

(2)凝集沈降に関する数値計算と衝突・付着総合効率について

九州大学工学部 ○古賀 憲一
 “ 萬 久光
 “ 栗谷 陽一
 “ 楠田 哲也

1. はじめに

水処理における凝集沈降は重要な固液分離操作の一つである。しかしながら、その現象の解明および残留濁度の予測法についての検討は余り成されていない。

現在まで成された研究のうち、残留濁度の予測法に注目した丹保¹⁾の研究、現象解明に注目し凝集沈降の基礎式について数値解析を試みた丹保²⁾、高桑らの研究³⁾、および吉沢らの例があるが、凝集沈降特性を明らかにするためには未だ多くの検討課題が残されている。

著者らも、凝集沈降現象の解明、沈殿池等における除去率の予測、最適運転法の確立を目的として、凝集沈降に関する基礎実験⁴⁾を行い、主として、次に示す結果を得ている。

- 1) 凝集沈降現象は、時間的には等濃度成長期、平衡期、濃度減少期に分けられ、空間的には等濃度域、濃度減少域に分けられる。
- 2) 濃度減少期において、平均残留濁質量と経過時間の関係は一般的に両対数紙上で直線関係になる。
- 3) 等濃度成長期におけるフロクの成長現象について数値計算を試み^{5),6)}、実験との対応を行いモデルの妥当性について検討を加えた。

今回は、これらの成果を踏まえて、時間および空間的に粒度分布、濃度分布が変化する時の成長現象について数値計算を行った。そして、実験結果との対応から、凝集沈降現象を左右する重要なパラメータである衝突・付着総合効率の支配的原因について検討し、モデルの妥当性についても検証を行った。

2. 計算方法

フロクの体積濃度が充分小さく、したがって沈降に伴う干渉現象が無視でき得るものとすれば、凝集沈降に関する個数濃度保存式は、次式の如く表される。

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + u_i \frac{\partial n_i}{\partial z} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{i-1} \alpha \cdot n_i \cdot n_j - n_i \cdot \frac{\pi}{4} (d_i - j + d_j)^2 |u_i - u_j - j| - n_i \sum_{j=1}^{\infty} \alpha \cdot n_j \cdot \frac{\pi}{4} (d_i + d_j)^2 |u_i - u_j| \quad (1)$$

ただし、 d_i ；粒径、 u_i 、 n_i ；粒径 d_i なる粒子の沈降速度、及び個数濃度、 t ；時間、 z ；水深方向の距離、 α ；衝突・付着総合効率である。

上式は、非線型の微分方程式であり、解析的に解を求めるのは困難なため数値的に解かざるを得ない。その場合、差分化して数値積分を行おうとすれば、時間、粒子の位置、粒径の量子化を行う必要が生じ、量子化による誤差の検討を詳しく吟味しなければならない。特に、粒径の量子化は、電算の記憶容量の制限上、かなり粗くとらねばならず、成長に伴う粒子径の「ふるい分け」の操作が必要となり、その事が計算結果に与える影響も無視できなくなり、実験値との対比を行うことが困難となる。従って、今回も、現象をできるだけ忠実に再現する意味でモンテカルロ法を用いた。この方法によれば、ある程度のばらつきは生ずるが、前述の量子化による誤差等は生じないので、実験との比較が容易に行える。本報で用いた具体的な計算方法を以下に述べる。

まず、計算に必要な記憶容量を極力減らし、計算法の簡易化を計る意味で3次元の現象を1次元化する。このことは、粒子の3次元的な配置を1次元の鉛直方向にしか与えないことを意味している。すなわち、粒子の3次元的な配置はランダムなので、水平方向の2次元の配置を相異なる2粒子が同一レベルに達した時点で確率的に与える。したがって、底面積 A なる円柱を考え（粒子はその円柱内に3次元に分布するのであ

