

(6) 静水中における微粒子の沈降特性と残留濃度算定手法に関する研究

STUDY ON THE ESTIMATION OF SUSPENDED SEDIMENT CONCENTRATION
AND THE SETTLING CHARACTERISTICS OF FINE PARTICLES
IN QUIESCENT WATER

○古賀 憲一*, 栗谷 陽一*, 楠田 哲也*, 島岡 隆行*

Kenichi KOGA*, Youichi AWAYA*,
Tetsuya KUSUDA, Takayuki SHIMAOKA*

ABSTRACT; A method of prediction for suspended sediment concentration in quiescent state has been developed. Based on the mass balance equations for suspended cohesive particles of each size and the assumption of the similarity of particle size distributions, two partial differential equations concerning suspended sediment concentration and sediment mass flux as dependent variables were derived. The two specific overall parameters characterizing a normalized particle size distribution function and a coagulative characteristic of particles are obtained in these equations. The vertical concentration distribution and the depositional rate of suspended sediment in water can be computed numerically by the above equations with properly choosed two parameters. In order to check the numerical computed results, experiments of settling were carried out with cohesive clay in seawater. Total suspended sediment weight per unit area was measured for various initial sediment concentrations. The numerical computed results presented in this study coincide with the experimental results except for the high initial sediment concentration. The equations can also be shown applicable to convective-diffusion transport problems.

KEYWORDS: SETTLING, FLOCCULATION

1. まえがき

水域における微粒子の挙動を知ることは、海域等における水質汚濁問題を解決し、環境影響評価の手法を確立する上で重要であろう。微粒子の輸送問題の中でも、沈降による鉛直輸送機構については現象が複雑なために、その究明に至るには未だ検討すべき問題が残されているようである。著者らは、微粒子の沈降現象の解明、水域における微粒子の濃度予測を最終目的として、種々の実験的検討や凝集沈降基礎式に対する理論的検討を加えてきた。^{1), 2), 3)}

本研究は、粒子の分布形に相似性を仮定することによって残留濁質量の計算式を導出し、静止海水中における微粒子の沈降特性について実験的検討を加え、計算法の妥当性を検討したものである。

2. 残留濃度の算定式

水中に存在する粒子の成長を考慮した物質収支に関する基礎式は次式で表される。

$$\frac{\partial n(w, X, t)}{\partial t} + \nabla \cdot (n(w, X, t) \mathbf{V}) - \nabla \cdot (D \cdot \nabla n(w, X, t)) \\ = \frac{1}{2} \int_0^w F(\tilde{w}, w - \tilde{w}) n(\tilde{w}, X, t) n(w - \tilde{w}, X, t) d\tilde{w} - n(w, X, t) \int_0^\infty F(w, \tilde{w}) n(\tilde{w}, X, t) d\tilde{w} \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 $n(w, X, t)$: 時間 t , 場所 X における、質量 w なる粒子の個数濃度, $\mathbf{V}$: 粒子速度, D : 拡散係数 (テンソル), F : 衝突頻度を示す関数, である。

つぎに、質量 w なる粒子の質量濃度を $r(w, X, t)$ (以後、 $r(w)$ と略記する) とすると $r(w) = w \cdot n(w)$ となる。また、簡単のため現象を鉛直方向 (z 方向、下向きを正) のみに限定し、拡散項を無視し、粒子速度を粒子の沈降速度とすると、(1)式は次のようになる。

$$\frac{\partial r(w)}{\partial t} + \frac{\partial (r(w) \cdot v(w))}{\partial z} = \frac{1}{2} w \int_0^\infty F(\tilde{w}, w - \tilde{w}) \frac{r(\tilde{w}) r(w - \tilde{w})}{\tilde{w}(w - \tilde{w})} d\tilde{w} - r(w) \int_0^\infty F(w, \tilde{w}) \frac{r(\tilde{w})}{\tilde{w}} d\tilde{w} \dots \dots \dots (2)$$

