

(7) 不均質帯水層における物質移動予測への確率論的アプローチ

STOCHASTIC APPROACH TO MASS TRANSPORT
ESTIMATION IN A HETEROGENEOUS AQUIFER

○米田 稔*, 古市 徹*, 井上 頼輝*
Minoru YONEDA*, Tohru FURUICHI*, Yoniteru INOUE*

ABSTRACT : Although conventional modeling of mass transport in groundwater systems is usually assumed to be homogeneous, real aquifers have the heterogeneous structures whose heterogeneity cannot be determined accurately. In this study, the statistical homogeneity i.e. only statistical characteristics are uniform all over the region is assumed for a transmissivity field, and the effect of its heterogeneity and uncertainty on the estimation of groundwater flow and concentration is stochastically analyzed using Monte Carlo technique. Many realizations of a transmissivity field are produced using the method which can generate the two-dimensional random fields of any covariance structure. Then Darcy's equation and the convective dispersion equation are solved for many realizations of the transmissivity field by Galerkin finite element method to estimate the statistical characteristics of the groundwater flow and the concentration. In Monte Carlo technique the method of conditional simulation can be used to generate the realizations of a transmissivity field conditioned by observation data. In this study, the method of conditional simulation which conventionally considers the observation data to be true is extended to take observation noises into consideration. Results of the simulations show that the standard deviations in hydraulic pressure, groundwater flow and concentration and the mean of groundwater flow increase as the standard deviation in log transmissivity increases. The coefficient of variation in concentration increases in the region away from the point source of contamination in proportion as the spatial autocorrelation of log transmissivity becomes stronger. The shapes of the distributions of concentration obtained in this study are different from conventional ones obtained with the assumption of homogeneous aquifer. It is shown that the method of conditional simulation can also be effectively used with observation noises and can decrease the uncertainty in the estimation of groundwater systems.

KEYWORDS : Groundwater, Mass transport, Uncertainty, Monte Carlo method, Conditional simulation.

1. 序 論

有害廃棄物の埋立て処分を計画する際、地下水保全のための事前評価を行う必要がある。その手段の一つとしてコンピュータによる地下水汚染解析シミュレーションがあるが、従来は帯水層を均質と仮定し、地下水の式と物質移動の式を決定論的に解くことが多かった。しかし実際の帯水層は不均質な地質構造を持ち、またその構造を完全に決定することは不可能である。そのため最近、帯水層を不均質かつ不確定なものと考えて、帯水層の不均質性による影響を解明しようとする、いくつかの研究の流れがある。その一つは、水位などの観測データより決定論的に透水量係数などの空間的変動傾向を推定しようとする逆問題的アプローチである。⁽¹⁾⁽²⁾ もう一つは帯水層に統計的均質性⁽³⁾を仮定して帯水層の不均質性と不確定性が流れ場と濃度場の予測に及ぼす影響を確率論的に解析し評価しようとする研究の流れである。ここに統計的均質性とは、透水量係数などの値が各点でランダムに変化する、つまり不均質であるが、それらの統計的性質は場所によ

*京都大学 Univ. of Kyoto

って変化しないことを意味する。これらの研究の主なものとしては、モンテカルロ法を用いて流れ場予測における不確定性を評価したSmith&Freezeの研究⁽⁴⁾⁽⁵⁾および濃度場予測における不確定性を評価したSmith&Schwarzの研究⁽⁶⁾⁽⁷⁾⁽⁸⁾あるいは摂動法により濃度場における不確定性を評価したTang&Pinderの研究⁽⁹⁾などが見られる。また、従来フィールドに移流拡散方程式を適用するときは、帯水層を均質と仮定し、実験室のカラムスケールで得られた拡散係数値より大きな拡散係数値を実際の帯水層の計算に用いることが一般的に行われてきた⁽⁶⁾。しかし帯水層を均質と仮定し、単に拡散係数値を大きくするだけでは、濃度場の予測値が現実の物質移動による濃度分布とよく合わないという指摘がSimpson⁽¹⁰⁾やGillham et al.⁽¹¹⁾らによってなされている。このためSmith&Schwarzは統計的均質な帯水層を仮定し、ラグランジュの方法によって物質の拡散をシミュレートすることにより、帯水層を均質と仮定し拡散係数をスケールアップさせることの妥当性について検討している。

本研究は確率論的解析手法により、流れ場および濃度場の推定における不確定性を評価するものである。摂動法には入力変数の変動の大きさに制約があるという欠点があるため、流速や濃度の確率密度関数が求まるという利点を有するモンテカルロ法を採用した。そしてSmith&Freezeの研究等を踏まえ、特に透水量係数の確率場としての構成方法に改良を加えた。また、濃度場を評価するときはSmith&Schwarzと同じ仮定を用いたが、計算時間の観点からラグランジュの方法によってではなく、移流拡散方程式を有限要素法で解くことにより不確定な濃度場を評価し、さらに拡散係数のスケールアップによる問題についても検討した。そしてシミュレーションに観測データを条件付けすることができるConditional Simulationの手法を用いるとき、従来は真値であると仮定してきた観測データに観測誤差をも考慮できるように拡張し、地下水汚染予測に適用した。

2. 確率場の構成方法

モンテカルロ法による地下水流れ場の解析では、まず解析対象とする帯水層と同じ統計的空間構造を持つ模擬帯水層を多数発生させることが必要となる。このとき実際の透水量係数の観測値から得られる統計的空間構造としては共分散構造が得やすく、そのため、あらかじめ任意の共分散構造を仮定し、その仮定した共分散構造を発生できる方法が現実的には有効と考えられる。さきにSmith&Freezeはある統計的空間構造を持った模擬帯水層を発生させるため、一般に認められている透水量係数が対数正規分布するという仮定⁽¹²⁾と、空間的エルゴード性の仮定を用いて、1次最近傍確率過程モデル(first-order nearest-neighbor stochastic process model)により2次元確率場を構成した。しかしSmith&Freezeの方法は仮定した任意の共分散構造を持つ乱数を発生させる方法ではないため、このような乱数を発生させる目的に用いることは困難である。そこで本研究では、あらかじめ任意の共分散構造を仮定し、このときの共分散行列 $[S]$ を持つような乱数が得られる次のような方法を用いた。

