

### (13) 搅拌槽での乱れと酸素移動速度

山梨大学工学部 正〇平 山 公 明  
 " 正今岡 正美  
 東京大学工学部 正松尾 友矩

#### 1はじめに

水中に存在する酸素は、生物による有機物の分解において非常に重要な役割を果たしている。この酸素の大部分は、空気中の酸素に由来すると考えられているので、その水中への溶解速度、つまり再ばっ氣係数の大きさを知ることが、有機物の分解という面からも重要な問題のひとつであり、多くの研究が行われている。<sup>1,2,3)</sup>

再ばっ氣は、空気中から水中へ酸素が鉛直方向に移動する現象なので、理論的な扱いにおいては、鉛直方向の乱れ速度を基礎にした例もいくつかある。しかし、測定が困難なため、鉛直方向の乱れを実測している例はほとんど見受けられない。そこで、今回、2方向のホットフィルム流速計を用いて、搅拌槽内の鉛直方向の乱れを測定したので、酸素移動係数の測定値とともに、その結果を報告する。

なお、本文で使用する記号は、一括して末尾に記載する。

#### 2 実験方法

図-1に実験装置の概要を示す。搅拌槽は、直径Dが20, 25.6, 35 cmの3種類のものを、羽根は、長さLが、13.2, 21.2 cmの2種類のものを用い、羽根の回転速度は、40, 80, 120 rpmの3段階に変化させた。搅拌レイノルズ数は、

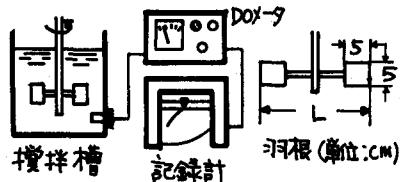


図-1 実験装置の概要

$1.36 \times 10^4 \sim 1.08 \times 10^5$  の範囲であった。水深は32 cm、羽根の位置は水面下22 cmで一定としている。実験の概要を表-1

表-1 実験の概要

に示す。

酸素の溶解速度を表す指標を得るために、まず次式

Run No.	Run 1	Run 2	Run 3	Run 4	Run 5	Run 6
槽の直径 D(cm)	35.0	25.6	35.0	25.6	20.0	35.0
羽根の長さ L(cm)	21.5	21.5	13.2	13.2	13.2	—
流速測定点 d(cm)	1, 3, 7, 10	1, 3, 6	1, 3, 7, 10	1, 3, 6	1, 3, 4	—

$$\frac{dc}{dt} = KLa(C_s - C) \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

で示されるKLaを計算した。そして、KLaの値から、酸素移動係数KLを次式により求めた。

$$KL = KLa \times \sqrt{\frac{V}{A}} \neq KLa \cdot H \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

酸素移動係数は、水面近くの流れの状態と密接な関係があるので、流速の測定点も水面付近を選び、水面下0.5 cmとした。流速測定点の位置を表-1に示す。乱れの測定にはホットフィルム流速計を用い、その出力をデータレコーダに記録した。そして、このデータを電子計算機にかけて、主流方向及び鉛直方向の乱れ速度と乱れの平方根2乗平均値（以下“乱れの強さ”と呼ぶ）を計算した。さらに、得られた乱れ速度の値から、乱れのスペクトルを計算し、次式によりいくつかの乱れの指標を得た。

$$A = \frac{U}{4} \lim_{n \rightarrow 0} \frac{1}{u^2} E(n) \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

$$\epsilon = \frac{60\nu\pi^2}{U^2} \int_0^\infty dn n^2 E(n) = 30\nu \frac{u^2}{A^2} \quad \dots \dots \dots \quad (6)$$

$$\frac{1}{\tau^2} = \frac{2\pi^2}{u^2} \int_0^\infty dn n^2 E(n) \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

$$\eta = (\nu^3/\epsilon)^{1/4} \quad \dots \dots \dots \quad (7)$$

$$\frac{1}{\lambda^2} = \frac{2\pi^2}{U^2 u^2} \int_0^\infty dn n^2 E(n) = \frac{1}{\tau^2 U^2} \quad \dots \dots \dots \quad (5)$$

$$v = (\nu\epsilon)^{1/4} \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

なお、データレコーダの性能による制約を受けて、スペクトルの周波数nの最大値が62.5Hzとなってしまった。また、乱れの測定は水温が27±1°Cの範囲で、KLaの測定は水温が18°~24°Cの範囲で行ったた