粒子の分布形 $r(w)$ は通常近似的に相似とみなせる場合が多いので¹⁾、 $r(w)$ を次式のように仮定する。

$$r(w) = \frac{\Psi(z, t) \cdot \varphi(\xi)}{\bar{w}(z, t)} \dots \dots \dots (3)$$

ここで、 ξ ：無次元化粒子質量で $\xi = w / \bar{w}(z, t)$ ， $\bar{w}$ ：任意時間、任意水深における代表粒子の質量， Ψ ：任意時間、任意水深における粒子の質量濃度， φ ：粒子の分布関数，である。

Ψ については、定義より $\Psi = \int_0^\infty r(w) dw$ であるため、(3)式より $\int_0^\infty \varphi(\xi) d\xi = 1$ が課せられている。粒子の沈降速度 v と粒径 d との関係は、通常、次式で表される事が多い。¹⁾

$$v = v_o' (d/d_o)^m \dots \dots \dots (4)$$

ただし、 v_o' は、 $d = d_o$ なる粒子の沈降速度、 m は指数である。

また、沈降速度式として、ストークス式が成り立つとすれば、上式より次式が得られる。

$$v = v_o (w/w_o)^p \dots \dots \dots (5)$$

$$d = \kappa_1 w^{\frac{1}{m+1}} \quad \text{ただし、} \kappa_1 = \left(\frac{g \cdot d_o^m}{3\pi\mu v_o'} \cdot \frac{\rho_c - \rho_w}{\rho_c} \right)^{\frac{1}{1+m}}, \quad p = \frac{1}{1+m}$$

ここに、 v_o ： $w = w_o$ なる粒子の沈降速度、 ρ_c ：粒子を構成している固形分の密度、 ρ_w ：流体の密度、

μ ：流体の粘性係数、 g ：重力の加速度，である。

粒子の衝突関数 F については、衝突現象が粒子の沈降速度差による場合は次式で与えられる。

$$F_s(w_1, w_2) = \alpha_s \frac{\pi}{4} \cdot \kappa_1 \frac{v_o}{\frac{1}{1+m}} \left(w_1^{\frac{1}{1+m}} + w_2^{\frac{1}{1+m}} \right)^2 \left| w_1^{\frac{m}{1+m}} - w_2^{\frac{m}{1+m}} \right| \dots \dots \dots (6)$$

ただし、 α_s ：沈降による衝突・付着総合効率

また、剪断場における粒子の沈降現象を論ずる時には、(1)式の拡散項は無視せず(7)式の衝突関数を用いれば良い。

$$F_t(w_1, w_2) = \alpha_t \frac{G}{6} \cdot \kappa_1^3 \left(w_1^{\frac{1}{m+1}} + w_2^{\frac{1}{m+1}} \right)^3 \dots \dots \dots (7)$$

ただし、 α_t ：剪断速度による衝突・付着総合効率、 G ：剪断速度

ここでは、(6)、(7)式をより一般化した表現で示すために、 F を次式のように表す。

$$F(w_1, w_2) = \kappa_2 \bar{w}^q f(\xi_1, \xi_2) \dots \dots \dots (8)$$

(3)式で示されるような粒子の分布の相似性を仮定すれば、任意時間、任意水深における巨視的にみた粒子の状態を示すためには、2個の従属変数があれば良い。ここでは、前述の粒子濃度 Ψ と粒子沈降流速密度 Φ を用いることにする。

$$\left. \begin{aligned} \Psi(z, t) &= \int_0^\infty r(w, z, t) dw \\ \Phi(z, t) &= \int_0^\infty v(w) r(w, z, t) dw \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (9)$$