まず解析領域全体を小さなメッシュに分割し、総数 n 個の各節点に透水量係数値を割り当てることを考える。透水量係数 T についてはSmith&Freezeと同様に、対数正規分布とエルゴード性を仮定し、 T を対数変換した値を $Y (= \log_{10} T)$ とする。 n 個の節点に割り当てる透水量係数対数値 $Y_i (i = 1, 2, \dots, n)$ に関して、任意の共分散行列 $[S]$ を仮定すると、 $[S]$ は一般に非負定値対称行列だから、ある n 次正方行列 $[Q]$ について次の形の分解が可能となる。

$$[S] = [Q][Q]^t \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに $[Q]^t$ は $[Q]$ の転置行列である。今、 n 個の白色正規乱数を成分に持つ列ベクトルを $\{\varepsilon\}$ とし、 $\{\varepsilon\}$ の期待値 $E\{\{\varepsilon\}\}$ と共分散 $\text{Cov}\{\{\varepsilon\}\}$ を次のように仮定する。

$$E\{\{\varepsilon\}\} = \{0\} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{Cov}\{\{\varepsilon\}\} = [I] \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに $[I]$ は n 次の単位行列。このとき $Y_i (i = 1, 2, \dots, n)$ を成分に持つ列ベクトル $\{Y\}$ を

$$\{Y\} = [Q]\{\varepsilon\} \quad \dots\dots\dots (4)$$

とおくと、 $\{Y\}$ の期待値 $E\{\{Y\}\}$ と共分散 $\text{Cov}\{\{Y\}\}$ は、(2),(3)式より、

$$E\{\{Y\}\} = E\{[Q]\{\varepsilon\}\} = [Q]E\{\{\varepsilon\}\} = \{0\} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\text{Cov} \{ \{Y\} \} = E \{ (\{Q\} \{ \varepsilon \}) (\{Q\} \{ \varepsilon \})^t \} = \{Q\} E \{ \{ \varepsilon \} \{ \varepsilon \}^t \} \{Q\}^t = \{Q\} \{Q\}^t = \{S\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

となる。結局、(1)式を満たす $\{Q\}$ がみつければ、期待値 $\{0\}$ 、共分散 $\{S\}$ を持つ正規乱数ベクトル $\{Y\}$ が得られる。本研究では(1)式の分解を最も簡単に行うため、 $\{Q\}$ としては三角行列を採用した。

(4)式で得た $\{Y\}$ に期待値 $\{\mu_y\}$ を持たせるには、 $\{Y\}$ に $\{\mu_y\}$ を加えたものを新たに $\{Y\}$ と置く。

$$\{Y\} + \{\mu_y\} \rightarrow \{Y\} \quad \dots\dots\dots (7)$$

こうして新しく得た $\{Y\}$ の各成分に逆変換、

$$T_i = 10^{Y_i} \quad \dots\dots\dots (8)$$

を施せば求める透水量係数 $T_i (i=1, 2, \dots, n)$ 得られる。

Smith&Freezeも有色化フィルターとしての n 次正方行列 $\{M\}$ を導き、

$$\{Y\} = \{M\} \{ \varepsilon \} \quad \dots\dots\dots (9)$$

とするが、このとき $\{M\}$ には仮定した任意の共分散構造を持たせるようにはしていない。しかしSmith&Freezeの方法は以下のように本研究の方法と同じ形に帰着できる。今、 $\{M\}$ は正則と仮定しているから、三角行列 $\{R\}$ と直交行列 $\{U\}$ の積に分解できる。すなわち(9)式は次のようになる。

$$\{Y\} = \{R\} \{U\} \{ \varepsilon \} \quad \dots\dots\dots (10)$$

(10)式で $\{U\} \{ \varepsilon \}$ は簡単な計算によって、 $\{ \varepsilon \}$ と期待値と共分散が等しい白色正規乱数ベクトルとなるから、(10)式を次のようにおきかえても $\{Y\}$ の統計的性質は変わらない。

$$\{Y\} = \{R\} \{ \varepsilon \} \quad \dots\dots\dots (11)$$

この式は(4)式と同形である。しかし $\{R\}$ に仮定した任意の共分散構造を持たせることは困難である。したがって解析対象とする帯水層と同じ共分散構造を持つ模擬帯水層を発生させるという本研究の目的のためには、仮定した任意の共分散構造を持つ乱数が発生でき、また計算アルゴリズムにおいてもSmith&Freezeの方法のように逆行列を求める計算を必要としない本研究の方法の方が、Smith&Freezeの方法よりも一般的で有効な方法と考えられる。

3. 解析方法

3.1 定式化について

解析方法は、まず透水量係数 T の確率場(T 場)の統計的構造を仮定し、本研究の乱数発生法により、仮定した構造を持つ T 場の標本を多数発生させる。次にそれぞれの T 場について、地下水の式と物質移動の式を解いて、水位 h 、流速 $q = (q_x, q_y)$ 、濃度 c を求める。これら多数の h 場、 q 場、 c 場の組について、その平均値、標準偏差、確率密度関数などの統計的性質を求める。流れ場を記述する基礎式としては次式を採用した。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T \frac{\partial h}{\partial y} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$q_x = -T \frac{\partial h}{\partial x}, \quad q_y = -T \frac{\partial h}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここに h は水位、 q_x, q_y はダルシー流速の x 成分と y 成分である。透水量係数 T については等方性を仮定している。