るが), 粒子の鉛直座標のみを乱数によりランダムに決める。実験との対応を取る必要上, 配置する粒子の径は, 実験により得られた個数濃度分布(以下, これを初期分布と称する)に基いて選んだ。これによって, 実際の沈降筒内の粒子群を底面積Aなる円柱で切り取り, 粒子の粒径, 座標を電算機内へ記憶させたことになる。粒子の配置が完了すれば, 最小の時間で同一レベルに並ぶ2個の粒子を求める。衝突するか否かの判定は, $\frac{\pi}{4} \alpha (d_i + d_j)^2 / A$ と一様乱数との比較によって行った。以後, この最小時間を繰り返し求めて, 計算を続行する。当然のことながら, この最小の時間は, 粒径分布, 個数濃度によって, あるいは同一レベルに並ぶ2個の粒子の径(沈降速度), 位置によって変化し, 差分化による時間ステップの最小値とは異っている。以上の計算によれば, 任意時間, 任意深さにおける粒子群の粒径分布が得られることとなり, 濃度分布除去率なども当然求められる。また, 前述の衝突・付着総合効率 α については, 後述するように, 次の2通りについて検討を加えた。

1) α は粒径の関数とはせず, 一定の値とする。 2) α を粒径の関数とする。
成長に伴う密度変化を考慮し, 衝突合体後の質量保存を満足するようにした。沈降速度はストークス式に従うものとした。

3. 実験装置及び方法

図-1に, 実験に用いた沈降筒(10cm×10cm×3m)を示す。この筒は, フロック形成のための攪拌槽も兼ねており, 水平状態から鉛直まで回転可能となっている。攪拌翼は, 外径16mmの真鍮パイプに外径が7.6cmになるように十文字型の翼を取り付けたもので, 全長2.9mである。フロックの沈降重量を秤量するために, 沈降筒下部に沈降皿を設けており, 直視天秤と沈降皿を連結する細線は攪拌軸のパイプ中に通っている。

実験は以下のようにして行った。まず, 沈降筒に学内水道水を満たした後, 一昼夜放置して室温と液温との温度差が生じないようにしておく。フロック形成時には, 筒を水平にし, 濁質(C), アルギン酸ソーダ(S.A.)を注入する。次に, 硫酸バンド(Alum)を注入する。攪拌強度は, 薬品注入時から, フロック形成終了時まで同一の強度(G)で行い, 攪拌時間は $GT = 6 \times 10^4$ となるようにした。表-1にフロック形成条件を示す。フロック形成終了後, すばやく筒を鉛直にし, 天秤と沈降皿を連結する。以後, 所定時間間隔で, 沈降重量を読みとる。また, 筒の最下部において粒径分布, 沈降速度を得るための近接撮影を行う。沈降筒内外の温度差による筒内の対流を防止するために, 前述の実験は恒温室で行った。

4. 結果及び考察

表-1に, 数値計算に必要な入力データを示している。 $d_{50,i}$ は初期条件下(フロック形成終了時点)での体積メディアン径, n_0 は個数濃度, V_f は体積濃度である。 u_0 , n は, フロックの沈降速度 u とフロック径 d との関係を $u = u_0(d/d_0)^n$, $d_0 = 1\text{cm}$ で表した時の値である。この表から, 初期分布での平均径は $G = 50\text{sec}^{-1}$ と $G = 200\text{sec}^{-1}$ で約4倍程度, 個数濃度で約30倍程度の差がある。いずれの体積濃度も0.1~0.2%程度であり, 沈降に伴う干渉作用はほぼ無視し得るものと思われる。

つぎに, これらの初期条件を入力データとして実行した計算結果について述べる。まず, 前述したように, 衝突・付着総合効率 α を一定とした時の結果について検討を加える。衝突・付着総合効率 α が 衝突効率と付着効率との積で表わされることから, この値を一定値にするということは, 2個の相異なる粒子がある一定値の α で衝突し合体することであり, かつその確率が粒子径等の関数になっている。

表-1. フロック形成条件及び数値計算に必要な入力データ

$G(\text{sec}^{-1})$	$C(\text{ppm})$	$\text{S.A.}(\text{ppm})$	$\text{Alum}(\text{ppm})$	$d_{50,i}(\text{mm})$	$n_0(\text{cm}^{-3})$	V_f	$u_0(\text{cm/sec})$	n
50	30	1	6	0.55	30	0.0027	137	0.87
100	30	1	6	0.27	200	0.0014	120	0.87
200	30	1	6	0.14	900	0.0011	145	0.99

