

(6) 泥の圧縮・沈降に関する数値解析

京都大学工学部 ○松岡 譲
 " 村田 康弘
 " 住友 恒
 " 岩井 重久

水中における懸濁物質の挙動の解明は、衛生工学におけるもっとも基礎的な課題の一つである。すなわち懸濁質においては、粒子への重力の作用、粒子の大きさなどが、流れに対し本質的に関連するためであって従来よりその取り扱いにあたっては、解析目的、必要精度に応じ、さまざまな試みがなされてきた。

このような中で、本研究は、固液二相流の立場から、固相、液相、おのおのについて、その運動量、物質収支について、ある程度の厳密性を保つ支配方程式を誘導し、これにより懸濁水質の挙動のシミュレートを試みている。これは、従来からおこなわれてきた、Kynch⁽¹⁾に代表されるKinematicな方法に比し、Dynamicな条件、特に泥の透水性、圧縮性を加味することによる自由沈降期から圧密期にわたる統一的な説明を、当初の目的とするためであるが、その他に、本研究の究極的な目標たる溶質と固相のinteractionを中心とした水質の変化特性の解明の第一歩として、その背景場たる固液二相の流動把握自体にも、その目的をおいたためでもある。

1. 固液二相流の基礎方程式系

懸濁性水質の連続体的取り扱いは、従来からしばしばおこなわれてきたが、その仮定するところとか、導出過程については、研究者により異なる点も多く、結果のみが、無制限に引用されるきらいがあった。そこで本研究においては、まずこれらの検討をおこなう。

混相流の連続体的取り扱いについては、Truesdell⁽²⁾, Soo⁽³⁾などのテキストにその概容が記されているがその導出には直観的な点も少なくない。そのもっとも大きな原因は、粒子径スケール、連続体仮定のスケール、対象量変化のスケールの不明確さによるものであろう。すなわち、懸濁性水質流を、連続体として取り扱うには、粒子径に比べきわめて大きく、問題とする物理量の変化に比してはきわめて小さいスケールでもって、場の平均化をおこなう必要がある。Anderson et. al.⁽⁴⁾はこの事情に注目して観測関数 $g(\mathbf{x})$ を導入する巧妙な方法を提案している。そこで、本論文でも、これを踏襲する。すなわち、関数 $g(\mathbf{x})$ を位置 $\mathbf{x}$ の関数として単調減少、正值、また $\int_V g(\mathbf{x}) dV = 1$ とし、粒径スケール $\ll g(\mathbf{x})$ の減少するスケール $\ll$ 問題とする現象スケール、とする。さらに、固相の指標関数として、位置 $\mathbf{x}$ が固相なら1、液相ならば0である関数 $U(\mathbf{x})$ を定義しておく。これらの定義により物理量A、Bの対象場Vにおける連続体近似として次の局所平均 $\bar{\cdot}$ で代用することにする。

$$\text{液相平均} \quad \bar{A}(\mathbf{x}, t) \cdot n(\mathbf{x}, t) = \int_V (1 - U(\mathbf{x}')) A(\mathbf{x}') g(\mathbf{x} - \mathbf{x}') dV_{x'} \quad (1)$$

$$\text{固相平均} \quad \bar{B}(\mathbf{x}, t) \cdot (1 - n(\mathbf{x}, t)) = \int_V U(\mathbf{x}') B(\mathbf{x}') g(\mathbf{x} - \mathbf{x}') dV_{x'} \quad (2)$$

ここで $n(\mathbf{x}, t)$ とは、間隙率であり、式(1)にて $A(\mathbf{x}) = 1$ として $n(\mathbf{x}, t) = \int_V (1 - U(\mathbf{x}')) g(\mathbf{x} - \mathbf{x}') dV_{x'}$ で定義される。以下ではこれらを使用して、従来から知られた基本式の各相平均化をはかる。

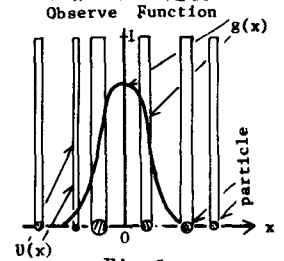


Fig.1

まず、液体の連続式については、液体密度 d が変化しなければ従来の連続式 $\frac{\partial u_k}{\partial x_k} = 0$ が基本的であり、本式に式(1)の液相平均をほどこす。

$$\int_V (1 - U(\mathbf{x}')) g(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \cdot \frac{\partial u_k(\mathbf{x}')}{\partial x_k} \cdot dV_{x'} = 0 \quad (3)$$