汚染原因物質の移動を記述する基礎式として次の移流拡散方程式を用いた。

$$\{ \theta + (1-\theta) \rho k_d \} \frac{\partial c}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\theta D_{xx} \frac{\partial c}{\partial x} + \theta D_{xy} \frac{\partial c}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\theta D_{yx} \frac{\partial c}{\partial x} + \theta D_{yy} \frac{\partial c}{\partial y} \right) + q_x \frac{\partial c}{\partial x} + q_y \frac{\partial c}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここで、 θ ；間隙率、 ρ ；土壌の真密度、 k_d ；分配係数、 $D_{xx}, D_{xy}, D_{yx}, D_{yy}$ ；拡散係数
拡散係数についてはBear⁽¹³⁾が示したように次のように書ける。

$$D_{xx} = \alpha_L V_x^2 / V + \alpha_T V_y^2 / V + D_d \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$D_{yy} = \alpha_T V_x^2 / V + \alpha_L V_y^2 / V + D_d \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$D_{xy} = D_{yx} = (\alpha_L - \alpha_T) V_x V_y / V \quad \dots\dots\dots (17)$$

ここで、 α_L ；流れ方向の拡散能（多孔体中での拡散の強さを示すパラメーター）、 α_T ；流れと直角方向の拡散能
 V, V_x, V_y ；間隙流速とその x, y 成分、 D_d ；分子拡散係数

本研究では不均質な帯水層を対象としているため、 $\theta, \rho, k_d, \alpha_L, \alpha_T$ などお互いに相関を持ちながら空間的に変動する確率変数であるが、ここでは簡単のため、これら全てを領域内で一定とする。各定数は次の値を採用する。

$$\theta = 0.35, \quad \rho = 2.65 \times 10^3 \text{ kg/m}^3, \quad k_d = 1.00 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}, \quad \alpha_L = 0.20\text{m}, \quad \alpha_T = 0.05\text{m}, \\ D_d = 1.00 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{sec}$$

本研究では実験室のカラム・スケールで求められた拡散係数値をそのまま用い、帯水層を不均質と仮定して、流れ場のランダムな変動成分を考慮したシミュレーションを行った。これらは帯水層を均質と仮定し、拡散係数値を大きくして行う従来のシミュレーション方法とは本質的に異なる。本研究によって得られた結果と、従来の方法による結果とを比較することにより、序論で述べた拡散係数のスケールアップの妥当性を検討した。

3.2 想定領域と計算条件

解析はFig. 1に示す長方形領域について行った。本研究では透水量係数対数値 Y の統計的構造として、空間的定常性、エルゴード性、等方性を仮定した。 Y の共分散関数については、その関数形の違いが水位などの推定精度に及ぼす影響を、Gutjahr & Gelhar⁽¹⁴⁾が解析している。本研究では取り扱いやすさのため、次のような指数形を仮定した。

$$S(r) = \sigma_Y^2 e^{-r/l} \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここに $S(r)$ は距離 r だけ離れた2地点間の Y の共分散、 σ_Y は Y の標準偏差、 l は積分スケールであり次式で定義される。⁽¹⁵⁾

$$l = \int_0^\infty f(r) dr \quad \dots\dots\dots (19)$$

ここに $f(r)$ は距離 r だけ離れた2地点間の Y の相関係数である。本研究では σ_Y と l を変化させて、それらの値が h, q, c の推定に及ぼす影響を解析した。

流れ場の解析については対象領域をFig. 1に示すように400の等しい三角形メッシュに分割し、各節点に本研究の乱数発生法で発生させた T_i を割り当て、

$$T = \sum_i T_i N_i, \quad h = \sum_i h_i N_i, \\ q_x = \sum_i q_{xi} N_i, \quad q_y = \sum_i q_{yi} N_i \quad \dots\dots\dots (20)$$

として、Galerkin法に基づく有限要素法を適用した。ここに T_i, h_i, q_{xi}, q_{yi} は各節点値、 N_i は線形なピラミッド型形状関数である。Fig. 1に流れ場の境界条件を示している。

濃度場の解析については数値計算の精度を上げるため、対象領域をFig. 2に示すようなメッシュに分割し、

$$c = \sum_i c_i N_i, \quad D_{xx} = \sum_i D_{xxi} N_i, \quad D_{xy} = D_{yx} = \sum_i D_{xyi} N_i, \quad D_{yy} = \sum_i D_{yyi} N_i, \quad q_x = \sum_i q_{xi} N_i, \quad q_y = \sum_i q_{yi} N_i \quad \dots\dots\dots (21)$$

としてGalerkin法に基づく有限要素法を適用した。ここに $c_i, D_{xxi}, D_{xyi}, D_{yx}, D_{yyi}$ は各節点値である。時間微分項については次のようにとっている。

$$\frac{\partial c^n}{\partial t} = -\frac{\partial c^{n-1}}{\partial t} + \frac{2}{\Delta t} (c^n - c^{n-1}) \quad \dots\dots\dots (22)$$

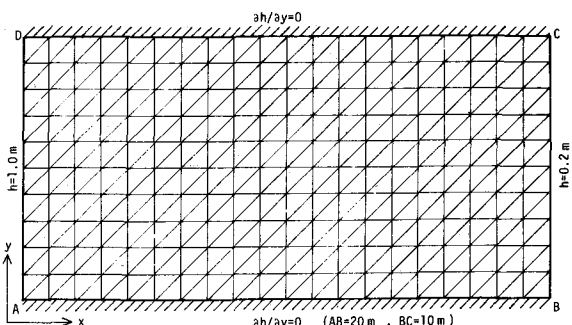


Fig. 1 Analyzed region divided into finite elements for the calculation of a groundwater flow field showing its boundary conditions.