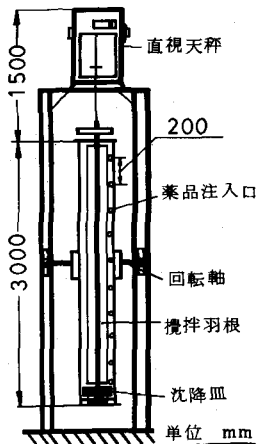


図-1. 実験装置

ないことを意味している。このモデルによって得られた結果を図-2～5に示す。

図-2, 4に示す結果は、平均残留濁質量 W_R を初期のそれ W_{R0} で正規化したもの $\frac{W_R}{W_{R0}}$ と経過時間 t との関係であり、図中の実線が計算値で、黒丸印が実験値である。 α の値は、 $G=50\text{sec}^{-1}$ の場合0.12、 $G=100\text{sec}^{-1}$ で0.15として計算を行っている。これらの図において、双方の合致性はかなり良いようであり、濃度減少期での W_R と t との直線関係も充分表現されているようである。筒の最下部における平均粒径 d_{50} の時間変化を求め、図-3, 5に示す。図-3, 5は各々図-2, 4と同一条件のものである。縦軸は d_{50} を前述の $d_{50,i}$ で無次元化したものである。これらの図で、実験値と計算値を比較すると、双方に差が認められる。等濃度成長期においては、計算でのフロックの成長が実験値のものより小さくなっており、濃度減少期でも計算値の d_{50} の方が実験値より小さい値となっている。ここで、仮に等濃度成長期での d_{50} の成長について、実験値と計算値とを合致させようとするれば、 α の値を $G=50\text{sec}^{-1}$ 、 $G=100\text{sec}^{-1}$ とも大きい値とせねばならない。そうすると、計算でのフロックの成長が見掛け上促進されることになり、当然のことであるが、計算での沈降重量も増加する。従って、図-2, 4における、 W_R の計算値は実験値に比べかなり小さい値となり、図-2, 4に示した合致性はくずれることになる。以上のことから、 α の値を一定値として計算を行なうと、平均残留濁質量の時間変化、及び平均値の時間変化の双方を実験値と合致させることができなくなる。したがって、これらの双方を同時に合致させようとするれば、 α の値に何らかの補正を行う必要が生じてくる。その補正として、ここでは次のように α を仮定した。

$$\alpha = \alpha_0 \cdot \alpha(d_i) \cdot \alpha(d_j) \quad (2)$$

ここで、 α_0 はある一定値の定数、 $\alpha(d)$ は粒径 d の関数で、 α に対する補正のための係数($\alpha(0) \cong 1$)である。 $\alpha(d)$ の関数型を決めるのには試行錯誤に頼らざるを得ないので、一応 $G=100\text{sec}^{-1}$ の場合についてのみ検討を加えた。図-6に、その場合の種々の関数型を示す。(I)は上に凸型を有する曲線、(II)は指数関数型、(III)は直線、(IV)は上に凸でかつ変曲点を有する曲線でいずれも粒径に対して減少関数としている。このように、 α を(2)式の形式にし、かつ、 $\alpha(d)$ を図-6に示しているような関数型にした理由として、①前述の図-2～5の結果から、成長初期の段階(ほぼ等濃度成長期に相当)では α の値を若干大きい値にしなければならないこと、そしてある程度