Ψ 、 Φ に関する基礎式を導く前に、予め(2)式の右辺を簡略化しておく。(2)式の右辺に(3)、(8)式を代入すると次式を得る。

$$\text{右辺} = \bar{w}^{q-2} \Psi^2 g(\xi)$$

$$\text{ただし} \quad g(\xi) = \frac{\kappa_2}{2} \xi \int_0^\xi \frac{f(\tilde{\xi}, \xi - \tilde{\xi})}{\tilde{\xi}(\xi - \tilde{\xi})} \varphi(\tilde{\xi}) \varphi(\xi - \tilde{\xi}) d\tilde{\xi} - \kappa_2 \varphi(\xi) \int_0^\infty \frac{f(\xi, \tilde{\xi}) \varphi(\tilde{\xi})}{\tilde{\xi}} d\tilde{\xi} \dots \dots \dots (10)$$

$g(\xi)$ については、衝突合一現象のみによる粒子濃度(質量濃度)の時間変化は無いことから、 $\int_0^\infty g(\xi) d\xi = 0$ が成り立つ(これは、上式を積分しても容易に確かめられる)。

結局、(2)式は(10)式を用いて次式の如く表せる。

$$\frac{\partial r(w)}{\partial t} + v(w) \frac{\partial r(w)}{\partial z} = \bar{w}^{-q-2} \Psi^2 g(\xi) \quad \dots\dots\dots (11)$$

(11)式から、(9)式で定義される Ψ 、 Φ に関する微分方程式を得るために、(11)式を w について 0 から ∞ まで積分し、また、(11)式に $v(w)$ を乗じて同様に積分すれば、

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + K_1 \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\Phi^2}{\Psi} \right) = K_2 \Phi^{1+\frac{q-1}{p}} \Psi^{1-\frac{q-1}{p}} \quad \dots\dots\dots (13)$$

が得られる。ここに $K_1 = \frac{\int_0^\infty \varphi(\xi) \xi^{2p} d\xi}{\left(\int_0^\infty \varphi(\xi) \xi^p d\xi \right)^2} (\geq 1)$ 、 $K_2 = \left(\frac{w_0}{v_0} \frac{1}{V_p} \right)^{q-1} \left(\int_0^\infty g(\xi) \xi^p d\xi \right)^{-\frac{q-1}{p}} \dots\dots\dots (14)$

ここで、質量平均沈降速度 U_c は、(9)式を用いると次式で表される。

$$U_c(z, t) = \frac{\Phi(z, t)}{\Psi(z, t)} \quad \dots\dots\dots (15)$$

(15)式から、(12)式の示す物理的意味は自明であるが、(13)式については、左辺第2項を物理量 Φ の流束密度 $U_c \Phi (= \Phi^2 / \Psi)$ とみれば、沈降による Φ の輸送を示している事が解る。右辺については、衝突合一による Φ の変化を示している。(14)式で示される K_1 、 K_2 については、各々粒度分布形状、粒子の衝突・付着総合効率を巨視的に示すパラメータである。 K_1 、 K_2 、初期条件、境界条件を与えれば形式的には(12)、(13)、(14)式より任意時間における濃度分布が得られ、残留濁質量 W_r は、 H を水深として、

$$W_r(t) = \int_0^H \Psi(z, t) dz \quad \dots\dots\dots (16)$$

で求められる。

3. 微粒子の沈降特性に関する実験

3.1 装置及び方法 *Fig. 1* に、実験装置の概略図を示す。沈降筒は濁質を混合攪拌するための攪拌槽も兼ねている。微粒子の沈降質量を得るための沈降皿を沈降筒下部に設け、沈降皿と沈降天秤を連結する白金線は攪拌軸のパイプ中を通っている。実験に用いた試料は市販カオリン、ASP-600（比重2.66，平均径 $0.6 \mu m$ ）及び筑後川河口部の底泥（比重2.6，水簸後の平均径 $2 \mu m$ ，強熱減量10%）の二種である。海水（比重約1.025）は福岡県宗像郡津屋崎沿岸（沖合400m）から採水した。海水から懸濁質を除去するために、粒状活性炭及び $0.45 \mu m$ のグラスフィルタで濾過した。実験方法としては、まず鉛直に保った沈降筒に海水を満たした後、一昼夜放置し、予め室温と液温との温度差が生じないようにしておく。つぎに、筒を水平にし、所定の攪拌強度で攪拌を行いつつ注入口より濁質を注入する。攪拌時間は10分間とした。攪拌終了後、筒を鉛直にし（この時を沈降開始時刻とする）、天秤と沈降皿を素早く連結し、所定の時間間隔で沈降質量を読みとる。実験終了時（測定時間は約1日）に残留濁質量を得るための採水を行う。以上の操作を初濃度、粘土の種類を変えて行う。