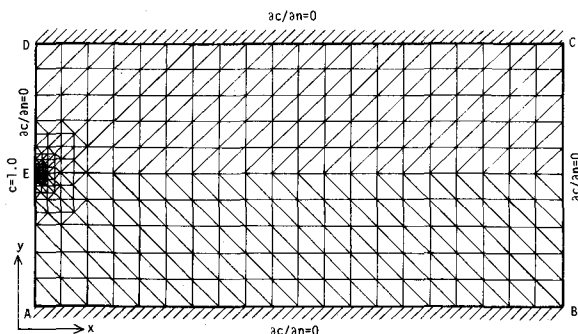


Fig. 2 Analyzed region divided into finite elements for the calculation of a concentration field showing its boundary conditions.

ここに、 Δt は時間ステップ幅、 c^n は第 n 時間ステップでの c の値である。境界条件は、 AD の中点 E に $c = 1.0$ の連続点汚染源があり、他の境界は全て反射条件 $\partial c / \partial g = 0$ (g は法線ベクトル)である。初期条件は点 E 以外全て $c = 0$ とした。

4. Conditional Simulation

Conditional Simulation⁽¹⁶⁾はモンテカルロ法による解析において、統計的構造だけでなく観測データも考慮して確率場を発生させる手法であり、いわばシミュレーションに観測データという追加情報を条件付けすることにより、推定における不確定性を減少させる手法である。Conditional Simulationは従来、観測データが観測誤差を含まず真値であると仮定して用いられてきたが、本研究ではこれを観測データに観測誤差が含まれる場合にも適用できるように拡張した。

Conditional Simulationでは透水量係数対数値 Y の場 (Y 場)の標本を次式により発生する。

$$Y(\boldsymbol{x}) = \hat{Y}(\boldsymbol{x}) + \{R(\boldsymbol{x}) - \hat{R}(\boldsymbol{x})\} \tag{23}$$

ここで、 $Y(\boldsymbol{x})$; $\boldsymbol{x}$ 地点における Y の値
 $\hat{Y}(\boldsymbol{x})$; 観測データより求められた $\boldsymbol{x}$ 地点における Y のKRIGING推定値
 $R(\boldsymbol{x})$; $Y(\boldsymbol{x})$ と同じ統計的構造を持つが、観測データによって条件付けされていない標本における、 $\boldsymbol{x}$ 地点での Y の値
 $\hat{R}(\boldsymbol{x})$; 観測地点に対応する $R(\boldsymbol{x})$ の値をもとにして求めたKRIGING推定値

ここでKRIGING推定値とは、観測データの線形結合によって推定量 (今の場合、 Y) の最良不偏推定量を求めるKRIGING法⁽¹⁶⁾によって求めた推定値であり、次式で定義される。

$$\hat{Y}(\boldsymbol{x}) = \sum_i \lambda_i Z(\boldsymbol{x}_i) \tag{24}$$

ここで、 λ_i は重み係数、 $Z(\boldsymbol{x}_i)$ は観測地点 $\boldsymbol{x}_i$ における Y の観測値、総和記号は n 個の観測値について総和をとることを意味する。観測データに観測誤差が含まれる場合の重み係数 λ_i は、 $\hat{Y}(\boldsymbol{x})$ が $Y(\boldsymbol{x})$ の最良不偏性推定量となるための条件より、次式を解いて得られる。

$$[A] \{u\} = \{B\} \tag{25}$$

$$[A] = \begin{bmatrix} S(Y_1, Y_1) + \sigma_\eta^2 & S(Y_1, Y_2) & \cdots & S(Y_1, Y_n) & 1 \\ S(Y_2, Y_1) & S(Y_2, Y_2) + \sigma_\eta^2 & \cdots & S(Y_2, Y_n) & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ S(Y_n, Y_1) & S(Y_n, Y_2) & \cdots & S(Y_n, Y_n) + \sigma_\eta^2 & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \{u\} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \mu_0 \end{bmatrix} \quad \{B\} = \begin{bmatrix} S(Y_1, Y) \\ S(Y_2, Y) \\ \vdots \\ S(Y_n, Y) \\ 1 \end{bmatrix}$$

ここで、 $S(Y_i, Y_j)$ は Y_i と Y_j の共分散であり、 $Y(\boldsymbol{x}), Y(\boldsymbol{x}_i)$ をそれぞれ Y, Y_i と表わしている。また係数 μ_0 はラグランジュ乗数であり、 σ_η^2 は観測誤差の分散である。ここでは観測誤差 η について次式を仮定している。

$$\begin{cases} E[\eta_i] = 0, & E[\eta_i, \eta_j] = \sigma_\eta^2 \delta_{ij} \\ E[\eta_i, Y_i] = E[\eta_i, Y_j] = 0 \end{cases} \tag{26}$$

ただし、 η_i は観測地点 $\boldsymbol{x}_i$ における Y の観測誤差、 δ_{ij} はKroneckerの δ である。(25)式で $\sigma_\eta^2 = 0$ とおくと、観測データが真値であるときのKRIGING法となる。

本研究では、 Y の真の共分散関数を仮定し、本研究の乱数発生法で標本 $R(\boldsymbol{x})$ を発生させた。また観測データに観測誤差が含まれるときのConditional Simulationを行うときは、 $\hat{R}(\boldsymbol{x})$ を求めるときに観測地点での $R(\boldsymbol{x})$ の値に、期待値0、分散 σ_η^2 の白色正規乱数を加えてKRIGINGを行った。そして観測データによる条件付けを行わないシミュレーションと観測誤差を含む場合と含まない場合のConditional Simulationを行い、それらの結果を比較検討した。

5. 計算結果および考察

5.1 流れ場の解析

透水量係数 T を(m^2/day)単位で表わし、 $Y = \log_{10} T$ の期待値 $\bar{Y} = 1.2$ 、標準偏差 $\sigma_Y = 0.2$ 、積分スケール $l = 5 \text{ m}$ とし

たときの Y 場, h 場, q 場の標本の例をそれぞれ Fig. 3, 4, 5 に示す。Fig. 5 では領域全体で $Y = 1.2$ (一定) としたときの

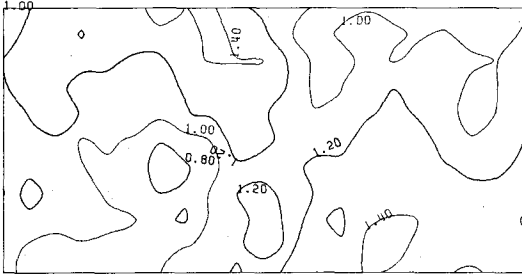


Fig. 3 Example of a distribution of log transmissivity Y .