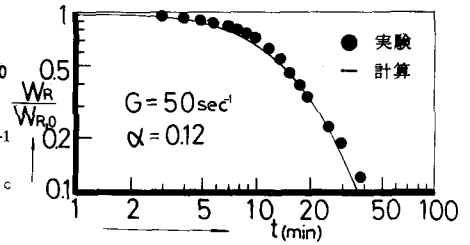


図-2. 平均残留濁質重量の時間変化

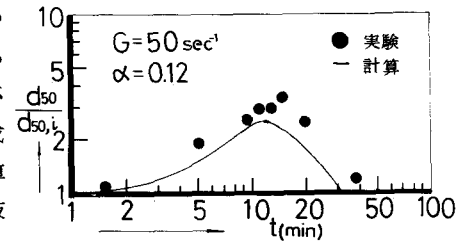


図-3. 平均径の時間変化

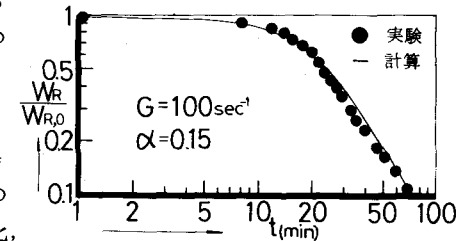


図-4. 平均残留濁質重量の時間変化

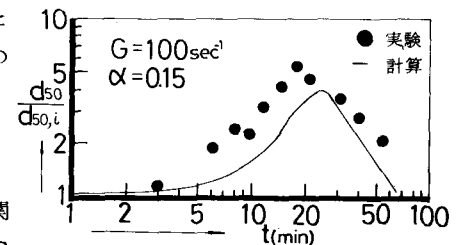


図-5. 平均径の時間変化

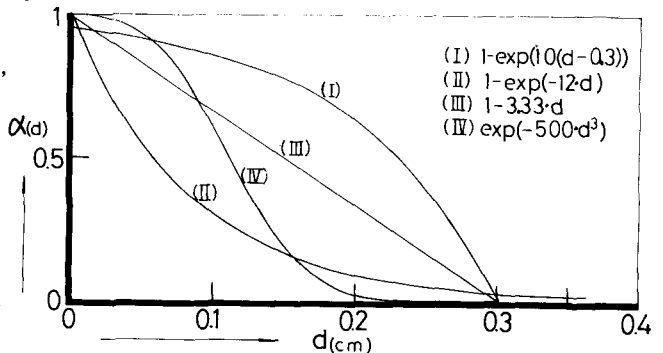


図-6. $\alpha(d)$ の関数型 ($G=100\text{sec}^{-1}$)

フロックの成長が進んだ段階あるいは濃度減少期においては α の値を逆に小さくする必要があること、② α_0 と $\alpha(d)$ を各々分離して計算を実行した方が計算値を実験値に適合させる場合にその操作が簡単なこと、の2点である。ちなみに、 α の決定方法についての具体的な操作としては、まず成長初期での d_{50} の時間変化に注目し α_0 を与えて実験値との適合を計り、ついで濃度減少期における W_R 、 d_{50} の時間変化を考慮しつつ $\alpha(d)$ を決め、全体を通しての双方の合致性を判断した。

図-7~14に、(I)~(IV)の関数型に対する計算結果を実験結果と共に示している。なお、 α_0 の値は前述の操作方法によって既に決めており、その値を図中に示している。図-7、8に $\alpha(d)$ を(I)型にした時の結果を示している。これらの図において、 W_R の時間変化の合致性は良好のようであるが、 d_{50} については計算値の方が全般的に小さい値となっており、特に濃度減少期では約半分でかなり小さくなっている。これは、(I)型の関数型が上に凸となっているため、等濃度成長期が終了し濃度減少期が始まる付近で大粒子の成長が過度にならなかつ沈降してしまったため残留粒子群の粒径がかなり小さくなったものと考えられる。

つぎに、(II)型の関数型について検討してみる。この型は(I)型に比べ大粒子の衝突・付着頻度がかなり小さく、したがって、(I)型に比べると、総合的にみた衝突・付着頻度を増す必要があり図-9、10に示す例では $\alpha_0 = 0.30$ (I型では0.25)としている。 W_R (図-9)、 d_{50} (図-10)とも合致性は悪く、濃度減少期における d_{50} が(I)型に比べ実験値にやや近くなっている程度である。これは、前述したように、フロックの成長に従い衝突・付着頻度が急激に小さくなったためである。仮に、図-9での W_R の時間変化を実験と計算とを合致させようとするれば、濃度減少期の d_{50} は計算値の方が大きくなるであろう。いずれにしても、(II)型の関数型が妥当なものとは言い難い。図-11、12に示す例は、 $\alpha(d)$ を直線型とした時の結果である。(III)型では、 $\alpha(d) = 0$ となる d は0.3 cmであるが(図-6参照)、これは実測値から得られた最大粒径にはば一致させたためである。そのようにして得られた結果を図-11、12に示している。図-11から、計算値の W_R は、図-7と同様にかなりの合致性が認められる。このことから、 W_R の時間変化に対する実験値との合致性を計ろうとすれば、(I)型、(III)型に類似した関数型を選ぶ必要があると思われる。

