

(19) 下水汚泥の摩擦損失水頭に関する実験的研究

早稲田大学理工学部 遠藤 郁夫
 国土館大学工学部 ○金成 英夫

1. 緒 論

下水汚泥の管路輸送は他の輸送手段に比べて簡単でかつ確実であるため、従来から各地で実施されている。しかし、下水汚泥の管路輸送における摩擦損失水頭は、汚泥が固形物を含むため、水の場合の式を適用することはできず、我国では水の2～4倍とするのが良いとしており⁸⁾、その算定方法は確立されていないのが実状である。

本研究は下水汚泥の構造粘度指数、流体粘度指数および密度、さらに、広義のレイノルズ数と摩擦損失係数との関係を実験的に求め、これらの関係を用いて下水汚泥の摩擦損失水頭および設計値の算定方法について示した。

2. 実験装置および実験方法

摩擦損失水頭の測定は管壁が滑らかな管路および粗い管路を用いて行なった。滑らかな管路は管径2.46 cmおよび7.66 cmの塩化ビニール製であり、一方、粗い管路は管径15.0 cmのガス管用鋼管を用いた。実験装置の概要は図-1に示す。

実験方法は流速を一定に保ち、流速およびマンオメーターの水頭を同時に測定した。使用した汚泥の種類は返送汚泥および余剰汚泥である。

水を用いてこれら実験装置に検討を加え図-2に示した。管径2.46 cmおよび7.66 cmの滑らかな管路の R_f 数と λ との関係は滑らかな管に適用できるPrandtl-Kármánの式とColebrook-Whiteの式で $k=0.005$ mmとしたときの間にあることから、滑らかな管の粗度は高々 $k=0.005$ mmとすることができる。一方、管径15.0 cmの粗い管の R_f 数と λ との関係はColebrook-Whiteの式で $k=0.75$ mmとしたときの曲線に一致しているため、粗い管の粗度は $k=0.75$ mmとすることができる。ここで、水温20℃、流速1.5 m/secにおいて、滑らかな管($D=2.46$ cmおよび7.66 cm)および粗い管($D=15.0$ cm)の水利学的粗さ ku^*/ν はそれぞれ約0.3および69である。

3. 実験結果と考慮

3.1 下水汚泥の摩擦損失

下水汚泥の流動特性は擬塑性流体として取り扱うこ

とができるため³⁾、下水汚泥の管壁における速度勾配はMeznerらの示した関係式で表わすことができる⁴⁾。すなわち、

$$\left(-\frac{du}{dr}\right)_w = \left(\frac{3n'+1}{4n'}\right) \left(\frac{8V}{D}\right) \quad \dots\dots(1)$$

ただし、

$$n' = \frac{d\left(\ell_n \frac{D \cdot \Delta P}{4L}\right)}{d\left(\ell_n \frac{8V}{D}\right)} \quad \dots\dots(2)$$

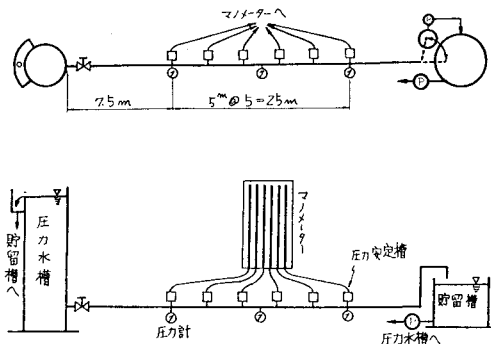


図-1 実験装置の概要

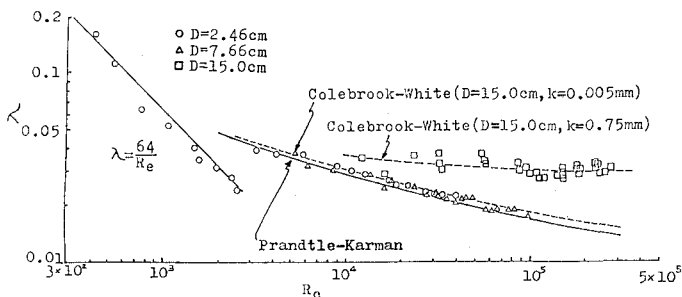


図-2 レイノルズ数と摩擦損失係数との関係(水の場合)