めに、 $K_L$  の値は、温度係数  $\theta$  を用いて、次式により、27°C の値に換算した。

$$K_L \cdot 27 = K_L \cdot t \theta^{27-t} \quad \dots \dots \dots \quad (9)$$

$\theta$  の値は表-2 に示す値を参考にして、 $\theta = 1.024$  として計算した。

### 3 実験結果と考察

#### 3-1. 酸素移動係数について

酸素移動係数の測定結果を表-3 に示す。酸素移動係数は、羽根の回転速度が大きい程大きな値になっている。回転速度が同じ時でも、槽の直径が小さい程、また羽根の長さが大きい程、酸素の移動が速くなることを示している。なお、Run1 と Run2 の 120 rpm の場合は、特に酸素移動係数が大きかったが、この場合には、羽根の回転とともに水が振動する現象も見られたため、以下の図においては省略している。

#### 3-2. 亂れの指標について

乱れに関する指標の計算結果の 1 例を表-4 に示す。(6)式は等方性の乱れについて成り立つ式であるから、実際の乱れが等方性の条件を満たしているかどうかを調べる必要がある。等方性の乱れでは、速度のレイノルズ応力成分 ( $\sqrt{u_x u_y}$ ) はゼロである。表-4 に示されるように、速度のレイノルズ成分はゼロではないが、主流方向又は鉛直方向の乱れの強さに比べると小さな値になっている。したがって、乱れの等方性を仮定して求めた(6), (7), (8)式の値は、本来の意味を厳密に表すものではないけれども、それに準じた意味を持つ乱れの指標であると考えることにする。なお、エネルギー逸散率や逸散スケール等の計算においては、 $\int_0^\infty d\eta n^2 E(n)$  という積分項が存在するが、スペクトルの周波数範囲が 62.5 Hz 以下と小さかったため、この範囲では  $n^2 E(n)$  の最大値が得られない場合もあった。以下の図では、最大値が得られない場合を除いてある。

表-2 搪拌実験での  
温度係数の測定値

温度係数	測定者
1.024	Elmore and West 5)
1.023	
1.020	Downing and Truesdale 5)
1.024	
1.016	
1.022	松本,高橋,遠藤 6)
1.028	
1.026	
1.027	平山,松尾 7)
1.029	

表-3 酸素移動係数の測定値

(単位: cm/sec)

Run No.	Run 1	Run 2	Run 3	Run 4	Run 5	Run 6
回転速度						
0 rpm	—	—	—	—	—	0.00016
40 rpm	0.00137	0.00167	0.00078	0.00102	0.00136	—
80 rpm	0.00255	0.00284	0.00126	0.00171	0.00217	—
120 rpm	0.00708	0.01003	0.00168	0.00229	0.00321	—

表-4 亂れの測定結果 (Run 3 の場合)

回転速度 (rpm)	d (cm)	U (cm/sec)	$U_x$ (cm/sec)	$U_y$ (cm/sec)	$U_{xy}$ (cm/sec)	V (cm/sec)	A (cm)	$\lambda$ (cm)	$\eta$ (cm)	$\epsilon$ (cm <sup>2</sup> /sec <sup>3</sup> )	$1/\tau_x$ (1/sec)	$1/\tau_y$ (1/sec)
40	1	3.9	0.57	0.42	0.17	0.18	2.05	0.78	0.046	0.14	5.0	9.4
	3	4.7	0.41	0.46	0.19	0.20	0.99	0.53	0.045	0.15	8.9	9.3
	7	7.4	0.42	0.29	0.18	0.15	0.72	0.88	0.057	0.06	8.4	11.1
	10	9.3	0.25	0.27	0.07	0.22	0.78	0.24	0.039	0.28	38.5	16.4
80	1	9.0	1.13	0.78	0.53	0.28	2.89	0.68	0.031	0.72	13.3	26.2
	3	10.4	0.73	0.55	0.21	0.25	2.45	0.53	0.034	0.49	19.8	26.4
	7	14.7	0.88	0.65	0.08	0.26	0.93	0.64	0.034	0.48	22.9	29.1
	10	20.8	0.87	0.98	0.21	0.25	1.39	0.65	0.034	0.45	31.8	37.6
120	1	13.5	1.38	1.10	0.33	0.34	1.34	0.54	0.025	1.66	24.9	38.8
	3	17.0	1.21	0.88	0.32	0.34	1.33	0.49	0.025	1.60	35.1	51.4
	7	24.8	1.34	1.08	0.32	0.31	1.44	0.66	0.028	1.05	37.5	52.2
	10	36.7	1.39	1.09	0.14	0.29	3.27	0.76	0.029	0.86	48.3	73.1

