

(23) 確率論的立場からの滞水池容量の検討

関西大学工学部 和田 安彦

1. 緒 論

合流式下水道から流出する雨天時負荷の管理制御のために雨水沈殿池や貯留施設が計画、設計され実用化されつつある。その規模決定の基礎となる容量決定方法は確立されておらず、既存の沈殿池の考え方で滞留時間を決めている場合が多い。雨水滞水池はその機能が従来の沈殿池とは同一でなく、雨水の貯留、沈殿と降雨流出による大きな量の負荷及び汚濁負荷の流入があり、これらに十分対応してゆく必要がある。特に雨天時流入下水水質の時間的変化も大きく、これらの面にも対応することが重要となる。

この論文では、下水道の大きなインプットである降雨が確率論的に生ずることから、確率事象の考え方を導入し降雨事象を確率論的にとらえたときの、滞水池の容量と越流量がどの程度になるのかを検討したものである。

2. 降雨確率密度による滞水池容量

(1) 基礎変数と降雨確率密度関数

市街地に降った降雨は、蒸発、浸透、表面流出となって、都市を流れる。都市や地域によってその割合や流出のプロセスが変化する。単位面積当りの降雨量 V は、

$$V = \bar{i} \cdot t_{r0} \text{ で表わされる。} \quad (1)$$

ここで、 $\bar{i}$; 平均降雨強度、 t_{r0} ; 降雨継続時間

流域内での流出における降雨損失は、くぼ地貯留によってなされ、くぼ地貯留量 S_d を越えた雨水は流出を生じ、流出雨水を貯留施設で貯留し、降雨の停んだあと処理され、貯留容量を越えた雨水は越流するとする。越流量 P は、貯留施設に前回降雨の貯留がある場合と、ない場合によって、次のように分けられる。

1) 前回貯留のある場合

$$P_1 = V - \Omega b \quad (b \leq S/\Omega) \quad (2.1)$$

2) 前回貯留のない場合

$$P_2 = V - S \quad (b \geq S/\Omega) \quad (2.2)$$

ここで、 Ω ; 単位時間当りの処理量、 b ; 降雨間隔時間

S ; 最大貯留量

入力となる降雨特性については、一連降雨量 V 、降雨間隔時間 b の確率密度関数は次のように表わされる。¹⁾

$$f_V(V) = \zeta e^{-\zeta V} \quad (V \geq 0) \quad (3)$$

$$f_B(b) = \psi e^{-\psi b} \quad (b \geq 0) \quad (4)$$

確率密度関数を用いると、降雨間隔時間が処理時間より長い場合の生じる確率は

$$F_{B_2}(b \geq S/\Omega) = \int_{b=S/\Omega}^{b=\infty} \psi e^{-\psi b} db = e^{-\psi S/\Omega} \quad (5)$$

となり、先行降雨による貯留量のない場合には、降雨量と越流量とは対応するので、両者の確率密度は等しくなる。すなわち、

$$f_{P_2}(P) = f_V(P + S) \quad (6)$$

従って、越流量 P の確率密度関数は次のように表わされる。

$$f_{P_2}(P) = \zeta e^{-\zeta(P+S)} \quad (7)$$

一方、降雨間隔時間が処理時間より短い場合の生じる確率は、

$$F_{B_1}(b \leq S/\Omega) = 1 - e^{-\psi S/\Omega} \quad (8)$$

となる。

貯留された下水の処理量を X 、単位時間当たりの処理能力 (Ω) から、

$$X = -\Omega b \quad (9)$$

$$P = V + X \quad (10)$$

処理における確率密度関数を $f_x(X)$ とすると、

$$f_x(X) = \left| \frac{dP}{dX} \right| f_B(b) = \frac{\psi}{\Omega} e^{-(\psi/\Omega)(V-P)} \quad (11)$$

となり、越流量 P の確率密度関数 $f_{P_1}(X)$ は

$$f_{P_1}(P) = \int_P^\infty f_x(P-V) \cdot f_v(V) dV = \frac{\psi \zeta}{\psi + \zeta \Omega} e^{-\zeta P} \quad (12)$$