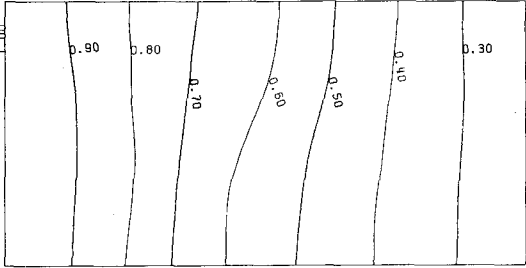


Fig. 4 Example of a distribution of hydraulic pressure h .

流速の値 q_r を規準値として, $(q - q_r)$ を図示している。本研究では T の場を標本として 300 個発生させ h 場 q 場の統計的性質を検討した。

$\bar{Y} = 1.2$, $l = 5\text{ m}$ とし, σ_Y を 0.05 から 0.5 まで 6 段階変化させて, σ_Y の値が流れ場の推定値に及ぼす影響を解析した。

q_x の標本平均値 $\bar{q}_x$ と, h , q_x , q_y の標準偏差 σ_h , σ_{q_x} , σ_{q_y} は, それぞれ σ_Y の増加とともに増加した。 $\bar{q}_x$, σ_h , σ_{q_x} , σ_{q_y} と σ_Y の関係をそれぞれ Fig. 6, 7, 8, 9 に示す。これらの図は対象領域の中央の点において, 300 個の標本値から求めたものであるが, 全対象領域ではほぼ同じ傾向を示す。ただし, $\bar{q}_x$ と σ_{q_x} は全対象領域ではほぼ同じ値であったが, σ_h と σ_{q_y} は境界条件の影響

でその値は位置によって大きく異なる。例えば σ_h の場合, Fig. 10 に示すように上下の定水位境界上での $\sigma_h = 0.00$ から中央部での $\sigma_h = 0.06$ まで変化している。

$\bar{q}_x$ が σ_Y とともに増加するのは透水量係数 T の期待値 $\bar{T}$ の増加に関係すると考えられる。今, 透水量係数対数値 Y の期待値 $\bar{Y}$ を一定として σ_Y を増加させると, $\bar{T}$ は次式に従って増加する。

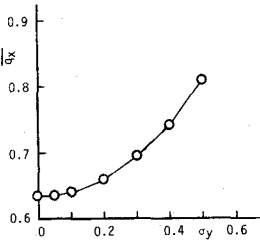


Fig. 6 Dependence of the mean of x component of groundwater flow on the standard deviation in log transmissivity.

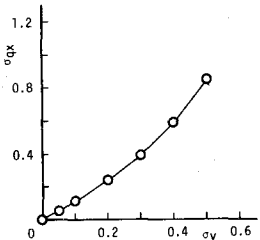


Fig. 8 Dependence of the standard deviation in x component of groundwater flow on the standard deviation in log transmissivity.

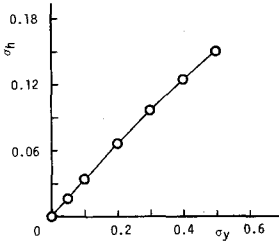


Fig. 7 Dependence of the standard deviation in hydraulic pressure on the standard deviation in log transmissivity.

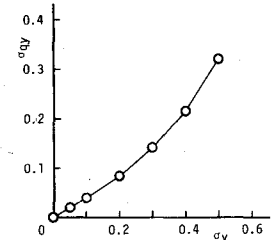


Fig. 9 Dependence of the standard deviation in y component of groundwater flow on the standard deviation in log transmissivity.

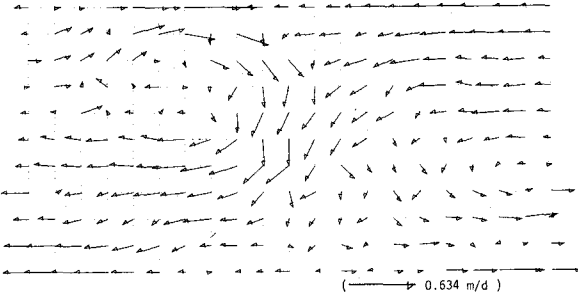


Fig. 5 Example of a distribution of groundwater flow q , the arrows indicate vectors $q - q_r$, where q_r is the groundwater flow with constant log transmissivity ($Y = 1.2$) all over the region.

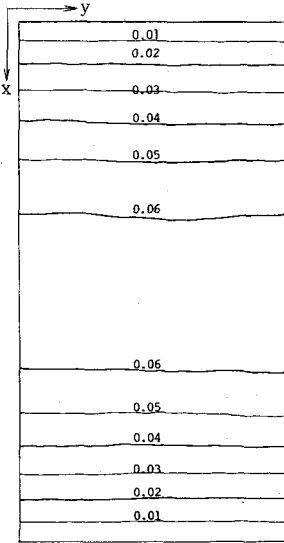


Fig. 10 Distribution of the standard deviation in hydraulic pressure over the region.

$$\bar{T} = \exp \left\{ (\ln 10) \cdot \bar{Y} + \frac{1}{2} (\ln 10)^2 \sigma_Y^2 \right\} \dots\dots\dots (27)$$