$(du/dr)_w$; 管壁における速度勾配,
 V ; 流速, D ; 管径, ΔP ; 圧力損失,
 L ; 管長

n' が一定のとき, (2)式を積分すると

$$\tau_w = \frac{D \cdot \Delta P}{4L} = k' \left(\frac{8V}{D} \right)^{n'} \quad \dots\dots\dots (3)$$

τ_w ; 壁面せん断強度, n' ; 構造粘度指数,
 k' ; 流体粘稠度指数

となる。

ここで, 摩擦損失係数 λ を

$$\lambda = 4 \times \frac{\frac{D \cdot \Delta P}{4L}}{\frac{\rho V^2}{2}} \quad \dots\dots\dots (4)$$

とおき, (3)式へ代入すると, λ は

$$\lambda = \frac{64 k' \cdot 8^{n'-1}}{D^{n'} \cdot V^{2-n'} \cdot \rho} \quad \dots\dots\dots (5)$$

となる。ニュートン流体の場合と同様に

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad \dots\dots\dots (6)$$

とすると, 広義のレイノルズ数 Re は

$$Re = \frac{D^{n'} \cdot V^{2-n'} \cdot \rho}{8^{n'-1} \cdot k'} = \frac{D^{n'} \cdot V^{2-n'} \cdot \rho}{K'_p} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\text{ただし, } K'_p = 8^{n'-1} \cdot k' \quad \dots\dots\dots (8)$$

ρ ; 汚泥の密度

と表わすことができる。

広義のレイノルズ数は(7)式に示すように, 下水汚泥の n' , k' あるいは K'_p および ρ を知ることににより算定できる。図-3は汚泥濃度と n' との関係を示したものである。下水汚泥の n' は管径および温度の影響を受けず, 次の式で表わすことができる^{3), 5)}。

$$n' = 10.35 C^{-0.329} \quad \dots\dots\dots (9)$$

C ; 汚泥濃度 (ppm)

一方, 図-4は各温度範囲別に(8)式の K'_p と汚泥濃度 との関係を示したものである。下水汚泥の K'_p は管径の影響は受けないが, 汚泥濃度が高くなるにしたがって大きくなり, 温度の上昇とともに減少し, 次の式で表わすことができる^{3), 5)}。すなわち,

温度 7.5~10℃ (平均温度 9.0℃)

$$K'_p = 4.63 \times 10^{-8} C^{1.76} \quad \dots\dots\dots (10)$$

温度 10~20℃ (平均温度 14.2℃)

$$K'_p = 3.31 \times 10^{-8} C^{1.76} \quad \dots\dots\dots (11)$$

温度 20~30℃ (平均温度 24.5℃)