部分積分公式、および、 $\frac{\partial}{\partial x_k} g(\mathbf{x} - \mathbf{x}') = -\frac{\partial}{\partial x'_k} g(\mathbf{x} - \mathbf{x}')$ を利用すれば式(3)左辺に関連して次式を得る。

$$\frac{\partial}{\partial x_k} [n(\mathbf{x}) \bar{u}_k(\mathbf{x})] = \frac{\partial}{\partial x_k} \int_V (1 - U(\mathbf{x}')) u_k(\mathbf{x}') g(\mathbf{x} - \mathbf{x}') dV_{x'} = \int_V (1 - U(\mathbf{x}')) g(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \frac{\partial}{\partial x_k} u_k dV_{x'}$$

$$- \int_V g(\mathbf{x}-\mathbf{x}') u_k \frac{\partial}{\partial x'_k} U(\mathbf{x}') dV_{x'} \quad (4)$$

式(3)から上式右辺第1項が0であることがわかるが、さらに $\partial n / \partial t$ について次式の変形をおこなう。

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \int_V (1-U(\mathbf{x}', t)) g(\mathbf{x}-\mathbf{x}') dV_{x'} = - \int_V g(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \frac{\partial U(\mathbf{x}')}{\partial t} dV_{x'} \quad (5)$$

$\partial U(\mathbf{x}') / \partial t$, $\partial U(\mathbf{x}') / \partial x'_k$ については、そのままでは、物理的な解釈が困難な点もあるが、ある粒子表面に注目しその法線方向外向きに積分すれば、それぞれ粒子表面の上昇速度及び表面勾配であることがわかる。したがって固液界面に物質交換がないとすれば、 $\partial U(\mathbf{x}') / \partial t + u_k(\mathbf{x}') \partial U(\mathbf{x}') / \partial x'_k = 0$ を界面の幾何的条件として採用し得る。式(3), (4), (5), 及び本条件から式(6)を液相の連続式として採用する。

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (n \bar{u}_k) = 0 \quad (6)$$

固相の連続式についても固体密度 d^s が変化しなければ流体と同じように $\partial u_k^s / \partial x_k = 0$ で、連続条件を表示しうる。ここで、サフィックス s は、固相を表わす。したがって液相でおこなった操作と同じく、固相連続式としては、次式を得る。

$$\frac{\partial (1-n)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} ((1-n) \bar{u}_k^s) = 0 \quad (7)$$

運動量関係については、まず、液体内においては、式(8)で示される力学的方程式を採用する。

$$d \left\{ \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} u_i u_k \right\} = \frac{\partial \tau_{ik}}{\partial x_k} + d g_i \quad (8)$$

τ_{ik} は、応力テンソルであり、外力については、ひとまず重力 g_i のみを仮定している。式(8)に液相平均をほどこすわけであるが、簡単のための各項毎に検討する。まず、左辺は、次のようになる。

$$\begin{aligned} \int_V d \left\{ \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} u_i u_k \right\} (1-U(\mathbf{x}')) g(\mathbf{x}-\mathbf{x}') dV_{x'} &= d \left[\frac{\partial}{\partial t} \int_V u_i (1-U(\mathbf{x}')) g(\mathbf{x}-\mathbf{x}') dV_{x'} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial}{\partial x_k} \int_V u_i u_k (1-U(\mathbf{x}')) g(\mathbf{x}-\mathbf{x}') dV_{x'} + \int_V u_i \left\{ \frac{\partial U}{\partial t} + u_k \frac{\partial U}{\partial x'_k} \right\} g(\mathbf{x}-\mathbf{x}') dV_{x'} \right] \end{aligned} \quad (9)$$

式(9)中、右辺第2項は、 $d \partial / \partial x_k (n \bar{u}_i \bar{u}_k)$ であるが、このような積の平均表示は、平均値の積に表示し直すのが一般的であり、この場合においても、Reynolds 操作 $\bar{u}_i \bar{u}_k \approx \bar{u}_i \bar{u}_k + \overline{u'_i u'_k}$ が近似的に成立すると仮定する。ここで u'_k とは $u_k - \bar{u}_k$ であり、局所平均からの偏差である。また第3項は、前述の界面幾何条件より0である。したがって、式(8)左辺の液相平均は式(9)のようになる。

$$\text{式(8)左辺液相平均} \approx d \left\{ \frac{\partial n \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial n \bar{u}_i \bar{u}_k}{\partial x_k} + \frac{\partial n \overline{u'_i u'_k}}{\partial x_k} \right\} \quad (10)$$