したがって、このとき動水勾配 $\partial h / \partial x$ が一定ならば $q_x = -T \cdot \partial h / \partial x$ も対数正規分布となり、 q_x は σ_Y の増加とともに増加すると思われる。Fig. 11に Fig. 6 と同一地点における $\sigma_Y = 0.2$ のときの q_x 値の標本分布を示す。やはり対数正規分布に近い。しかし $\partial h / \partial x$ が一定のとき、(27)式より $\sigma_Y = 0.5$ のときの q_x は、 $\sigma_Y = 0.0$ のときの q_x の 1.9 倍になるはずであるが Fig. 6 より実際は 1.3 倍にしかなっていない。これは T ばかりでなく $\partial h / \partial x$ も確率分布するためと考えられる。

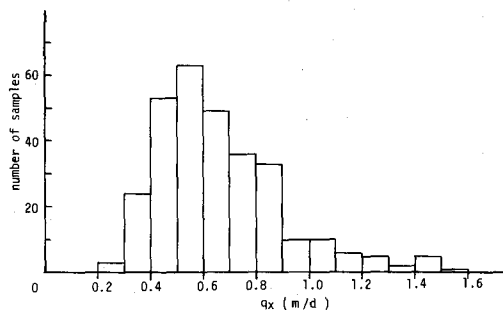


Fig. 11 Frequency histogram on x component of groundwater flow, sample size is 300.

5.2 濃度場の解析

濃度場 (c 場) については 100 個の標本に基づいて解析を行った。Fig. 3, 4, 5 と同じ条件下での $t = 90$ 日後での c 場の 1 例を Fig. 12 に示す。

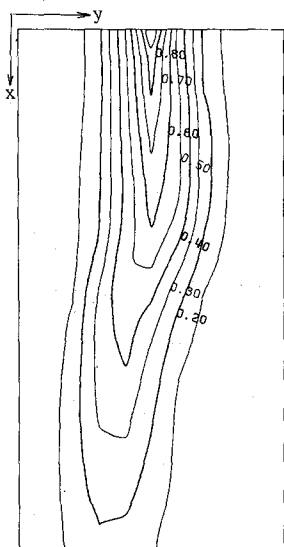


Fig. 12 Example of a distribution of concentration c .

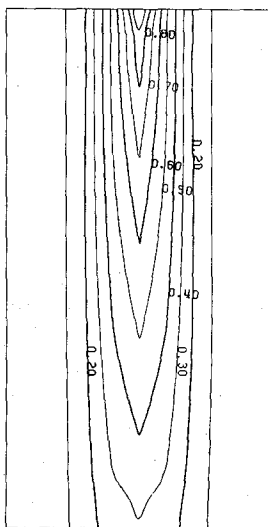


Fig. 13 Concentration field, transmissivity is constant all over the region, ($\sigma_Y = 0.0$)

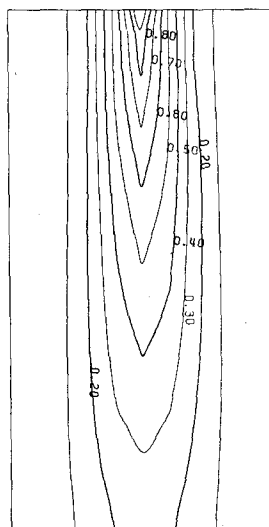


Fig. 14 Mean field of concentration, ($\sigma_Y = 0.2$, $l = 5m$).

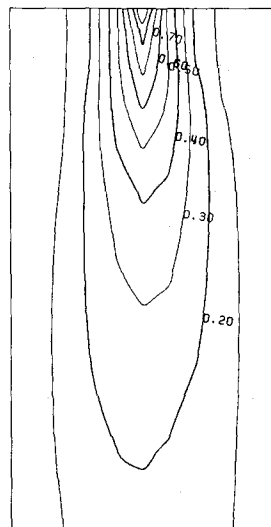


Fig. 15 Mean field of concentration, ($\sigma_Y = 0.5$, $l = 5m$).

(A) σ_Y の影響

流れ場の解析と同じ条件下で濃度場の解析を行った。Fig. 13, 14, 15 に、 $\sigma_Y = 0.0$ 、つまり場を均質としたとき、および $\sigma_Y = 0.2$ 、 $\sigma_Y = 0.5$ のときの $t = 90$ 日後での c 場の標本平均値 $\bar{c}$ 場を示す。これらの図より、 σ_Y が大きくなるほど x 方向への汚染物質の移動は遅くなり、流下するにつれて y 方向への濃度分布の拡がりが大きくなる傾向が認められる。

c の標準偏差 σ_c は $\bar{c}$ の値によって大きく変わるので、 c の変動係数によって比較した。Fig. 16 と 17 に $\sigma_Y = 0.2$ と 0.5 のときの変動係数の分布を示す。一般に σ_Y が大きくなるほど c の変動係数は大きくなった。例えば領域の中央の点での c の変動係数を比較すると、 $\sigma_Y = 0.5$ のときのそれは、 $\sigma_Y = 0.2$ のときの 3 倍、 $\sigma_Y = 0.05$ のときの 17 倍にもなっている。

序論で述べた、理論を実常水層に適用する場合、場を均質と仮定して実験室で求めた拡散係数より大きい値を使用することの妥当性を検討するため、従来のモデルのように、解析領域全体で $Y = 1.2$ (一定) と仮定し、拡散係数値を変化させることによって Fig. 15 のような濃度分布を得ることが可能かどうかを調べてみた。本研究の方法によって得られる Fig. 15 のような濃度分布も、従来のモデルによって得られる濃度分布も、ともに濃度分布のアンサンブル平均を示していると考えられる。しかし、従来のモデルによっては Fig. 15 のような濃度分布を得ることはできなかった。本研究のモデルは、空間的構造として統計的均質性を仮定し、流れ場のランダム性を考慮する、より精密化したものであり、その妥当性については、将来実験的検証を行いたいと考えている。

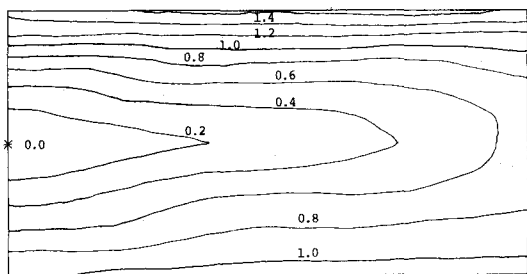


Fig. 16 Distribution of the coefficient of variation in concentration over the region, ($\sigma_Y=0.2$, $l=5m$).