3.2 実験結果 *Fig. 2* に、単位面積当りの沈降質量 (W_s/A) の時間変化の一例を示す。初濃度の高い場合には、 W_s/A はS字型で増加し、凝集による沈降フラックスの増加が認められる。一方、初濃度が低い場合には、 W_s/A は上に凸の形で増加しており、高初濃度のものに比べ凝集の影響が顕著に表われていない。初濃度が高い場合、沈降果加曲線は*Fig. 2*に示されるように次の3段階に分けられる。¹⁾
①、②は各々、等濃度成長期、等濃度平衡期で、③は濃度減少期である。*Fig. 3, 4* に、単位面積当りの残留濁質量 W_r/A の時間変化を示す。これらの図から、双方の粘土について、濃度減少期における W_r/A の時間変化は初濃度に依らず両対数紙上でほぼ直線的に減少する事が解る。この勾配は、本実験で行った初濃度の範囲では、初濃度が低くなるに従い若干小さくなる傾向にあり、筑後川粘土で $\sim 1/5 \sim 1/3$ 、市販カオリン

で $1/2 \sim 1$ 程度の範囲内にあることが解る。筑後川粘土については初濃度の異なるものに対する残留濁質量の曲線群がある1つの曲線に漸近して行くようである。一方、市販カオリンについては、初濃度 0.2 g/l を境にして、残留濁質量曲線の示す傾向が異っている。初濃度の高いグループについては筑後川粘土と同様であるが、初濃度の低いグループについては、初濃度の低い程、同一沈降時間の残存量が多くなっており、沈降性が悪くなっていることが認められる。このように、自然河川に堆積した底泥（筑後川粘土）と人工的に精製された粘土（市販カオリン）とでは、残留（沈降）特性に及ぼす初濃度の影響が異なる。その原因として以下のようなことが考えられよう。人工的に精製されたカオリン粘土の表面性状が均一に近いため、それら微粒子が凝集沈降する時に、成長速度や凝集時間に及ぼす初濃度の影響が顕著に現われたものと考えられる。一方、筑後川粘土については、凝集性の低い粒子も存在するため、凝集速度に及ぼす初濃度の影響が鈍く現われたものと考えられる。また、後でも述べるが、種々の初濃度に対応する初期粒度分布の違い（攪拌時間が短いため、一般的には初濃度の低い程、平均径が小さくなること）が、凝集沈降時の沈降性を悪くする傾向を助長しているとも考えられよう。