式(8)右辺第1項については、次式のようになる。

$$\begin{aligned} \int_V g(\mathbf{x}-\mathbf{x}') (1-U(\mathbf{x}')) \frac{\partial \tau_{ik}}{\partial x_k} dV_{x'} &= \int_V g(\mathbf{x}-\mathbf{x}') (1-U(\mathbf{x}')) \frac{\partial (\bar{\tau}_{ik} + \tau'_{ik})}{\partial x_k} dV_{x'} \\ &= n \frac{\partial \bar{\tau}_{ik}}{\partial x_k} + \int_V g(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \tau'_{ik} \frac{\partial U(\mathbf{x}')}{\partial x'_k} dV_{x'} \end{aligned} \quad (11)$$

式(11)右辺第2項について、Gauss の公式を適用すれば、 $-\int_s g(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \tau'_{ik} \cdot d\mathbf{s}'$ となる。ここで $\mathbf{s}'$ とは固液界面にて液面向きの面積素分であり $\tau'_{ik} \cdot d\mathbf{s}$ で k に関する内積を示す。 $d g_i$ については $n d g_i$ となるから、結局、式(8)は式(12)となる。

$$d \left\{ \frac{\partial n \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial n \bar{u}_i \bar{u}_k}{\partial x_k} \right\} = n \frac{\partial \bar{\tau}_{ik}}{\partial x_k} - d \frac{\partial \overline{n u'_i u'_k}}{\partial x_k} - \int_s g(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \tau'_{ik} \cdot d\mathbf{s}' + n d g_i \quad (12)$$

すなわち、液相のうける運動量は圧力などの応力の漸近的な変化及び、重力については間隙率の割合で受

け、その他、粒子近傍における応力、及び、連続体近似による見かけのレイノルズ応力を受けることがわかる。

次に固相の運動量収支であるが、これについては、各粒子個々の運動方程式をその基礎式としよう。

$$d^s \frac{du_i^s}{dt} = f_i + h_i + d^s g_i \quad (13)$$

ここで、 d/dt は、個々の粒子基準にとり、 f_i は、粒子単位体積あたりに液体から作用される力を、 h_i は、他粒子より作用される力とする。式(13)に固相平均をほどこせば、次のようになる。

$$\begin{aligned} d^s \int_V g(\mathbf{x}-\mathbf{x}') U(\mathbf{x}') \frac{du_i^s}{dt} dV_{x'} &= \int_V f_i U(\mathbf{x}') \cdot g(\mathbf{x}-\mathbf{x}') dV_{x'} + \int_V h_i U(\mathbf{x}') g(\mathbf{x}-\mathbf{x}') dV_{x'} \\ &= \int d^s g_i U(\mathbf{x}') g(\mathbf{x}-\mathbf{x}') dV_{x'} \end{aligned} \quad (14)$$

上式左辺は、式(10)と同様のプロセスを経て次式のように変形される。

$$\text{式(14)の左辺} = d^s \left\{ \frac{\partial (1-n) \bar{u}_i^s}{\partial t} + \frac{\partial (1-n) \bar{u}_i^s \bar{u}_k^s}{\partial x_k} + \frac{\partial (1-n) \bar{u}_i^{s'} \bar{u}_k^{s'}}{\partial x_k} \right\} \quad (15)$$

したがって式(13)の固相平均式としては、式(16)としてよい。

$$d^s \left\{ \frac{\partial (1-n) \bar{u}_i^s}{\partial t} + \frac{\partial (1-n) \bar{u}_i^s \bar{u}_k^s}{\partial x_k} \right\} = (1-n) \bar{f}_i + (1-n) \bar{h}_i - d^s \frac{\partial (1-n) \bar{u}_i^{s'} \bar{u}_k^{s'}}{\partial x_k} + (1-n) d^s g_i \quad (16)$$

液体から粒子にうける力 f_i については、表面力として応力テンソルを通じ受与するのは疑いない。したがって、 f_i の固相平均は、次のように表現し得る。

$$(1-n) \bar{f}_i = f_s g(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \tau_{ik} \cdot d\mathbf{s}' \quad (17)$$