$$K'_p = 1.86 \times 10^{-8} C^{1.76} \quad \dots\dots\dots (12)$$

K'_p ; $\text{dyn} \cdot \text{sec}^n / \text{cm}^2$

ここで, 流体の粘度と温度との関係は Andrade の式で表わすことがで

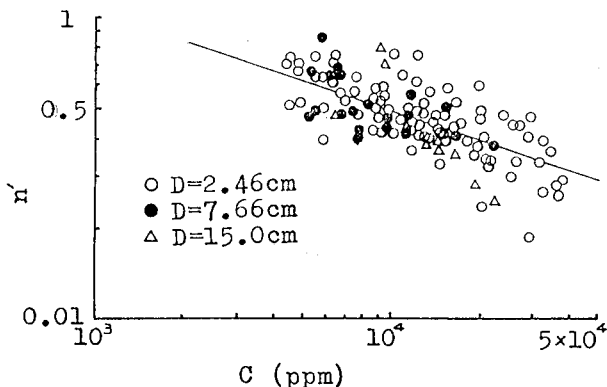


図-3 汚泥濃度と構造粘度指数との関係³⁾

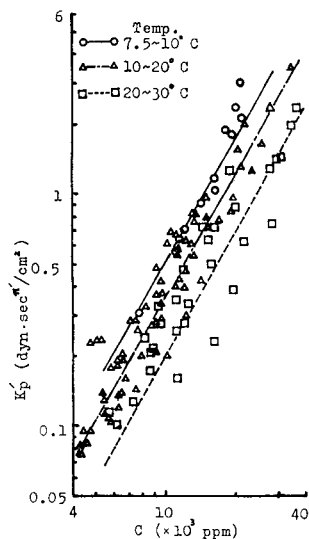


図-4 汚泥濃度と K'_p との関係

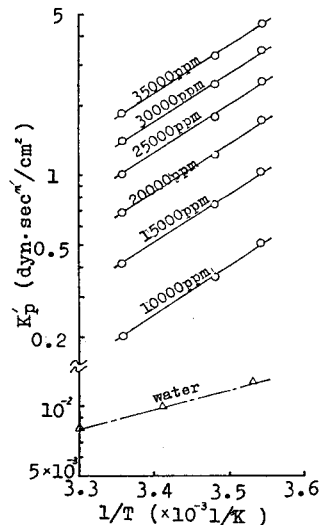


図-5 温度と K'_p との関係³⁾

きるとされているため⁶⁾, K_p' は

$$K_p' = A \exp \left(\frac{B}{T} \right) \quad \dots\dots\dots (13)$$

A, B ; 定数, T ; 絶対温度 ($^{\circ}K$)

と表わすことができる。図-5は10式から12式を用いて求めた K_p' と温度との関係を示したものである。この図から13式の定数 B は $B=4850$ となる。一方、定数 A は汚泥濃度によって変化し、図-6に示す関係がある。すなわち、

$$A = 1.76 \times 10^{-15} C^{1.75} \quad \dots\dots\dots (14)$$

となる。したがって、これらを13式へ代入すると、 K_p' は

$$K_p' = 1.76 \times 10^{-15} C^{1.75} \exp \left(\frac{4850}{T} \right) \quad \dots\dots\dots (15)$$

となる^{3), 5)}。

乾燥汚泥の密度 ρ_s は次の式で表わせる。すなわち、

$$\frac{100}{\rho_s} = \frac{P_v}{\rho_v} + \frac{100 - P_v}{\rho_f} \quad \dots\dots\dots (16)$$

また、水分を含んだ汚泥の密度 ρ は

$$\frac{100}{\rho} = \frac{C'}{\rho_s} + \frac{100 - C'}{\rho_w} \quad \dots\dots\dots (17)$$

となる。したがって、

$$\rho = \frac{100 \rho_s \rho_w}{C' \rho_w + (100 - C') \rho_s} \quad \dots\dots\dots (18)$$

ρ_v ; 強熱減量の密度, ρ_f ; 灰分の密度, P_v ; 強熱減量含有率(%),

ρ_w ; 水の密度, C' ; 汚泥の濃度(%)

実験的に検討を加えた結果、下水汚泥では、 $\rho_f = 2.98 \text{ g/cm}^3$ および $\rho_v = 1.31 \text{ g/cm}^3$ とすることができるため、下水汚泥の密度は次の式で表わすことができる³⁾。

$$\rho = \frac{3.9038 \times 10^8 \rho_w}{C \rho_w (131 + 1.67 P_v) + 390.38 (10^6 - C)} \quad \dots\dots\dots (19)$$

ρ ; 汚泥の密度 (g/cm^3), C ; 汚泥濃度 (ppm)

図-7は $P_v=80\%$ の下水汚泥の密度の測定値と(19式)による計算結果を示したものである。この式による計算値は実測値と良く合うことが認められる。

図-8は下水汚泥の層流領域における流速と摩擦損失水頭との関係から(2)式および(3)式を用いて、 n' および k' とを求め(7)式により算定した広義のレイノルズ数と摩擦損失係数との関係を示したものである。これらの関係は次のように表わすことができる³⁾。

$$(1) \text{層流領域; } R_e \leq 2000, \lambda = 64/R_e \quad \dots\dots\dots (20)$$

(2) 遷移領域; 滑らかな管 ($R_e = 2,000 \sim 5,000$) および粗い管 ($R_e = 2,000 \sim 10,000$) の場合とも、若干精度は悪くなるが乱流領域の関係式を適用することができる。

$$(3) \text{乱流領域; 滑らかな管 } (R_e \geq 5,000), \lambda = 0.134 R_e^{-0.197} \quad \dots\dots (21)$$

$$\text{粗い管 } (R_e \geq 10,000), \lambda = 0.0383 R_e^{-0.0171} \quad \dots\dots (22)$$

