

福岡大学理学部 大 西 和 栄

本論文はコンピュータによる地下水汚染解析を目的に、地下水流の支配方程式として定常飽和浸透方程式と汚染物質輸送の支配方程式として非定常移流拡散方程式を連成させ、これら支配方程式に含まれる係数は確率変数であると考え、確率場としての地下水汚染をシミュレートすることを意図したものである。問題の定式化が高度に複雑となることを避けるために、地下水汚染問題に本質的な浸透方程式に含まれる透水係数の空間変動のみが対数正規分布する確率変数として与えられる場合に着目し、透水係数のランダム性が地下水位、流束、汚染物質の濃度に及ぼす影響を考察した。実用的な見地から、計算の手法は理論上簡明なものが選ばれた。すなわち、ランダム媒質中の確率微分方程式を直接解かず、モンテカルロ法に従って見本関数をコンピュータ内で多数(300個)発生させ適当な境界条件のもとに三角形一次要素を用いた有限要素法を利用して個々の決定論的境界値問題の近似解を求め、領域内の各点でアンサンブル平均と分散を計算して確率場を特徴付けようとした。

本論文は6節より成る。第1節は序論である。第2節は対数正規分布に従う等方性透水係数の分散共分散行列を任意に与えることを可能とする新しい計算法を、正定値行列のコレスキー分解を基礎に提案した。この興味ある方法は実用上の立場から従来のものと比べ一層使い易いものとなっている。第3節は計算例題に用いた境界値問題の基礎領域と境界条件および有限要素分割を述べている。領域は長方形であるが点汚染源の近傍では要素分割を細分して有限要素解の計算精度を落さないようにしたり十分下流域の境界条件を設定するなどの注意が払われ、本論の目的からは良い例題と思われる。第4節は本論文の主題の1つであり、条件付き分布を考慮したモンテカルロ法の適用を述べている。ここに示されている方法は実際の見地から望ましいものとなっている。第5節では主要な数値実験を述べ、確率場を特徴付けるいくつかのパラメータと地下水位、流束、汚染物質濃度の統計量(平均、分散、変動係数)との関係を定量的に把握する試みがなされている。大規模のコンピュータシミュレーション結果をまとめた図は貴重なものである。第6節は結論である。

取り扱う現象が複雑なために大胆な仮定をいれ問題をできる限り簡明にして定式化を試みている点は实际的であり満足すべきものである。問題の特質上、細部については未だ定性的な結論にとどまることは止むを得ない。確率場のモデル化に際して有限要素分割を巧みに取り入れている点が独創的である。実際問題に応用する際に困難な箇所が予見されることは筆者も指摘している通りであるが、方法のオリジナリティを尊重し、困難な点は近いうちに解決されることを期待したい。

討論者として以下の1点について疑問を抱いたので、お教え願えれば幸いである。すなわち、本論文のようにして確率場を定義すれば幾何学的パラメータとして有限要素メッシュの形と大きさ、式(18)に含まれるスケール l_1 および解析領域の大きさがある。これが相互に関連して近似的な確率場のモデルが実現されるものと考えられるが、これらパラメータが定める確率場の各種統計量(平均、分散)は確率微分方程式の真の解が与える各種統計量とどんな近似的関数関係にあるのでしょうか。換言すれば、本論文の方法は本来の確率微分方程式のどのような意味の近似解を求めていることになるのでしょうか。