式(17)右辺を、式(11)に対応させるために次のように分解しておく。

$$\begin{aligned} f_s g(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \tau_{ik} \cdot d\mathbf{s}' &= f_s g(\mathbf{x}-\mathbf{x}') (\bar{\tau}_{ik} + \tau'_{ik}) \cdot d\mathbf{s}' = - \int_V \bar{\tau}_{ik} g(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \frac{\partial U(\mathbf{x}')}{\partial x'_k} dV_{x'} + f_s g(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \tau'_{ik} \cdot d\mathbf{s}' \\ &= (1-n) \frac{\partial \bar{\tau}_{ik}}{\partial x_k} - \frac{\partial}{\partial x_k} (1-n) \bar{\tau}_{ik} + f_s g(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \tau'_{ik} \cdot d\mathbf{s}' \end{aligned} \quad (18)$$

式(12)、(18)における $f_s g(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \tau'_{ik} \cdot d\mathbf{s}'$ が、固液界面付近の応力の乱れによる力を表わすことは上にのべたが、これについては、単粒子挙動について知られる従来の知識、すなわち、Stokes の抵抗とか、仮想質量効果、Basset 効果などが重要となる。また多粒子沈降などで知られる干渉効果にしても、直接的には、液体、固体界面を通じ局所的におこなわれるとすれば、本項に含まれなければならないが、その機構は、複雑である。これらのことから、本研究では、本項は近似的には液相、固相の相対流速差に比例するものと考え比例係数を $F(n)$ として n の関数と仮定した。さらに粒子間の相互干渉を示す h_i についても不明な点が多いが、ここでは、従来の方法にならって、応力テンソル τ_{ik}^s の発散であらわし、しかも τ_{ik}^s は流体における圧力に相当する有効応力 σ で近似する。すなわち、 $\tau_{ik}^s = -\sigma \delta_{ik}$ とするわけであり、レオロジーの立場からは、きわめて不満足な近似ではあるが、これについては今後の研究にまつ所とする。また、平均的な応力テンソル $\bar{\tau}_{ik}$ については、液体成分として Newtonian が仮定されるならば、その第1近似として Newton 則を仮定してよいと思われる。しかるに固相分の増大に伴い、粘性係数の変化、ひいては、Non-Newtonian となることは、よく知られる所でもあり、これらの取り扱いにあたっては、注意が必要である。

2. 沈降・圧密に関する基礎方程式

本節においては、上記した固液二相流の基礎方程式系をもちいて、沈降・圧密に関する基礎方程式を導出する。まず導出の基礎となる式は、第1節から、式(6)、(7)、(12)、(16)である。これらの式系に対し上記の仮定などを導入し、1次元にかぎって考察することにすれば、次式系を得る。上付きバーをはずして記せば、

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial nu}{\partial x} = 0 \quad (6) \quad \frac{\partial (1-n)}{\partial t} + \frac{\partial ((1-n)u^s)}{\partial x} = 0 \quad (7)$$

$$dn \left\{ \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} \right\} = -n \frac{\partial p}{\partial x} - F(n) (u - u^s) + ndg \quad (19)$$

$$d^s(1-n) \left\{ \frac{\partial u^s}{\partial t} + \frac{\partial u^{s2}}{\partial x} \right\} = -(1-n) \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial \sigma}{\partial x} + F(n) (u - u^s) + (1-n) d^s g \quad (20)$$

本式系の導出にあたっては、液体応力として圧力成分のみを考慮し、また、 $-\partial/\partial x_k(1-n)\bar{\tau}_{ik}$ 、レイノルズ応力項などを無視した。まず、沈降・圧密式の導出に先だって、従来から使用されている沈降速度、透水係数などと、上式系の関連性を調べてみよう。まず、沈降実験などにおいては、流れは定常、均質の近似をしてよからう。したがって、 n は x について変化せず、 $\sigma(n)$ の効果は運動量を変化しない。そこで、式(19)から $\partial p/\partial x = \{dn + d^s(1-n)\}g$ 、 $u - u^s = n(n-1)(d^s - d)g/F(n)$ を得るが、さらに総体的な移動速度である $(1-n)u^s + nu$ が 0 である場合には、 $u^s = n^2(1-n)(d^s - d)g/F(n)$ を得る。ここでは従来から知られる沈降速度式として本状態をさすものと考え、これを特に u_0^s とする。さらに上記式系と Darcy 則表現との関連性をみる。Darcy 則が定常における粒子基準の空塔速度 $n(u - u_s)$ と過剰間隙水圧 σ_h の間の表現であり、 σ_h とはその定義から考えて、 $\partial \sigma_h/\partial x = \partial p/\partial x - gd$ であるから、これらの関係を式(19)に代入すれば、透水係数 K の表現としては、 $K = dgn^2/F(n)$ を得る。このように、流体抵抗 $F(n)$ は、簡単に u_0^s/K 表示に表現し直すことができる。次に沈降・圧密の基礎式を導く。本研究においては、その基本変数として $d^s(1-n) \equiv \rho^s$ を採用する。まず、総体速度 $nu + (1-n)u^s$ を M とすれば、式(6)、(7)よりわかるように M は x には関連しない。この M を使用すれば、固相流速 u^s は次のようになる。