以上に述べた関係式を用いて下水汚泥の管路輸送におけ

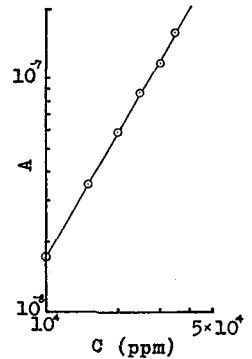


図-6 汚泥濃度とAとの関係³⁾

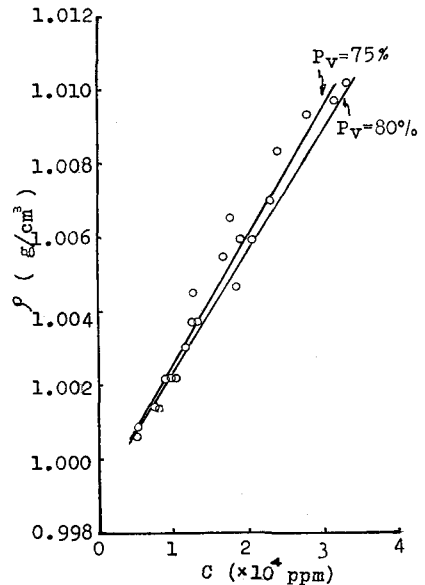


図-7 汚泥濃度と密度との関係

る摩擦損失係数を求めることができる。したがって、(7), (9), (15) (19), (20) (21) および (22) 式を下水汚泥の摩擦損失係数を求める関係式として遠藤・金成の式(I)とした³⁾。

3.2 下水汚泥の摩擦損失水頭

下水汚泥の摩擦損失水頭は前述の遠藤・金成の式(I)を用いて摩擦損失係数を算定し、Darcy-Weisbachの式により求めることができる。すなわち、

- (1) (9)式および(15)式にて下水汚泥の n' および K'_p を求める。
- (2) (19)式で下水汚泥の密度を求める。
- (3) (7)式を用いて下水汚泥の R_e 数を算定する。
- (4) (20)式～(22)式あるいは図-8 から(3)の R_e 数に対応する λ を求める。

(5) この λ を用いて Darcy-Weisbach の式で摩擦損失水頭 h_f を算定する。すなわち、

$$h_f = \lambda \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g} \tag{23}$$

次に、計算例を示す。

〔計算例〕 濃度 14,616 ppm の下水汚泥を管径 7.66 cm の塩ビ管で輸送するときの摩擦損失水頭を求める。
但し、流速 1 m/sec, $P_v = 80\%$ および温度 16.1℃とする。

- (1) n' および K'_p を求める。

(9)式から、

$$n' = 10.35 C^{-0.329} = 10.35 \times 14,616^{-0.329} = 0.441$$

(15)式から、

$$K'_p = 1.76 \times 10^{-15} C^{1.75} \exp\left(\frac{4850}{T}\right) = 1.76 \times 10^{-15} \times 14616^{1.75} \exp\left(\frac{4850}{289.1}\right) = 0.660 \text{ dyn} \cdot \text{sec}^{n'} / \text{cm}^2$$

となる。

- (2) 下水汚泥の密度を求める。

(19)式から

$$\rho = \frac{3.9038 \times 10^8 \rho_w}{C \rho_w (131 + 1.67 P_v) + 390.38 (10^6 - C)} = \frac{3.9038 \times 10^8 \times 0.9989}{14616 \times 0.9989 \times (131 + 1.67 \times 80) + 390.38 (10^6 - 14616)}$$

$$= 1.0036 \text{ g/cm}^3$$

となる。

- (3) R_e 数を求める。

(7)式から

$$R_e = \frac{D^n \cdot V^{2-n'} \rho}{K'_p} = \frac{7.66^{0.441} \times 100^{2-0.441} \times 1.0036}{0.660} = 4890$$