乱れの強さは、回転速度が大きくなるにつれて大きくなる傾向があり、 $0.5 \sim 4.0 \text{ cm/s}$  の範囲にあった。主流方向の乱れの強さは、鉛直方向よりも数割程度大きい場合が多く、それぞれのスペクトルを比較すると、図-2に示されるように、5 Hz以下の周波数の低い領域では主流方向のスペクトルが大きく、10 Hzを超える周波数帯では、2つのスペクトルはほぼ同じ値となっていた。羽根の回転する周波数が1~4 Hzであることを考えると、この原因のひとつに羽根の影響が考えられる。羽根が通り過ぎることによって生ずると考えられる大きな波が、鉛直方向よりも主流方向に強く影響しているのではないかと推測される。しかし、このような現象が攪拌槽に限った現象なのか、あるいは水面付近の流れに特徴的な現象であるのか詳細は不明である。

インテグラルスケール  $A$ 、逸散スケール  $\lambda$ 、Kolmogoroff の渦のスケール  $\eta$  を比較すると、おおむね、 $A$  は  $1\text{cm}$ 、 $\lambda$  は  $1\text{mm}$ 、 $\eta$  は  $0.1\text{ mm}$  のオーダーになっていて、 $A > \lambda > \eta$  の関係があり、定性的な大きさの関係を満たしていると言える。攪拌槽内の乱れを測定した佐藤らによれば、攪拌条件が多少異なるものの、水面の近くでは  $A$  と  $\lambda$  は  $1\text{ mm}$ 、 $\eta$  は  $0.1\text{ mm}$  のオーダーであると報告されている。 $A$  に関しては本実験の方がいく分大きい値となっているが、 $\lambda$ 、 $\eta$  に関しては同じオーダーの値が得られた。また、これらのスケールは、回転速度が変化しても、あまり顕著に変化しなかった。

乱れのスペクトルから計算したエネルギー逸散率は  $0.03 \sim 10.0 \text{ cm}^3/\text{s}^3$  と広範囲な値となり、特に、羽根の回転速度による影響を大きく受けている。

### 3-3. 次元解析

酸素の移動に影響を与える水理的な要因として、いくつかの乱れの指標が考えられる。ここでは、その中で、酸素移動係数と相關の強かったものをとりあげて、酸素移動係数との関係を次元解析により調べる。

次元解析から得られる関係式は、どのような物理量を基本量としてとりあげるかによって変ってくる。乱れ以外の指標としては、水中での酸素の分子拡散係数、水の動粘性係数、水の表面張力、水の密度をとりあげる。また、乱れを表す指標としては(1)速度の次元を持つもの( $V$ で表す)(2)エネルギー逸散率の次元を持つもの( $G$ で表す)(3)表面更新率の次元を持つもの( $r$ で表す)をとりあげる。さらに、酸素移動係数と拡散係数の基本的な関係として、Danckwerts の表面更新モデル<sup>9)</sup>、すなわち、次式の関係があるものとする。

$$K_L \propto D_m^{1/2} \quad \dots \dots \dots \quad (10)$$

#### (1) $K_L$ と $V$ の関係

それぞれの次元を示すと、 $[K_L] = LT^{-1}$ 、 $[D_m] = L^2T^{-1}$ 、 $[V] = L^2T^{-1}$ 、 $[\rho] = MT^{-2}$ 、 $[\nu] = ML^{-2}$ 、 $[V] = LT^{-1}$  であり、次の3つの無次元量が得られる。

$$\pi_1 = \frac{\rho}{\rho\nu} K_L, \pi_2 = \frac{\nu}{D_m}, \pi_3 = \frac{\rho}{\rho\nu} V$$