$$\begin{aligned} u^s &= M - n(u - u^s) = M - \frac{n}{F(n)} \left\{ -n \frac{\partial p}{\partial x} + ndg \right\} \\ &= M - n^2/F(n) \left\{ -(1-n)(d^s - d)g - d^s/a \frac{\partial n}{\partial x} \right\} \end{aligned} \quad (21)$$

ここで式(19)、(20)の取り扱いにあたっては、左辺各項は右辺に比べ微少であるとして無視している。また a とは $d\rho^s/d\sigma$ であり、土質力学で取り扱う体積圧縮係数 m_v とは $a = d^s m_v$ の関係をもつ。式(21)を式(7)に代入すれば、次式を得る。

$$\frac{\partial \rho^s}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \{ (M + u_0^s) \rho^s \} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{n^2}{Fa} \frac{\partial \rho^s}{\partial x} \quad \text{あるいは} \quad (22)$$

$$\frac{\partial \rho^s}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \{ (M + u_0^s) \rho^s \} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{K\rho^s}{dd^s g m_v} \frac{\partial \rho^s}{\partial x} \quad (23)$$

式(23)に関連して左辺第2項を重視すれば Kynch の式を得、右辺を重視すれば、Terzaghi 型の式を得る。また同種の提示式として、近年 Kos⁽⁵⁾ら、栗谷⁽⁶⁾らのそれがあり、その基礎式系については、本論文と同一であるが基本変数として σ_h 、 σ などを採用しており、圧密期の解析にあたっては、問題はないが沈降現象への拡張には、若干の困難な点を残す。すなわち、通常の泥においては、 ρ^s の全領域にわたって ρ^s と σ の 1 対 1 の関係は見出し難く、希薄時におけるこれらの概念は、定義上、あるいは測定上きわめて困難性を伴う。しかし、これらの点にかぎらず式(22)、(23)型の式表示のより大きな利点は、沈降・圧密現象を Kynch 型の延長として捉えた点にある。たとえば、界面の発生、特に第1種の不連続性の発生について、Kynch⁽¹⁾は式(23)左辺の $x-t$ 平面における特性曲線の交差により説明しているが、このような解は、物理的な記述としては不満足であり、また界面付近の固相、液相の挙動については不明である。また数値解析の立場からもこのような不連続面の発生にあつては、人工粘性などの技巧的な手法が必要となるが、式(22)、(23)はこれらの導入を自然化している。ただ、圧密期に焦点をおく解析に限って論ずれば、栗谷⁽⁶⁾のごとく Lagrange 系、間隙水圧変数などの利点も多く、上記議論とは異った事情が存することにも注意する必要がある。

3. 数値シミュレーション

ここでは、いままでのべてきた式表示、式(6)、(7)、(19)、(20)及び式(23)についての数値シミュレーション法についてのべる。これは、上記したモデル式の検証を目的としておこなわれ、したがって、その対象場も、Fig-2 に示すような沈降筒内の現象に限定している。式(6)~(20)、及び、式(23)はいずれも、きわめて強い非

線型性を有し、また界面の発生からもわかるように不連続性が強い解をもつ可能性が高い。このため、差分スキームの組み立てにあたっては注意が必要であって、Over-Shootをしばしば生ずる。種々のスキームによる試算の結果、式(6)、(7)、(19)、(20)の解析については、式(7)に ρ^s を基本変数としたIterated-Crank-Nicholson法に類似の方法を採用し、式(19)、(20)については、左辺を無視した後に、式(6)を合わせ $u-u^s$ 、 u^s 、 n についての差分式を構成し境界条件としては $u_{0,0}^s=u_{N,N}^s=0$ を採用している。式(23)については、Fig 4で示されるメッシュ点にて2-Step-Lax-Wendroff法を採用した。