図-12において、 d_{50} の合致性は前者の(I)型に比べかなり

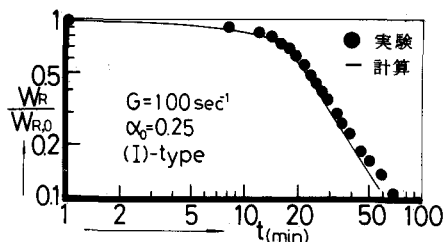


図-7. 平均残留濁質重量の時間変化

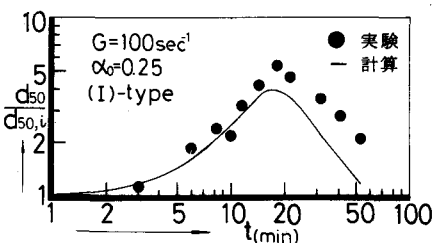


図-8. 平均径の時間変化

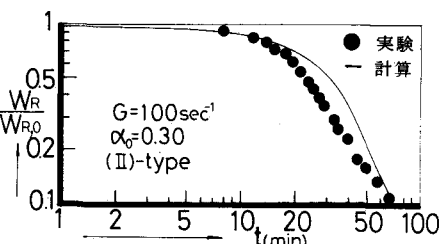


図-9. 平均残留濁質重量の時間変化

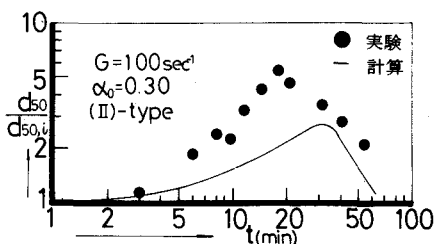


図-10. 平均径の時間変化

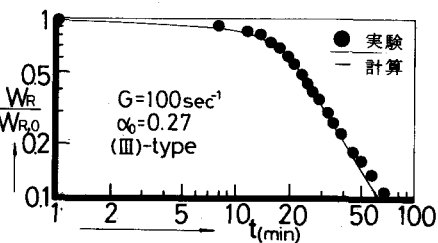


図-11. 平均残留濁質重量の時間変化

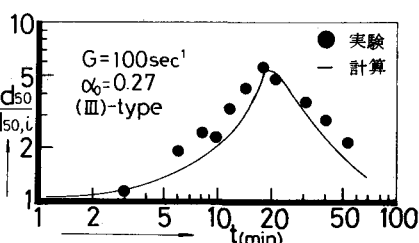


図-12. 平均径の時間変化

良くはなっているが、未だ充分であるとは言い難い。すなわち、 d_{50} の最大値付近はかなり一致しているものの、等濃度成長期での成長速度が若干小さく、濃度減少期でも若干の差が認められる。このことから、成長初期における若干の成長を促進させる必要があると思われる。図-6に示す(Ⅳ)の型は、以上のことを総合的に判断して決めたものである。その時の結果を図-13 14に示す。図-13に示す W_R については、計算値と実測値とも双方ともかなり合致している。濃度減少期に入って、かなりの時間が経てば若干の差が認められるものの、 $t=70$ 分での除去率は実測で約90%，計算では約93%であり、さほどの違いは無いことが解る。そして、 d_{50} の時間変化は、図-14から解るように等濃度成長期から濃度減少期に至るまでかなり合致している。図-15に、沈降重量の時間変化を示す。縦軸は、沈降総重量で正規化したもので除去率である。この図では、全区間を通じて5%以内の精度で計算値と実測が合致している。図-16~18に、 $G=50\text{sec}^{-1}$ 、 $G=200\text{sec}^{-1}$ の場合についての結果を示す。これらの図については、図-13~15と同様の結果を示しているよう

である。すなわち、平均径の時間変化、除去率については、各々かなりの精度で計算値と実測値とが一致している。 W_R については、濃度減少期に若干の差異が認められる。しかしながら、 $G=50\text{sec}^{-1}$ 、 100sec^{-1} 、 200sec^{-1} の中で差が最も大きい $G=50\text{sec}^{-1}$ の場合ですら、 $t=40$ 分での除去率は計算で95%、実測で88%と約1割程度の違いである。 $G=50\text{sec}^{-1}$ を一例として、粒径分布の時間変化を図-19、20に示す。縦軸はブロック累加体積をその総体積で正規化している。図-19~20から、粒度分布形状についても実測値と計算値とで余り違いが認められないようである。これらの図における最大粒径 d_m と d_{50} との比 d_m/d_{50} と経過時間との関係を求め、図-21に示す。図-22~23は各々 $G=100\text{sec}^{-1}$ 、 200sec^{-1} についての結果で、計算値は他のデータも重ね合わせている。これらの図から、計算でのブロックの成長も実際のものと同様の成長をしていることが解る。