これらの間に指數的な関係を仮定すると、 $K_L = A_1 (\nu/D_m)^m (\rho/\rho\nu V)^n \dots \dots \dots \quad (11)$

となる。Danckwerts のモデルに従えば、 $m = 0.5$  となり、(11)式は、

$$K_L \propto D_m^{0.5} \nu^{-1.5+n} \rho^{-1+n} \sigma^{1-n} V^n \dots \dots \dots \quad (12)$$

となる。粘性と表面張力はその物理的意味から、酸素の移動を抑制する方向に働くと考えられるので、(12)式の  $\nu$  と  $\sigma$  の指數は、等号も許すとして、ゼロ以下でなければならない。したがって、指數  $n$  の範囲は、

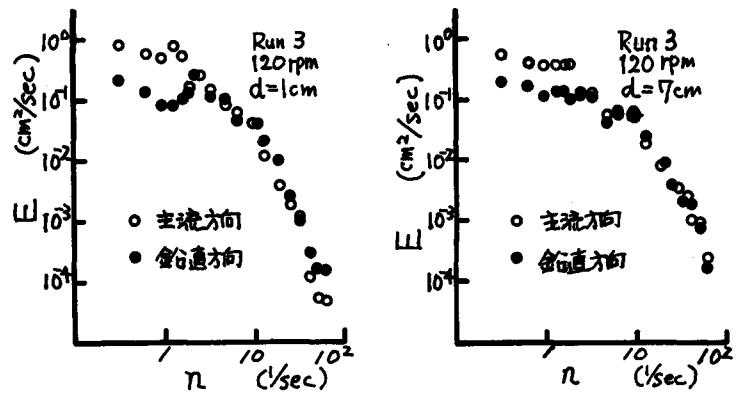


図-2 乱れのスペクトル

1.  $0 \leq n \leq 1.5$  となる。

## (2) $K_L$ と $G$ の関係

$G$  の次元は,  $[G] = L^2 T^{-3}$  であるので, (1)と同様にして次の3つの無次元量が得られる。

$$\pi_1 = \rho \nu K_L, \quad \pi_2 = \nu / D_m, \quad \pi_3 = \sigma^4 / \rho^4 \nu^5 \epsilon$$

これらの無次元量の間に指指数的な関係を仮定すると,

$$\rho \nu K_L = A_2 (\nu / D_m)^m (\sigma^4 / \rho^4 \nu^5 \epsilon)^n \quad \dots \quad (13)$$

が得られる。Danckwerts のモデルを仮定すると,  $m = 0.5$  となり

$$K_L \propto D_m^{0.5} \nu^{-1.5+5n} \rho^{-1+4n} \sigma^{1-4n} G^n \quad \dots \quad (14)$$

が得られる。(1)と同様に  $\nu$  と  $\sigma$  の指指数に注目すると,  $n$  の範囲は,  $0.25 \leq n \leq 0.30$  となる。

## (3) $K_L$ と $r$ の関係

$r$  の次元は,  $[r] = T^{-1}$  であるので, (1)と同様にすると次の3つの無次元量が得られる。

$$\pi_1 = \rho \nu K, \quad \pi_2 = \nu / D_m, \quad \pi_3 = \sigma^2 / \rho^2 \nu^3 r$$

これらの無次元量の間に指指数的な関係を仮定すると,

$$\rho \nu K_L = A_3 (\nu / D_m)^m (\sigma^2 / \rho^2 \nu^3 r)^n \quad \dots \quad (15)$$

となる。Danckwerts のモデルを仮定すると,  $m = 0.5$  であるから

$$K_L \propto D_m^{0.5} \nu^{-1.5+8n} \rho^{-1+2n} \sigma^{1-2n} r^n \quad \dots \quad (16)$$