となる。

- (4) λ を求める。

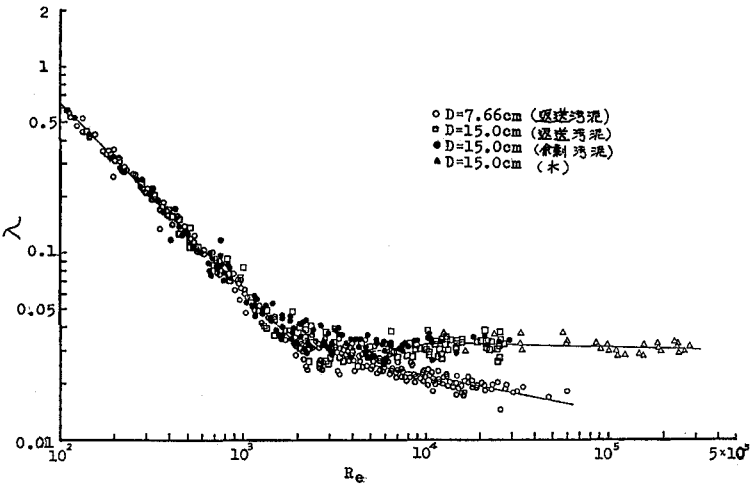


図-8 下水汚泥の広義のレイノルズ数と摩擦損失係数との関係³⁾

滑らかな管で、 $R_e=2,000 \sim 5,000$ の間にあるので遷移領域であるが、前述のように乱流領域の式を適用することができる。すなわち、②式から、

$$\lambda = 0.134 R_e^{-0.197} = 0.134 \times 4897^{-0.197} = 0.0251$$

となる。

(5) h_f を求める。

②式から $L = 100 \text{ m}$ として、

$$h_f = \lambda \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} = 0.0251 \times \frac{100}{0.0766} \times \frac{1^2}{2 \times 9.8} = 1.67 \text{ m}/100 \text{ m}$$

となる。

この例の場合の実測値は $1.80 \text{ m}/100 \text{ m}$ である。

図-9 は以上のようにして算定した下水汚泥の摩擦損失水頭の計算値と実測値との誤差率と R_e との関係を示したものである。ここで、誤差率 E は次の式で算定した。

$$E = \left\{ (h_{f(C)} - h_{f(E)}) / h_{f(E)} \right\} \times 100 (\%) \quad \dots\dots\dots (24)$$

$h_{f(C)}$; 計算値, $h_{f(E)}$; 実測値

この図から、層流領域 ($R_e \leq 2,000$) では、ほぼ $\pm 30\%$ 以内、遷移領域 (滑管 $R_e = 2,000 \sim 5,000$, 粗管 $R_e = 2,000 \sim 10,000$) では $\pm 20\%$ 以内および乱流領域 (滑管 $R_e \geq 5,000$, 粗管 $R_e \geq 10,000$) では $\pm 10\%$ 以内の誤差範囲で計算値と実測値とは一致することが確認できる。本報告に示した計算方法は、特に、乱流領域で良く一致することが認められる。

一方、実際の下水汚泥の管路輸送を考えた場合、管壁へのグリースあるいは生物膜等の付着および下水汚泥中の砂粒子の沈殿堆積による管路の有効断面積の減少を防ぐ目的、輸送汚泥量の問題などを加味すると、 R_e 数が $10,000$ 以上の乱流領域の流速で輸送するのが妥当である⁷⁾。本報告に示した摩擦損失水頭の計算方法は前述のように、 R_e 数が $10,000$ 以上の乱流領域で $\pm 10\%$ 以内の誤差範囲で良く一致することが確認された。