以上のことから、衝突・付着総合効率を前述の(2)式の如く表

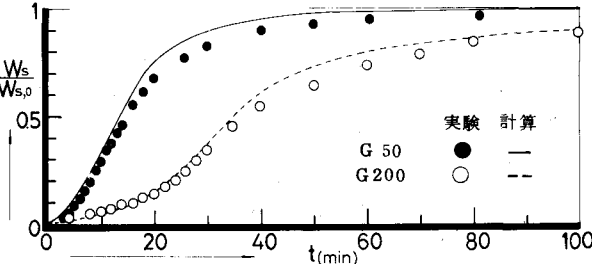


図-18. 沈降重量の時間変化

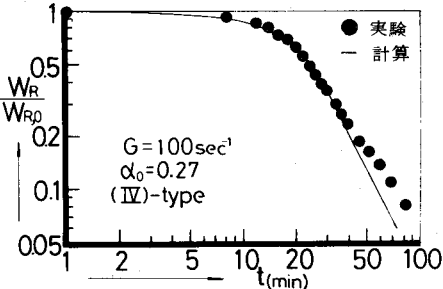


図-13. 平均残留濁質重量の時間変化

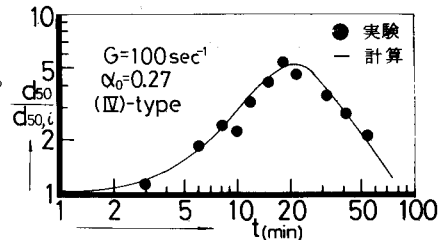


図-14. 平均径の時間変化

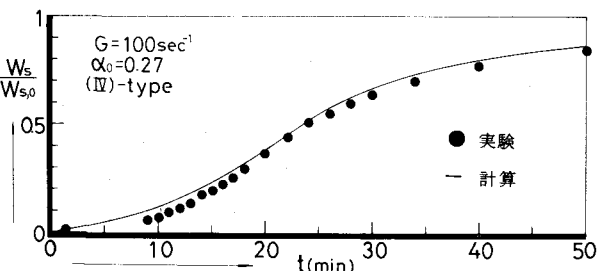


図-15. 沈降重量の時間変化

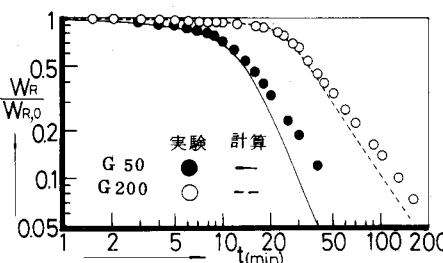


図-16. 平均残留濁質重量の時間変化

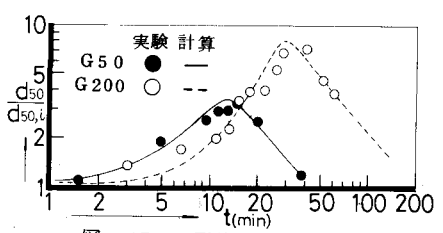


図-17. 平均径の時間変化

し、 $\alpha(d)$ の関数型として(M)の型式を用いて数値計算を行えば、かなりの精度で実測値との整合を計ることができる。

図-13, 16で示したように、 WR の計算値が濃度減少期で若干小さくなっていたが、もしこれ以上の精度で実測値との整合を計ろうとすれば、濃度減少期での残留濁度を増す必要が生じる。このことと、図-14, 15, 及び17~23の結果から、この増さねばならないわずかの残留濁度は微小粒子群から構成されるべきであろう。このことは、微小粒子との衝突・付着総合効率をある程度小さくせねばならないことを示唆している。現在のところ、微小粒子との衝突・付着総合効率をある程度低下させねばならない原因として、フロック形成時の破壊による微小フロックの付着効率の低下が考えられる。また、微小粒子の付着効率にかなりの不均一性があり、そのために沈降時間の増加に伴い付着され得ない微小粒子が残存するということも考えられる。いずれにしても、本報で提案したモデルに対して、他の実測値(濃度分布、微小粒子濃度)との比較を行えば、凝集沈降現象をさらに説明することが可能と考えられる。

最後に、実験等で協力して下さった大学院卒業生、木原宗道君(現・福岡県庁)に御礼申し上げます。なお、本研究の一部は文部省科学研究費(C.52, 53年度総合研究(A))の補助を受けて行ったものである。数値計算には、本学大型電算機FACOM-190を使用した。