が得られる。(1)と同様に  $\nu$  と  $\sigma$  の指指数に注目すると,  $n$  の値は  $n = 0.25$  となる。

## 3-4. 実験結果との比較

3-3. で調べたように, 酸素移動係数と乱れの指標との関係には, 指数の範囲に制限がある。そこで, 求められた指数に対して, 実際の関係がいかなるものであるのかを検討する。速度の次元をもつ指標として,  $u_x$  と  $u_y$ , エネルギー逸散率の次元をもつ指標として  $\epsilon$ , 表面更新率の次元をもつ指標として,  $u/\tau_x$ ,  $v/\tau_y$ ,  $1/\tau_x$ ,  $1/\tau_y$  をとりあげる。これらの指標と酸素移動係数との関係を図-3に示す。ただし, 指数に範囲がある場合は, 中間の値をとっている。鉛直方向の乱れを示す指標  $u_y$ ,  $1/\tau_y$  と主流方向の指標  $u_x$ ,  $1/\tau_x$  とを比較すると, 酸素移動係数との関係には, 著しい差異はないようと思われる。

図-3の関係は, 図-4に示すような①～③のパターンに分類される。①と③の区別は多少困難であるが,  $K_L$  切片がマイナスのものを③に属するとみなせば, (a)と(b)は②に, (c)は①に, その他は③に属する。①のような関係が最善であるけれども, 亂れが存在するのとしないのとでは, 物質移動においては大きな差があると考えられるので, ②のように, 少しでも乱れが生ずると, 物質の移動を大きく促進するという関係もあり得ると思われる。一方, ③のような関係は, 亂れが生じていても, ある程度以下の乱れは物質移動に影響を及ぼさないことを示しており, このような関係が現実に存在するとは考えにくい。つまり,  $K_L$ に対する乱れの指標として,  $u/\tau_x$ ,  $v/\tau_y$ ,  $1/\tau_x$ ,  $1/\tau_y$  を選ぶことには問題があると考えられる。

## 3-5. 温度係数による検討

次式の  $\theta$  を温度係数と呼び, 異なる温度での酸素移動係数の値を関係づける指標として用いられている。

$$K_{L,t} = K_{L,20} \theta^{t-20} \quad \dots \quad (17)$$

搅拌槽における  $\theta$  の値として表-2のような値が報告されており,  $\theta = 1.02 \sim 1.03$  であるといえる。羽根の回転速度が一定であれば, 搅拌槽での流速は, 水温が変化してもほとんど変化しないので, 亂れ速度もほとんど変化しないと考えられ, スペクトルも変化しないものと思われる。したがって, 酸素移動係数への水温の影響は, 動粘性係数などの物性に起因することになる。3-3の次元解析で調べた3つの場合について, 物性の項だけとり出すと, 次のようになる。

(1)の場合は,

$$K_L \propto D_m^{0.5} \nu^{-1.5+n} \rho^{-1+n} \sigma^{1-n} \quad \text{ただし } 1.0 \leq n \leq 1.5 \quad \dots \quad (18)$$

(2)の場合は,  $G$  として  $\epsilon$  を用いると  $\nu$  が含まれるので,

$$K_L \propto D_m^{0.5} \nu^{-1.5+6n} \rho^{-1+4n} \sigma^{1-4n} \quad \text{ただし } 0.25 \leq n \leq 0.30 \quad \dots (19)$$

$$(3) \text{ の場合は, } K_L \propto D_m^{0.5} \quad \dots (20)$$

これらの式から温度係数を計算すると表-5が得られる。  
ただし、拡散係数には、次の2つの式を用いた。

$$D_m = 2.037 (1.037)^{T-20} \quad \dots (21)$$

$$D_m = \frac{1}{1.27 \times 10^7} \left( \frac{T}{\mu} \right) \quad \dots (22)$$