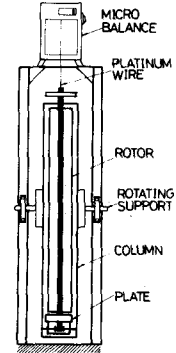


Fig.1 Apparatus

4. 残留濃度算定式の検討

(12), (13)式を解析的に解くのは困難であるため、数値積分により解を得た。数値解を求めるに際して、次の無次元化を行った。

$$\phi = \Phi / \phi_0, \quad \psi = \Psi / \psi_0, \quad \eta = z / H,$$

$$\tau = U_{c0} t / H = \phi_0 / \psi_0 \cdot t / H \quad \dots\dots\dots (17)$$

ここに、 ϕ_0, ψ_0, U_{c0} は各々 $t = 0$ での Φ, Ψ, U_c の値、 H は総水深である。

計算結果の一例として、Fig. 5 に $K_1 = 1.5, m = 1.0$ として、 $K_2 H \psi_0 = 1.0, 5.0, 10.0$ と変えた時の正規化残留濁質量 ($W_r / W_{r,0}$, $W_{r,0}$ は初期の総濁質量) の時間変化を示す。 $K_2 H \psi_0$ が大きくなるに従い (粒子の凝集性を増加させていることに相当) 残留濁質量の急速な減少傾向が良く現われている。また、同図において、濃度減少期における $W_r / W_{r,0}$ と τ との関数は両対数紙上で直線的に減少し、その勾配はいずれもほぼ同一の値を示すことが解る。この勾配は粒度分布形状と粒子の沈降速度あるいは密度関数を特徴づけるパラメータ、すなわち、 K_1 と m との値によって決る¹⁾。したがって、 K_1 の値を小さくし、極端な例として $K_1 = 1.0$ とすれば (分布形状としてはデルタ関数的な分布を想定すれば良い)、単一粒径に近い粒子群が同一速度で沈降するため残留濁質量は Fig. 5 に示す例よりかなり早く減少する。

Fig. 6, 7 に、 $K_2 H \psi_0 = 1.0$ と 10.0 における濃度分布

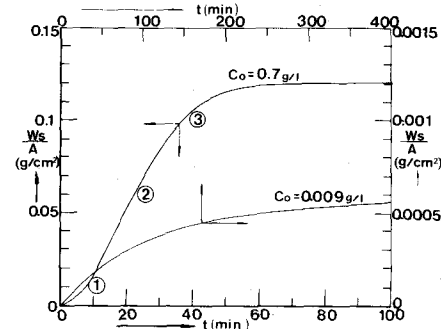


Fig.2 Weight of deposition (Chikugo-clay)

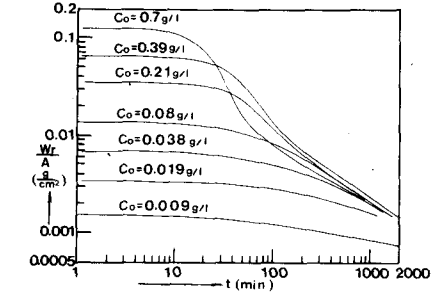


Fig.3 Total suspended sediment weight (Chikugo-clay, H=2.89m)

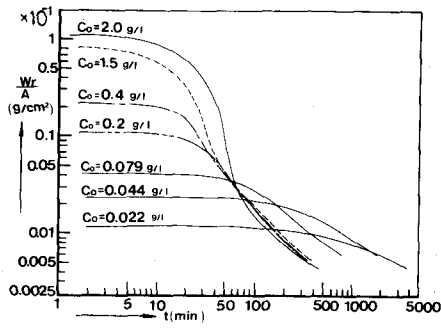


Fig.4 Total suspended sediment weight (Kaolinite, H=0.89m)