となる。これは、貯留施設に先行降雨の貯留のある場合の越流量が P である確率密度を表わしている。

以上のことから、貯留施設からの越流量が P_0 以上である確率は次のように表わされる。

$$\begin{aligned} F_P(P_0) &= F_{B_1}(b \leq S/\Omega) \cdot \int_{P_0}^\infty f_{P_1}(P) dP + F_{B_2}(b \geq S/\Omega) \cdot \int_{P_0}^\infty f_{P_2}(P) dP \\ &= \left(\psi \frac{1 - e^{-(\psi/\Omega)S}}{\psi + \zeta \Omega} + e^{-[(\psi/\Omega) + \zeta]S} \right) e^{-\zeta P_0} \end{aligned} \quad (13)$$

従って、貯留施設から越流の生じる確率 $F_P(0)$ は次のようになる。

$$F_P(0) = \frac{\psi}{\zeta \Omega + \psi} \{ 1 - e^{-(\psi/\Omega)S} \} + e^{-[(\psi/\Omega) + \zeta]S} \quad (14)$$

ここで、越流の生じる確率密度関数 $f_P(P_0)$ は

$$f_P(P_0) = \left| \frac{d}{dP_0} F_P(P_0) \right| = F_P(0) \cdot f_v(P_0) \quad (15)$$

(2) 滞水池容量と越流量

以上の検討式から越流の生じる確率が求められるが、越流回数 n_r は、年間降雨回数を θ とすると、

$$n_r = \theta \cdot F_v(S_d) = \theta \cdot \int_{S_d}^\infty f_v(V) dV = \theta e^{-\zeta S_d} \quad (16)$$

で求められる。くぼ地貯留量 S_d 以下の小降雨の生じる期待値 $\bar{V}_1$ は

$$\bar{V}_1 = \int_0^{S_d} V \cdot f_v(V) dV = \frac{1}{\zeta} \{ 1 - (1 + \zeta S_d) e^{-\zeta S_d} \} \quad (17)$$

従って、降雨による全流出量 R は

$$R = \bar{P} - [(\theta - n_r) \bar{V}_1 + n_r S_d] \quad (18)$$

ここで、 $\bar{P}$; 年間総降雨量

降雨当たりの流出量 $\bar{r}$ は

$$\bar{r} = R/n_r \quad (19)$$

一方、降雨流出量 r の分布は

$$f_R(r) = \zeta' e^{-\zeta' r} \quad (\zeta' = 1/\bar{r}) \quad (20)$$

と表わせるから、式-14のかわりに ζ' を用いると、降雨流出量に対する越流確率 $F'_P(0)$ が求められる。

$$\text{今、貯留量 } S \text{ における越流回数 } n \text{ は } n = n_r F'_P(0) \quad (21)$$

$$\text{越流の生じる確率密度分布は } f_{Pr}(P_r) = \zeta' F'_P(0) e^{-\zeta' r} \quad (22)$$

$$\text{貯留施設からの平均越流量 } \bar{P}_r \text{ は } \bar{P}_r = F'_P(0) / \zeta' \quad (23)$$

であり、年間の全未処理放流量 P_v は次のようになる。

$$P_v = n \left(\bar{P}_r - \frac{\Omega}{\lambda} \right) = \theta F'_P(0) e^{-\zeta s_d} \left(\frac{F'_P(0)}{\zeta'} - \frac{\Omega}{\lambda} \right) \quad (24)$$

ここで、 $1/\lambda$; 平均降雨継続時間

3. 滞水池容量と越流量の関係

50、51、52年(A市)の3ヶ年の降雨資料(10分降雨)をもとに、各年ごとに、滞水池容量、定常処理量、越流量を検討する。

(1) 一連降雨量、降雨間隔時間の確率密度関数

一連降雨をもとに、各降雨量ごとの1年間における頻度分布から確率密度関数を求める。また、降雨間隔時間の確率密度関数も、各時間ごとの頻度分布から求める。時間単位を10分とした場合の51年のそれはそれぞれ次のようになる。²⁾

$$f_v(V) = 0.681 e^{-0.681V} \quad (\zeta = 0.681) \quad (25)$$

$$f_B(b) = 0.433 e^{-0.433b} \quad (\psi = 0.433) \quad (26)$$

(2) 定常処理量と未処理放流量

ζ 、 ψ が降雨より求めると、式-14、24から未処理放流量が求められる。貯留容量 S をパラメータとして、定常処理量と未処理放流量との関係を求めると(表-1、図-1)次のような特徴がみられる。