表-2の値と比較すると、(19)式が最も実測値に近い値をとることがわかる。

以上のことから、酸素移動係数と乱れの状態との関係を考える上では、乱れの指標として、乱れの強さを用いるのが妥当性が高いと判断される。

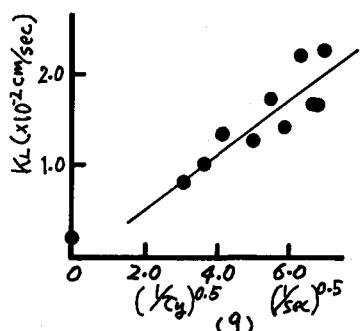
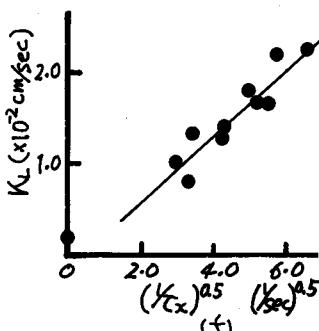
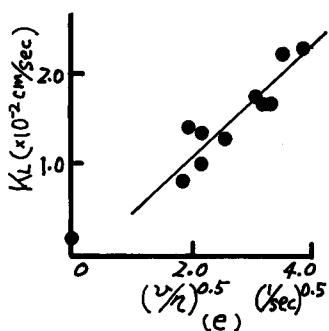
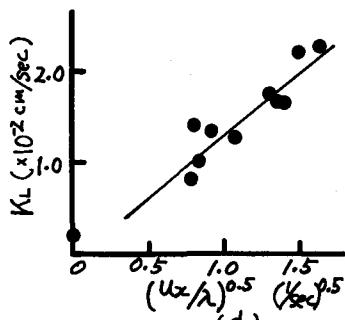
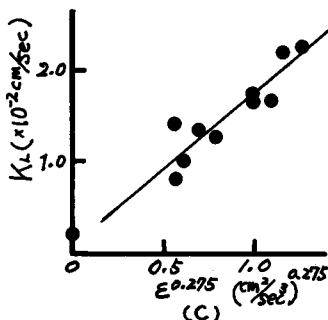
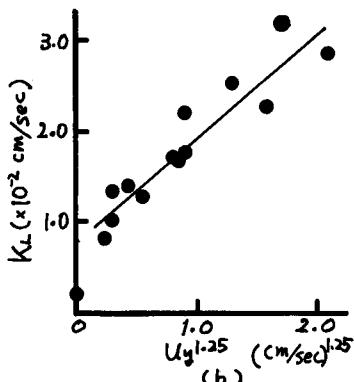


図-3 乱れの指標と酸素移動速度の関係

表-5 温度係数の計算値

式 No.	(18)	(19)	(20)
$D_m = \frac{1}{1.27 \times 10^7} \left( \frac{T}{\mu} \right)$	1.015~1.027	1.007~1.014	1.014
$D_m = 2.037 (1.037)^{T-20}$	1.019~1.031	1.011~1.019	1.019

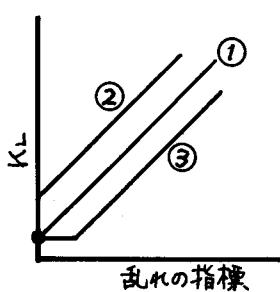


図-4 乱れの指標と  $K_L$  の関係のパターン

#### 4 おわりに

酸素移動係数と乱れの指標との関係を探るために、攪拌槽での酸素移動係数と乱れを測定した。明らかになった主要な点は次の通りである。

- (1) 主流方向と鉛直方向とで乱れの強さを比較した時、一般に主流方向の値の方が大きかった。また、乱れのスペクトルを比較すると、低い周波数領域では、主流方向の値の方が大きかった。
  - (2) 乱れのインテグラルスケール、逸散スケール、Kolmogoroff の渦のスケールを計算し、それぞれ、1 cm, 1 m, 0.1 m のオーダーにあることがわかった。また、それぞれのスケールは、羽根の回転速度の変化に対して、あまり大きな変化をしていなかった。
  - (3) 鉛直方向の乱れの指標として  $u_y$ ,  $\frac{1}{\tau_y}$  をとって酸素移動係数との関係をみたが、その関係は、主流方向の指標に比べて著しい差異はみられなかった。
  - (4) 酸素移動係数と乱れの指標との関係および、温度係数の値を検討した結果、酸素移動係数と乱れの状態との関係を考える上では、乱れの強さを指標に選んだ場合の妥当性が高かった。
- なお、乱れのスペクトルに関連した計算においては、東京大学の大型計算機を使用した。