最後に、実験等で協力して下さった大学院卒業生、木原宗道君(現・福岡県庁)に御礼申し上げます。なお、本研究の一部は文部省科学研究費(C.52, 53年度総合研究(A))の補助を受けて行ったものである。数値計算には、本学大型電算機FACOM-190を使用した。

参考文献

- 1) 丹保: 水道協会雑誌, 333号, 昭和37.8, P.31~38
- 2) 丹保, 高桑, 船水: 第15回衛生工学討論会, 1979.1, P.1~5
- 3) 森, 吉沢: 化学工学, 32巻, 12号, 1968, P.1233~1240
- 4) 栗谷, 楠田, 古賀: 第14回衛生工学討論会, 1978.1, P.59~64
- 5) 木原, 古賀, 栗谷, 楠田: 53年度西部支部, 昭和53.2, P.167~168
- 6) 古賀, 栗谷, 楠田: 第34回土木学会年講, 昭和54年.10, P.319~320

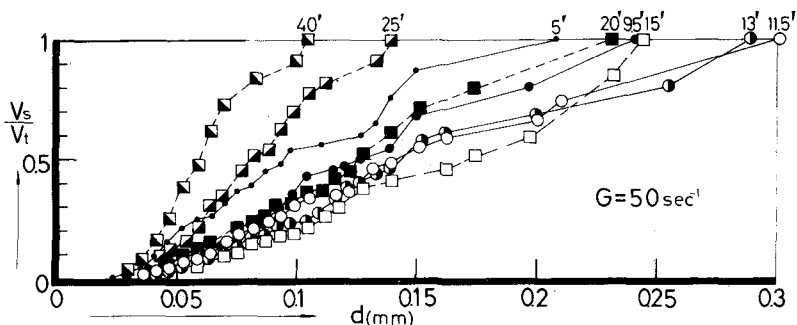


図-19. 粒径分布の時間変化(実測値)

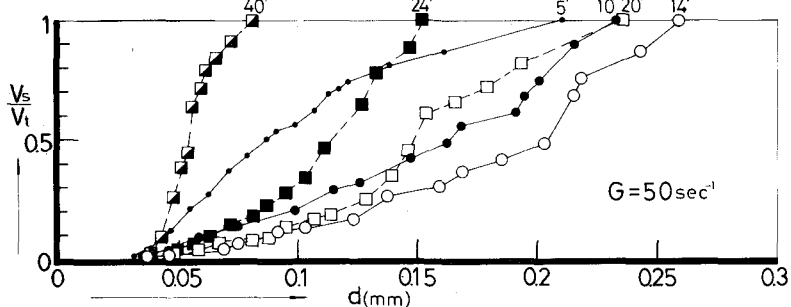


図-20. 粒径分布の時間変化(計算値)

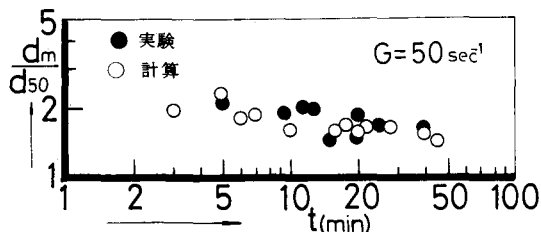


図-21. d_m/d_{50} の時間変化($G=50 \text{ sec}^{-1}$)

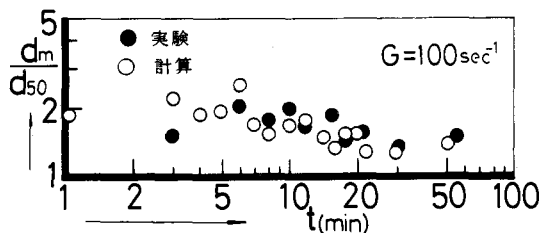


図-22. d_m/d_{50} の時間変化($G=100 \text{ sec}^{-1}$)

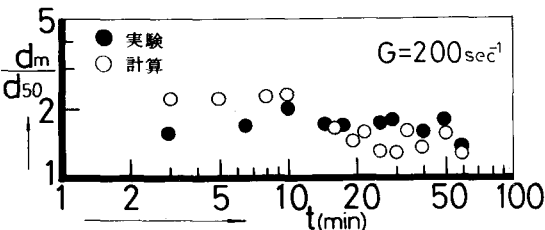


図-23. d_m/d_{50} の時間変化($G=200 \text{ sec}^{-1}$)