1) 定常処理量の差異が未処理放流量に大きな

影響を与える。年間50mmの未処理放流量を減少させるには0.23~0.40mm/10分の処理が必要となる。

2) 年度別に降雨量の差異により、未処理放流量に差が生じ、降雨量が小さいほど、定常処理量の未処理放流量に与える影響は少なくなる。

3) 貯留施設の容量の大小は未処理放流量に影響するもののある容量があればさほど大きな影響はなく、定常処理量の大小が未処理放流量には直接的な影響を与えている。

4) 未処理放流量の実測値とこの方法による理論的方法との一致度は、貯留容量1.0mm、定常処理量0.20mm/10分のときに比較的良好。

5) 最大貯留量が小さい間は、単位貯留量に対する未処理放流量の変化は大きい、貯留量が大きくなる

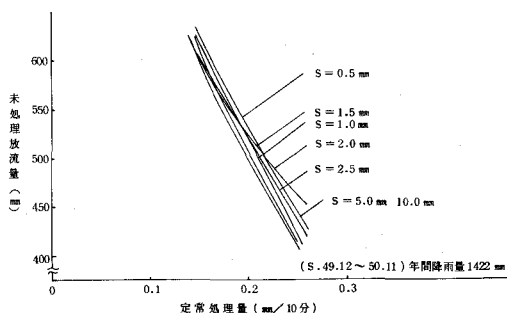


図-1 定常処理量と未処理放流量

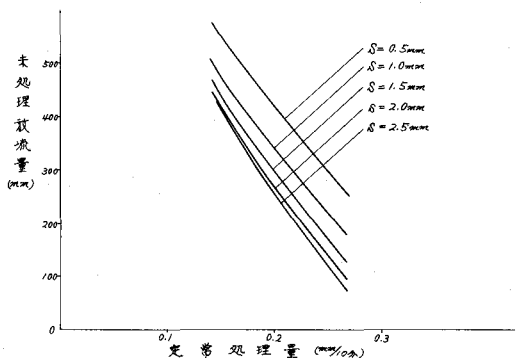


図-4 定常処理量と未処理放流量(2時間単位)

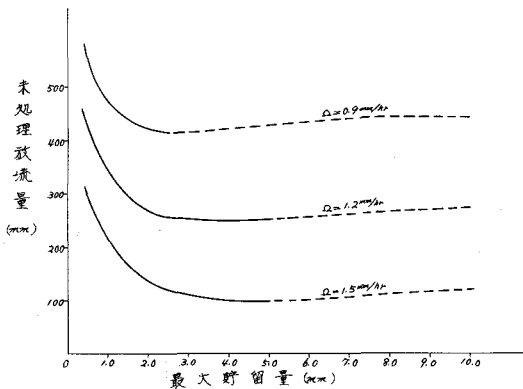


図-5 最大貯留量と未処理放流量(2時間単位)