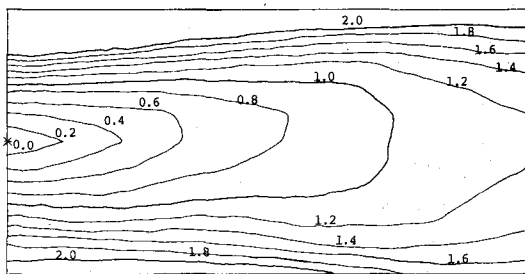


Fig. 17 Distribution of the coefficient of variation in concentration over the region, ($\sigma_Y=0.5$, $l=5m$).

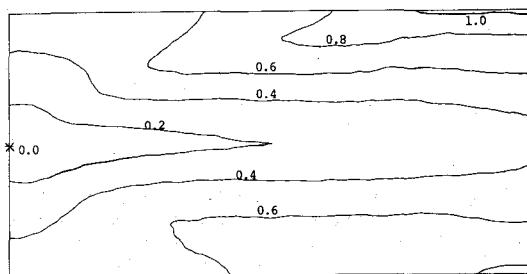


Fig. 18 Distribution of the coefficient of variation in concentration over the region, ($\sigma_Y=0.2$, $l=1m$).

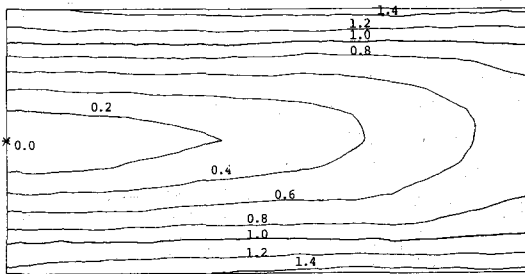


Fig. 19 Distribution of the coefficient of variation in concentration over the region, ($\sigma_Y=0.2$, $l=20m$).

(B) l の影響

流れ場についても $\bar{c}$ 場についても l によるはっきりした影響を求めることはできなかった。しかし σ_c あるいは c の変動係数については、点汚染源から離れた所では、Fig. 18, 19 からわかるように l の増加とともに増加する傾向がみられた。例えば $l=1m$ と $l=20m$ のときの c の変動係数の値を比較すると、 $l=20m$ のときの方が、領域の中央の点では 1.3 倍、領域の下流端の中央では 1.9 倍大きい。これは l が大きくなると透水量係数の空間的相関が強くなるため、一つの標本としての透水量係数はゆるやかに変化し、そのため有限な領域については、その全領域にわたって比較的透水量係数の大きな標本、あるいは小さな標本が生じるためと考えられる。したがって、流れ場についても各標本間の平均的な流速の差を生じ、このため汚染物質がその領域内を移動していくうちに、各標本間の移動時間にも大きな差を生じるようになるものと考えられる。

5.3 Conditional Simulation の適用例

(A) 観測誤差を含まないとき

Fig. 20 に示す 10 点の仮想データを与えて、 $\bar{Y}=1.2$, $\sigma_Y=0.2$, $l=5m$, 標本数 300 個で Conditional Simulation を行った例を Fig. 20, 21 に示す。Fig. 20 は Y の KRIGING 推定値であり、黒丸点で Y の観測地点を示す。Fig. 21 は Conditional Simulation により得られた Y 場の 1 例である。Fig. 22 にこのときの σ_h の分布を示す。Fig. 10 に比べて全領域で σ_h が減少し、領域の中央の点では約 3 分の 1 になっている。これは Y の観測データという追加情報によって h 場の不確実性が減少したためと考えら

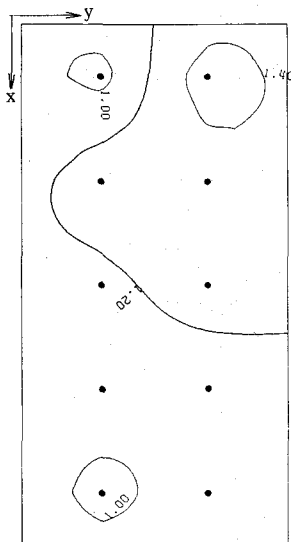


Fig. 20 Kriging estimate for the log transmissivity field under no observation noise, black dots indicate the observation points for kriging.

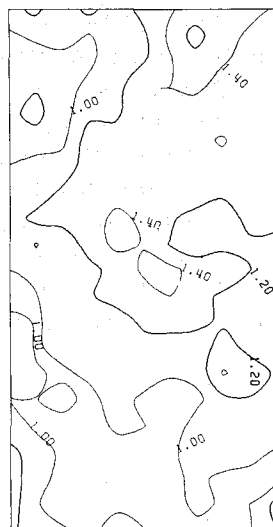


Fig. 21 Example of a conditional simulation for the log transmissivity field.

れる。

(B) 観測誤差を含むとき

(A)と同じ条件下で同じ観測データを与えたとき、観測データに $\sigma_y = 0.1$ の観測誤差が含まれていると仮定して求めたKRIGING推定値をFig.23に示す。観測誤差を含まないと仮定したFig.20の場合に比べて、観測誤差が含まれていると仮定したことにより、Yの推定場は内挿によって平滑化されている。Fig.24にこのときの σ_k の分布を示す。Fig.22に比べて領域全体で不確実性が増加しており、領域の中央の点においては σ_k が約1.4倍の大きさになっている。

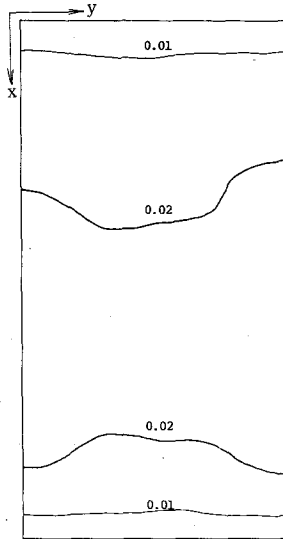


Fig. 22 Distribution of the standard deviation in hydraulic pressure over the region obtained from the conditional simulations under no observation noise.