の時間変化を示す。これらの図においても、Fig. 5 と同様に、 K_2 の大きい方に凝集性の影響が顕著に現れている。Fig. 7 に示す例では、沈降に伴う凝集によって下層部の濃度が減少するため、上層部に粒子の取り残し、すなわち、濃度の反転層が認められる。この現象は、粒子の凝集性が高い場合や水深が充分に深いか初濃度が高い時に現れ易い。つぎに、前出した実験結果との合致性をみるために、 K_1 、 K_2 の値を試行錯誤で推定し比較した結果を Fig. 8、9 に示す。本例では、 K_1 、 K_2 を定数として推定した。他の実験から、密度関数の特性値 m は 1 程度となる場合が多いので³⁾、ここでは総ての場合について 1.0 とした。横軸の無次元化時間 τ の算出に必要な U_{c0} は実測値を用いている。図から解るように、計算値と実測値との合致性は良好のようである。 K_1 、 K_2 の値を Table. 1 に示す。 K_2 の値を双方の粘土について比較すると、筑後川粘土の K_2 値は市販カオリンに比べ小さいことが解る。これは、前述したように、人工的に精製されたカオリン粘土の方が、凝集性の不活性なものも含んでいる筑後川粘土に比べ、凝集効果が顕著に現れたものと考えられる。 K_2 の値は本来、粘土の表面性状を巨視的に示すパラメータであるので、ある一定値となるか、もしくは平均粒径や沈降時間の関数（減少関数）にはなり得ても、初濃度に依存して変化（特に増加）することは一般的にはあり得ないであろう。Table. 1 に示されるように、筑後川粘土の K_2 値はほぼ $4.0 \text{ (cm}^2 \cdot \text{g}^{-1})$ 程度の一定な値となっているが、市販カオリンでは、 $C_0 = 0.079 \text{ g/l}$ の K_2 値が他のものに比べ大きくなっている。このようになる原因について、現在の所詳しいことは不明であるが、成長に伴う粒度分布の相似性が失われているものと考えられよう。 K_1 の値については、厳密な意味での分布形状を知ることが困難なため詳しい考察を加えることはできないが、初濃度が高くなるに従い K_1 の値は若干小さくなるようである。これは、実験開始前に行う濁質の攪拌混合によって初期粒子の形成状態が初濃度によって異なっているためと思われる。ここで示した初濃度の範囲内では、攪拌時間が 10 分程度であれば初濃度が高くなるに従い攪拌下での平均径は大きくなり、したがって粒度分布の巾も若干ではあるが小さくなったものと思われる。ちなみに、初期分布の分布関数として $f(\xi) = e^{-\xi}$ を想定すれば $K_1 = 2.0$ となり、 $f(\xi)$ を均一分布 ($f(\xi) = 1/\xi_m$, ξ_m は最大径の粒子質量) とすると $K_1 = 4/3$ となることから、 $K_1 > 2$ となる例については分布巾がかなり

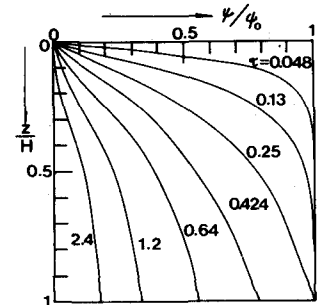
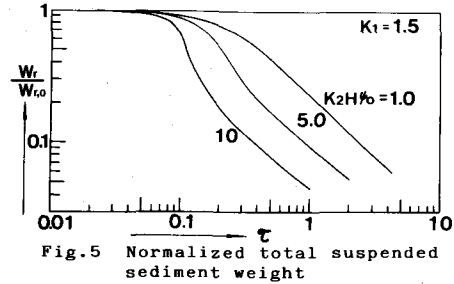


Fig. 6 Vertical concentration distribution ($K_1=1.5$, $K_2Hw_0=1.0$)

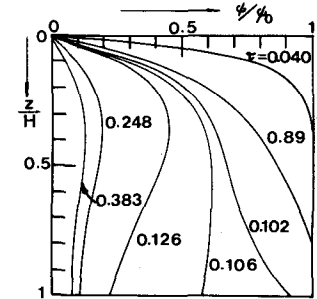


Fig. 7 Vertical concentration distribution ($K_1=1.5$, $K_2Hw_0=10.0$)

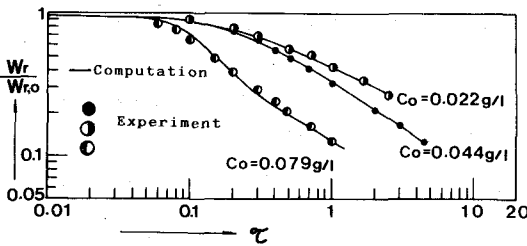


Fig. 8 Normalized total suspended sediment weight (Kaolinite)

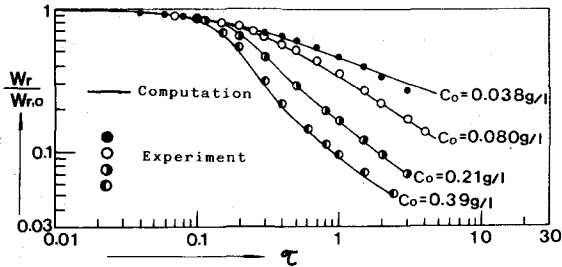


Fig. 9 Normalized total suspended sediment weight (Chikugo-clay)

