974): Water Research 12, 577
- (13) H. Schlichting (1968): Boundary-Layer Theory 6th ed., McGraw-Hill, 125
- (14) H. J. Bintanja et al. (1974): Water Research 9, 1147
- (15) 伊藤, 松尾 (1981): 第36回土木学会年次学術講演会講演概要集, II-99
- (16) P. L. McCarty et al. (1976): J. WPCF 48, 9