したがって、摩擦損失水頭の設計値は次のように考えることができる⁷⁾。すなわち、

(1) 乱流領域 ($R_e \geq 10,000$) ; ②式から

$$(h_{f(C)} - h_{f(E)}) / h_{f(E)} = \pm 0.1$$

となり、次のように表わすことができる。

$$h_{f(E)} = (0.90 \sim 1.11) h_{f(C)} \quad \dots\dots\dots (25)$$

したがって、摩擦損失水頭の設計値 $h_{f(D)}$ は次のようにすることができる。

$$h_{f(D)} = 1.2 h_{f(C)} \quad \dots\dots\dots (26)$$

(2) 層流領域 ; $R_e \leq 2,000$

この範囲の輸送速度は必ずしも汚泥輸送に適切でないが、乱流領域と同様に考えて、

$$h_{f(E)} = (0.77 \sim 1.43) h_{f(C)} \quad \dots\dots\dots (27)$$

$$h_{f(D)} = 1.5 h_{f(C)} \quad \dots\dots\dots (28)$$

とすることができる。

このような設計値を用いた場合、実測値よりも計算値が小さいときでも、乱流領域では 9% 、層流領域では

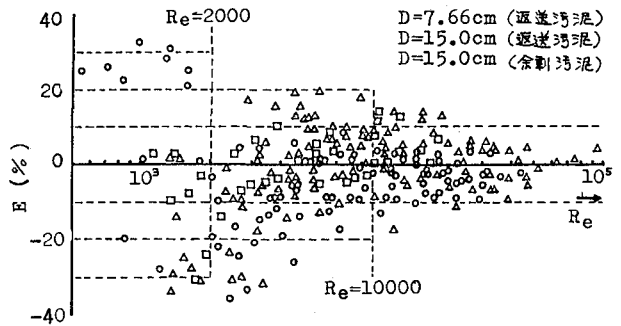


図-9 広義のレイノルズ数と誤差率との関係⁷⁾

7%, および大きな値の場合には、それぞれ30%および73%の余裕をもつことになる。したがって、29式～28式を下水汚泥の摩擦損失水頭の設計値の算定式として遠藤・金成の式(Ⅲ)とした⁷⁾。

4. 結 論

下水汚泥の摩擦損失水頭について実験的に検討を加え、次の結論が得られた。

下水汚泥の管路輸送に際しての摩擦損失水頭は遠藤・金成の式(I)および(Ⅲ)によって求めることができる。すなわち、その手順は次の通りである。

- (1) 遠藤・金成の式(I)において λ を求める。

- ④ 広義のレイノルズ数 R_e

$$R_e = \frac{D^{n'} \cdot V^{2-n'} \cdot P}{K'_p}$$

ただし、

$$n' = 10.35 C^{-0.329}$$

$$K'_p = 1.76 \times 10^{-15} C^{1.75} \exp\left(\frac{4850}{T}\right)$$

$$\rho = \frac{3.9038 \times 10^8 \rho_w}{C \rho_w (131 + 1.67 P_p) + 390.38 (10^6 - C)}$$

- ⑤ 摩擦損失係数 λ

層流領域; $R_e \leq 2,000$

$$\lambda = 64/R_e$$

遷移領域; 滑管 $R_e = 2,000 \sim 5,000$, 粗管 $R_e = 2,000 \sim 10,000$

若干精度は悪くなるが、乱流領域の関係式を適用することができる。

乱流領域; 滑管 $R_e \geq 5,000$, 粗管 $R_e \geq 10,000$

$$\text{滑管 } \lambda = 0.134 R_e^{-0.197}$$

$$\text{粗管 } \lambda = 0.0383 R_e^{-0.0171}$$

- (2) Darcy-Weisbach の式で $h_{f(C)}$ を求める。

- (3) 遠藤・金成の式(Ⅲ)の設計値および計算値を求める。

$$\text{乱流領域 } h_{f(D)} = 1.2 h_{f(C)}$$

$$h_{f(E)} = (0.90 \sim 1.11) h_{f(C)}$$

$$\text{層流領域 } h_{f(D)} = 1.5 h_{f(C)}$$

$$h_{f(E)} = (0.77 \sim 1.43) h_{f(C)}$$

参考文献

- 1) Wirts, J. J. : Pipe Line Transportation and Disposal of Digested Sludge, Sewage and Industrial Wastes, Vol. 28, No 2, pp. 121~131, 1956.
- 2) 土木学会: 下水汚泥の処理・処分および利用に関する研究報告書, pp. 33~35, 昭和43.
- 3) 遠藤郁夫・金成英夫: 下水汚泥の摩擦損失係数に関する基礎的研究, 投稿中(土木学会論文報告集)
- 4) Mezner A.B. and J. C. Reed : Flow of Non-Newtonian Fluids—Correlation of the Laminar, Transition and Turbulent Flow Regions, AIChE. Jour., Vol. 1, No 4, pp. 434~440, 1955.
- 5) 遠藤郁夫・金成英夫: 汚泥の管路輸送における粘度に関する実験的研究, 第34回土木学会年講(Ⅱ), pp. 421~422, 昭和54年
- 6) 後藤廉平・平山西夫・花井哲也: レオロジーとその応用, 共立出版, pp. 49, 昭和37.
- 7) 遠藤郁夫・金成英夫: 下水汚泥の管路輸送に関する実験的研究, 投稿中(土木学会論文報告集)
- 8) 日本下水道協会: 下水道施設設計指針と解説, pp. 419, (昭和47)