表-2 降雨単位時間別未処理放流量の算定

単位時間 1時間							単位時間 2時間						
定常処理量 S (mm/10分)	最大貯留量 S (mm)	流出回数 n (回/年)	全流出量 R (mm/年)	100%の貯留 P (mm/10)	超過率 Pp (%)	全未処理放流量 Pv (mm/年)	定常処理量 S (mm/10分)	最大貯留量 S (mm)	流出回数 n (回/年)	全流出量 R (mm/年)	100%の貯留 P (mm/10)	超過率 Pp (%)	全未処理放流量 Pv (mm/年)
0.9	0	131	1103	8.42	1.000	697	1.8	0	88	1147	13.0	1.000	617
	0.5	#	#	#	0.916	552		0.5	#	#	#	0.941	516
	1.0	#	#	#	0.868	476		1.0	#	#	#	0.903	456
	1.5	#	#	#	0.843	439		1.5	#	#	#	0.880	421
	2.0	#	#	#	0.831	422		2.0	#	#	#	0.866	401
	2.5	#	#	#	0.827	417		2.5	#	#	#	0.858	389
	5.0	#	#	#	0.836	430		5.0	#	#	#	0.856	386
	10.0	#	#	#	0.846	444		10.0	#	#	#	0.868	403
1.2	0.5	131	1103	8.42	0.912	421	2.4	0.5	88	1147	13.0	0.940	349
	1.0	#	#	#	0.856	343		1.0	#	#	#	0.896	288
	1.5	#	#	#	0.821	297		1.5	#	#	#	0.866	248
	2.0	#	#	#	0.799	270		2.0	#	#	#	0.845	222
	2.5	#	#	#	0.788	257		2.5	#	#	#	0.831	205
	5.0	#	#	#	0.784	252		5.0	#	#	#	0.812	183
	10.0	#	#	#	0.802	274		10.0	#	#	#	0.826	199
	1.5	0.5	131	1103	8.42	0.911		297	3.0	0.5	88	1147	13.0
1.0		#	#	#	0.849	217	1.0	#		#	#	0.893	126
1.5		#	#	#	0.806	168	1.5	#		#	#	0.857	86
2.0		#	#	#	0.778	139	2.0	#		#	#	0.831	58
2.5		#	#	#	0.759	120	2.5	#		#	#	0.812	40
5.0		#	#	#	0.739	100	5.0	#		#	#	0.775	5
10.0		#	#	#	0.760	121	10.0	#		#	#	0.786	15
実測 値元		C=0.120 ϕ=148回/年 φ=0.593 P=1235mm Sd=1mm 1/2=3.45時間						実測 値元		C=0.077 ϕ=95回/年 φ=0.929 P=1235mm Sd=1mm 1/2=3.33x2時間			

(昭和50年12月~51年11月 実測 41.5mm)

3) 最大貯留量と未処理放流量の関係

降雨をどのように把握するかについて、降雨間隔時間を1、2時間について定常処理量と未処理放流量との関係を表わしたものが図-2、3、4、5、表-2である。定常処理量、最大貯留量が未処理放流量に大きく影響している。単位時間(降雨間隔時間)を10分とした場合より、1時間とした場合の方が、最大貯留量(S)の適用限界が大きくなり、貯留容量が大きな範囲までの検討には、降雨間隔を大きくとらえれば良い。

4. 確率論と決定論による滞水池の容量検討

滞水池の管理制御方式には、図-6にあげたような4つの方法3)があり、I II型は遮集容量以上の下水量を貯留するもので、押し出し流れ方式と、容量以上のものを放流するものがあり、III型は、まず晴天時汚水量以上のものを貯留する方法で、容量オーバーしたものを遮集し、それ以上のものは放流する方法である。IV型は遮集容量分のみまず貯留し、容量を越えるものは直接放流及び簡易処理を行なうものである。