広がっていることが予想されよう。

Fig. 8, 9 において、初濃度の高いものについては実測値との比較検討を示していない。これは、①高初濃度で行った実験結果に等濃度平衡領域の存在が認められ、かつ K_2 の値を定数値として比較検討を行っているために、仮に実測値との合致性が良好であっても物理的観点か

らみたモデルの妥当性に明らかな疑問が生じること、②実際海域などでは、高濃度で浮遊している粒子群がその周囲にある境界で囲まれた状態で沈降することは稀であり、その場合にはむしろ密度流的な取り扱いも必要と思われること、等の理由による。特に、①の理由に対して最大成長限界的な考え方を導入すれば、 ϕ/ψ の値がある最大値（平均径の最大値を設定したことに相当）を越えれば $K_2 = 0$ とするような取り扱いを行えば良い。また、平均粒径の増加と共に衝突・付着総合効率を次第に低下させるモデルに従えば K_2 を ϕ/ψ あるいは時間との関数として扱えば良い。いずれにしても、残留濃度分布の実測、水深の異った沈降実験などを行い基礎資料を収集する必要がある。本研究では、 K_1, K_2 値の設定方法としては簡単な方が工学的な適用性が高いという考えに基いて検討を加えた。今回、基礎式の誘導に際しては、沈降による輸送のみに注目して定式化を行ったが、実際水域への適用を行うには拡散による物質輸送、特に鉛直方向への拡散をも考慮する必要がある。本研究で示し得た基礎式に拡散項を導入するのは簡単で、基礎式が質量濃度 ψ 、質量沈降速度 ϕ の収支に関する式であることから、(12)、(13)式に各々 $\partial(D\partial\psi/\partial z)/\partial z$ 、 $\partial(D\partial\psi/\partial z)/\partial z$ などを付加するだけで良い。この付加すべき拡散項は、本研究で行ったように分布形の相似性を仮定して基礎式(1)、(2)式からも導くことができる。

5. おわりに

粒度分布形に相似性を仮定し、凝集性微粒子群の残留濃度を算定するための定式化を試みた。また、沈降実験との簡単な比較を行い、初濃度の高い場合を除けば、本研究で示された手法によって残留濃度をある程度算定し得ることが認められた。今後の検討課題として、①．粒度分布の相似性について実験的検討を行うとともに、本手法の適用限界を明らかにする。②．拡散を伴う沈降問題への拡張、その適用性 ③．基礎資料の収集ならびに K_1, K_2 の数表化などが挙げられよう。

本研究を行うに際し、多量の海水を提供して下さいました本大学付属水産実験所の古市政幸助手並びに関係職員の方々に心から御礼申し上げます。本研究の一部は文部省科学研究費（奨励研究（A））の補助を受けて行ったものである。

参考文献

- 1) 栗谷, 楠田, 古賀, 凝集沈降に関する基礎的研究 (II), 第 14 回衛生工学研究討論会 1978. 1
- 2) 古賀, 萬, 栗谷, 楠田, 凝集沈降に関する数値計算と衝突・付着総合効率について, 第 16 回衛生工学研究討論会 1980. 1
- 3) 古賀, 栗谷, 楠田, 塩水中における微粒子の成長と沈降特性に関する基礎的研究, 第 18 回衛生工学研究討論会 1982. 1

Table.1 Values of K_1, K_2

	Kaolinite			Chikugo-clay			
$C_0(\text{g/l})$	0.022	0.044	0.079	0.038	0.08	0.21	0.39
$K_1(-)$	2.4	1.8	2.0	2.4	1.8	1.6	1.5
$K_2\left(\frac{\text{cm}^1-\text{l}/\text{m}^*}{\text{cmg}/\text{cm}^3}\right)$	200	200	1300	36	34	49	44

* $m=1.0$