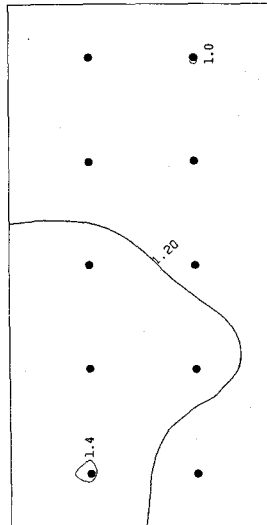


Fig. 23 Kriging estimate for the log transmissivity field with observation noise, black dots indicate the observation points for kriging.

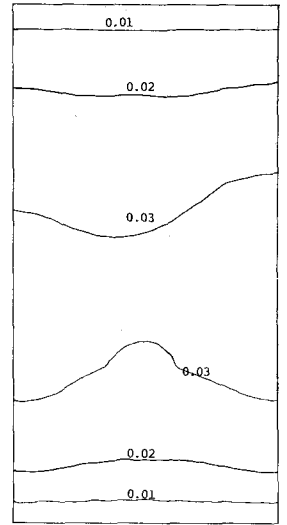


Fig. 24 Distribution of the standard deviation in hydraulic pressure over the region obtained from the conditional simulations with observation noise.

6. 結 論

本研究により次のような結論が得られた。

- (1) 帯水層の不均質性が増加するほど、水位、流速、濃度分布の推定における不確実性が増加する。
 - (2) 透水量係数対数値の期待値を一定として、その標準偏差を大きくすると、流速の期待値も大きくなる。
 - (3) 透水量係数の積分スケールが大きいほど、つまり帯水層の空間的相関が強いほど、汚染源から離れた地点での濃度の変動係数は大きくなる。
 - (4) 本研究によって得られた濃度分布は、従来の場を均質と仮定して得られるものとは形状が異なる。本研究のモデルの妥当性は、実験的に検証していくつもりである。
 - (5) Conditional Simulationは観測データに観測誤差が含まれるときも有効に行えることが示された。そして観測データという追加情報を考慮するConditional Simulationによって、推定における場の不確実性を減少させられることが示された。
- 今後の課題として、透水量係数以外の水位などの観測データが与えられたときに、それらのデータによる条件付けを行うことによって、推定における不確実性をさらに減少させるシミュレーション手法を開発したいと考えている。

参 考 文 献

- (1) Frind, E.O., and G.F. Pinder, Galerkin solution of the inverse problem for aquifer transmissivity, *Water Resour. Res.*, 9 (5), 1397-1410, 1973.
- (2) 古市 徹, 井上頼輝, 寺脇正文, 透水量係数推定の逆問題としての定式化について, 土木学会第18回衛生工学研究討論会講演論文集, 141-149, 1982.
- (3) Dagan, G., Models of groundwater flow in statistically homogeneous porous formations, *Water Resour. Res.*, 15 (1), 47-63, 1979.
- (4) Smith, L., and R.A. Freeze, Stochastic analysis of steady state groundwater flow in a bounded domain, 1, One-dimensional simulations, *Water Resour. Res.*, 15 (3), 521-528, 1979.
- (5) Smith, L., and R.A. Freeze, Stochastic analysis of steady state groundwater flow in a bounded domain, 2, Two-dimensional simulations, *Water Resour. Res.*, 15 (6), 1543-1559, 1979.
- (6) Smith, L., and F.W. Schwarz, Mass transport, 1, A stochastic analysis of macroscopic dispersion, *Water Resour. Res.*, 16 (2), 303-313, 1980.
- (7) Smith, L., and F.W. Schwarz, Mass transport, 2, Analysis of uncertainty in prediction, *Water Resour. Res.*, 17 (2), 351-369, 1981.
- (8) Smith, L., and F.W. Schwarz, Mass transport, 3, Role of hydraulic conductivity data in prediction, *Water Resour. Res.*, 17 (5), 1463-1479, 1981.
- (9) Tang, D.H., and G.F. Pinder, Simulation of groundwater flow and mass transport under uncertainty, *Advan. Water Res.*, 1 (1), 25-30, 1977.
- (10) Simpson, E.S., A note on the structure of the dispersion coefficient, *Geol. Soc. Amer. Abstr. Program*, 10 (7), 493, 1978.
- (11) Gillham, R.W., J.A. Cherry, and J.F. Pickens, Mass transport in shallow groundwater flow systems, in *Proceedings of the Canadian Hydrology Symposium*, pp. 361-369, National Research Council of Canada, Winnipeg, Manitoba, 1975.
- (12) Freeze, R.A., A Stochastic-conceptual analysis of one-dimensional groundwater flow in nonuniform homogeneous media, *Water Resour. Res.*, 11 (5), 725-741, 1975.
- (13) Bear, J., *Dynamics of fluids in porous media*, 764pp., Elsevier, New York, 1972.
- (14) Gutjahr, A.L., and L.W. Gelhar, Stochastic models of subsurface flow: Infinite versus finite domains and stationarity, *Water Resour. Res.*, 17 (2), 337-350, 1981.
- (15) Bakr, A.A., L.W. Gelhar, A.L. Gutjahr, and J.R. MacMillan, Stochastic analysis of spatial variability in subsurface flows, 1, Comparison of one- and three-dimensional flows, *Water Resour. Res.*, 14 (2), 263-271, 1978.
- (16) Delhomme, J. P., Kriging in the Hydrosiences, *Advan. Water Res.*, 1 (5), 251-266, 1978.