### [謝 辞]

本研究を行うに当っては、東京大学工学部土木工学科の磯部雅彦助手、同じく三村信男助手、山梨大学工学部環境整備工学科の片山けい子助手の3氏から、多くの協力を得たことを、深く感謝いたします。

### 使用記号

A : 接触面積(cm<sup>2</sup>), A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, A<sub>3</sub> : 定数(—), C : 溶存酸素濃度(g/cm<sup>3</sup>), C<sub>s</sub> : 飽和溶存酸素濃度(g/cm<sup>3</sup>), D : 搅拌槽の直径(cm), d : 流速測定点の槽壁からの距離(cm), D<sub>m</sub> : 水中の酸素の分子拡散係数(cm<sup>2</sup>/sec), E : 乱れのスペクトル(cm<sup>2</sup>/sec), G : エネルギー逸散率(cm<sup>2</sup>/sec<sup>3</sup>), H : 水深(cm), K<sub>L</sub> : 酸素移動係数(cm<sup>2</sup>/sec), K<sub>La</sub> : 総括酸素移動容量係数(1/sec), L : 搅拌羽根の長さ(cm), m : 指数(—), n : 周波数(1/sec) 又は指数(—), T : 絶対温度(°K), t : 時間(sec) 又は水温(°C), U : 平均流速(cm/sec), u : 乱れの強さ(cm<sup>2</sup>/sec), u' : 乱れ速度(cm/sec), u<sub>xy</sub> : 速度のレイノルズ成分(cm/sec)(u<sub>xy</sub> =  $\sqrt{|u_x u_y|}$ ) — は時間平均を表す。), V : 水の体積(cm<sup>3</sup>) 又は速度(cm<sup>2</sup>/sec), v : Kolmogoroff の渦の速度スケール(cm/sec), r : 表面更新率(1/sec), Ε : エネルギー逸散率(cm<sup>2</sup>/sec<sup>3</sup>), η : Kolmogoroff の渦のスケール(cm), θ : 温度係数(—), A : インテグラルスケール(cm), λ : 逸散スケール(cm), μ : 水の粘性係数(g/cm sec), ν : 水の動粘性係数(cm<sup>2</sup>/sec), ρ : 水の密度(g/cm<sup>3</sup>), σ : 水の表面張力(g/sec<sup>2</sup>), τ : 逸散時間スケール(sec)

### suffix

x : 主流方向, y : 鉛直方向, t : 水温(°C)

### 参考文献

- 1) D.J.O' Connor and W.E.Dobbins : Proc.A.S.C.E., SA6, (1956), P.1115-1~P.1115-30
- 2) W.E.Dobbins : Proc.A.S.C.E., SA3, (1964), P.53~P.78
- 3) 村上 健 : 第6回衛生工学研究討論会, (1970), P.45~P.52
- 4) J.O.Hinze : Turbulence, (1959), McGraw-Hill (N.Y)
- 5) I.Metzger : Proc.A.S.C.E., SA6, (1968), P.1153~P.1159
- 6) 松本順一郎, 高橋克夫, 遠藤銀朗 : 第30回土木学会年講(1975), P.578~P.579
- 7) 平山公明, 松尾友矩 : 第35回土木学会年講(1980), P.718~P.719
- 8) 佐藤行成, 石井国之, 堀江宥治, 上和野満雄, 山本一夫 : 化学工学, Vol.31, 3, (1967), P.79~P.85
- 9) P.V.Danckwerts : Ind. & Eng. Chem., Vol.43, 6, (1951), P.1460~P.1466
- 10) 小林清志 : 移動論, 朝倉書店, (1975)
- 11) 松本順一郎, 大沼正郎, 田中実 : 下水道協会誌, Vol.8, 88, (1971), P.24~P.31