比較的小さな降雨の多い場合等にはIII型が公共用水域に放流する負荷量が少なくなる。決定論的に滞水池

表-1 未処理放流量の算定

定常処理量 $\bar{Q}$ (mm/10分)	最大貯留量 S (mm)	流出回数 n_r (回/年)	全流出量 R (mm/年)	1回当りの流出量 r (mm/回)	越流量率 F _p (%)	全未処理放流量 P _v (mm/年)	定常処理量 $\bar{Q}$ (mm/10分)	最大貯留量 S (mm)	流出回数 n_r (回/年)	全流出量 R (mm/年)	1回当りの流出量 r (mm/回)	越流量率 F _p (%)	全未処理放流量 P _v (mm/年)	備 考
昭和49年12月～50年11月 (実測 463mm)							0.20	2.0	288	862	2.99	0.824	481	S.49.12～50.11 $\zeta=0.428$ $\phi=0.387$ S _d =1mm $\theta=60.9$ 回/年 P=142.2mm 1/λ=2.3 (10分)
0.15	0.5	397	991	2.50	0.853	603		2.5	#	#	#	0.829	486	
	1.0	#	#	#	0.851	601		5.0	#	#	#	0.834	494	
	1.5	#	#	#	0.859	614		10.0	#	#	#	0.835	495	
	2.0	#	#	#	0.863	620	0.25	0.5	288	862	2.99	0.824	455	
	2.5	#	#	#	0.865	622		1.0	#	#	#	0.779	399	
	5.0	#	#	#	0.866	626		1.5	#	#	#	0.776	395	
	10.0	#	#	#	0.866	626		2.0	#	#	#	0.782	403	
0.20	0.5	397	991	2.50	0.825	524		2.5	#	#	#	0.789	411	
	1.0	#	#	#	0.806	499		5.0	#	#	#	0.801	426	
	1.5	#	#	#	0.813	507		10.0	#	#	#	0.801	425	
	2.0	#	#	#	0.821	518	昭和51年12月～52年11月 (実測 177mm)							
	2.5	#	#	#	0.825	524	0.15	0.5	272	582	2.14	0.844	335	
	5.0	#	#	#	0.829	530		1.0	#	#	#	0.848	339	
	10.0	#	#	#	0.829	530		1.5	#	#	#	0.856	345	
0.25	0.5	397	991	2.50	0.806	461		2.0	#	#	#	0.859	348	
	1.0	#	#	#	0.768	409		2.5	#	#	#	0.860	349	
	1.5	#	#	#	0.771	413		5.0	#	#	#	0.861	349	
	2.0	#	#	#	0.779	424		10.0	#	#	#	0.861	349	
	2.5	#	#	#	0.786	434	0.20	0.5	272	582	2.14	0.812	283	
	5.0	#	#	#	0.794	445		1.0	#	#	#	0.800	272	
	10.0	#	#	#	0.795	445		1.5	#	#	#	0.810	280	
昭和50年12月～51年11月 (実測 415mm)								2.0	#	#	#	0.817	287	
0.15	0.5	288	862	2.99	0.863	558		2.5	#	#	#	0.820	290	
	1.0	#	#	#	0.864	548		5.0	#	#	#	0.823	291	
	1.5	#	#	#	0.861	557		10.0	#	#	#	0.823	291	
	2.0	#	#	#	0.867	566	0.25	0.5	272	582	2.14	0.789	238	
	2.5	#	#	#	0.867	567		1.0	#	#	#	0.759	217	
	5.0	#	#	#	0.871	571		1.5	#	#	#	0.766	221	
	10.0	#	#	#	0.871	571		2.0	#	#	#	0.775	228	
0.20	0.5	288	862	2.97	0.840	500		2.5	#	#	#	0.781	232	
	1.0	#	#	#	0.813	465		5.0	#	#	#	0.788	238	
	1.5	#	#	#	0.816	469		10.0	#	#	#	0.788	238	

とその変化量は小さくなり、未処理放流量は次第になめらかになって一定値に近づいてくる。

(3) 降雨分布の特性と滞水池量の考察

対象とする降雨の間隔時間を変化させた場合の滞水池容量と越流量の関係について検討する。

1) 降雨間隔

降雨間隔は10分、1時間、2時間について対象とし、1時間間隔とした場合には、降雨を1時間ごとに区切りその間の降雨量ごとの頻度を求める。この方法は、10分とした場合より降雨が一様化、平均化し、頻度にも大きな差は表われない。

2) 計算法

上記の10分間隔と同様の方法で行なう。

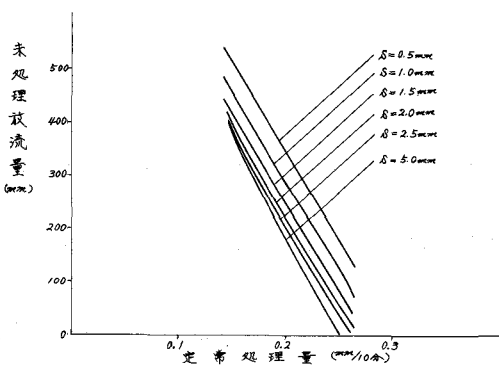


図-2 定常処理量と未処理放流量

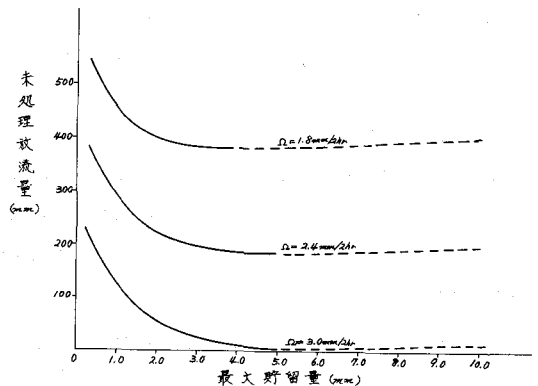


図-3 最大貯留量と未処理放流量 (1時間単位)

の容量を求めたものと、ここで述べた確率論による容量の差異について検討すると次のようになる。

決定論的には、年間の全降雨（90余降雨）を各降雨ごとに、滞水池の容量をパラメータとしてその越流量をそれぞれ求める。これを、年間について積分し、その量を年間越流量とする。以上の方法によると、システムⅡ型において50年度についてみると、遮集量 $2q$ （ $0.70\text{ m}^3/\text{s}$ ）で、滞水池貯留容量が2.5 mmにおける年間越流量は479.29 mmとなる（表-3）。

表-3 各方式による滞水池容量の比較

	決定論による容量	確率論による容量
年 度	50年	50年
遮 集 量	$0.70\text{ m}^3/\text{sec} (2q)$	$0.67\text{ m}^3/\text{sec} (2q)$
滞 水 池 容 量	2.5 mm	2.5 mm
年 間 越 流 量	479.3 mm	524 mm

一方、確率論から求めると、遮集量 $2q$ （定常処理量 $0.2\text{ mm}/10\text{分} = 0.68\text{ m}^3/\text{s}$ ）において、滞水池貯留容量が2.5 mmにおける年間越流量は524 mm/年となり、両者の間にはほとんど大きな差はみられない。すなわち、決定論的に求めた滞水池容量と確率論的に求めたものとは、さほど差はなく、それぞれの方法によって求めたものは比較的良好な結果にある。

5. ま と め

滞水池容量決定の一方法として、降雨事象を確率論的にとらえ、ある容量における越流量を統計論的に求める方法について検討し、決定論的に求めた場合との越流量の比較を行なった。その結果、両者には大きな差はなく、それぞれの方法で求めても、両者は結果的に良い値を示している。この方法における降雨のとりえ方の差によって、この方法による適用限界やその特徴も明らかになり、単位時間を大きくとると、最大貯留量が大きい範囲にまで検討しうることが明らかになった。また、貯留容量は比較的小さくても、定常処理量の差異が未処理放流量に大きな影響を与えることも確認できた。

終わりに、関西大学土木工学科・広瀬幸平君の協力を付記します。

参 考 文 献

1) Charles D.D. Howard ; Theory of Storage and Treatment - Plant Overflows, Proceedings of the ASCE, Vol. 102, NO. EE4, August, 1976
2) 和田安彦他 ; 確率理論からみた滞水池容量の考察、第16回下水道研究発表会、日本下水道協会、1979年
3) 中村栄一 ; 雨天時合流式下水道対策の検討、第15回下水道研究発表会講演集、日本下水道協会、1978年

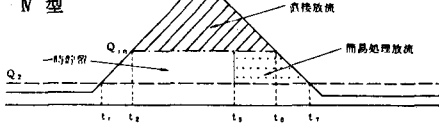
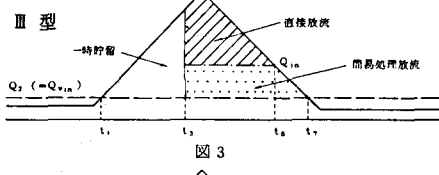
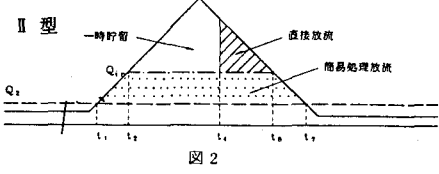
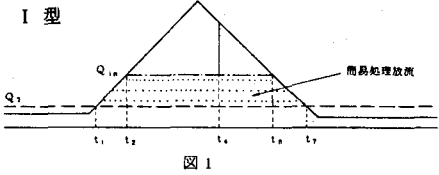


図-6 滞水池の制御方式