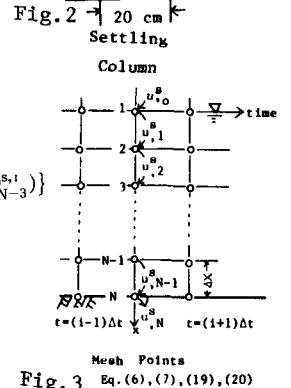
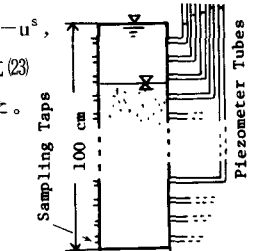


Fig. 3 Eq. (6), (7), (19), (20)

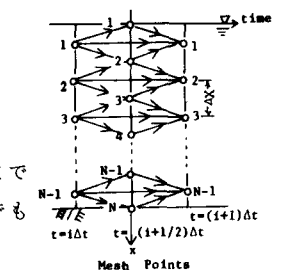


Fig. 4 Eq. (23)

$$\begin{aligned}\rho_1^{s,i+1/2} &= \rho_1^{s,i} - \frac{1}{2} \frac{dt}{dx} u_{0,1}^{s,i} \rho_1^{s,i}, \\ \rho_2^{s,i+1/2} &= \frac{1}{2} (\rho_1^{s,i} + \rho_2^{s,i}) - \frac{1}{2} \frac{dt}{dx} \{ \rho_2^{s,i} u_{0,2}^{s,i} - \rho_1^{s,i} u_{0,1}^{s,i} \} + \frac{1}{4} \frac{dt}{dx} \left\{ \frac{K_2^i \cdot \rho_2^{s,i}}{dga_2^i dx} (\rho_3^{s,i} - \rho_1^{s,i}) \right\} \\ \rho_j^{s,i+1/2} &= \frac{1}{2} (\rho_{j-1}^{s,i} + \rho_j^{s,i}) - \frac{1}{2} \frac{dt}{dx} \{ \rho_j^{s,i} u_{0,j}^{s,i} - \rho_{j-1}^{s,i} u_{0,j-1}^{s,i} \} + \frac{1}{4} \frac{dt}{dx} \left\{ \frac{K_j^i \cdot \rho_j^{s,i}}{dga_j^i dx} (\rho_{j+1}^{s,i} - \rho_{j-1}^{s,i}) \right. \\ &\quad \left. - \frac{K_{j-1}^i \cdot \rho_{j-1}^{s,i}}{dga_{j-1}^i dx} (\rho_j^{s,i} - \rho_{j-2}^{s,i}) \right\}, \quad j = 3 \sim N-2 \\ \rho_{N-1}^{s,i+1/2} &= \frac{1}{2} (\rho_{N-1}^{s,i} + \rho_N^{s,i}) - \frac{1}{2} \frac{dt}{dx} \{ \rho_{N-1}^{s,i} u_{0,N-1}^{s,i} - \rho_N^{s,i} u_{0,N-2}^{s,i} \} - \frac{1}{4} \frac{dt}{dx} \left\{ \frac{K_{N-2}^i \cdot \rho_{N-2}^{s,i}}{dga_{N-2}^i dx} (\rho_{N-1}^{s,i} - \rho_{N-3}^{s,i}) \right\} \\ \rho_N^{s,i+1/2} &= \rho_N^{s,i} + \frac{1}{2} \frac{dt}{dx} u_{0,N-1}^{s,i} \rho_N^{s,i}\end{aligned}$$

また $t = (i+1) \Delta t$ にて

$$\begin{aligned}\rho_1^{s,i+1} &= \rho_1^{s,i} - \frac{dt}{dx} u_{0,2}^{s,i+1/2} \rho_2^{s,i+1/2} + \frac{1}{2} \frac{dt}{dx} \left\{ \frac{K_2^{i+1/2} \cdot \rho_2^{s,i+1/2}}{dga_2^{i+1/2} dx} (\rho_3^{s,i+1/2} - \rho_1^{s,i+1/2}) \right\} \\ \rho_j^{s,i+1} &= \rho_j^{s,i} - \frac{dt}{dx} \{ \rho_{j+1}^{s,i+1/2} u_{0,j+1}^{s,i+1/2} - \rho_j^{s,i+1/2} u_{0,j}^{s,i+1/2} \} + \frac{1}{2} \frac{dt}{dx} \left\{ \frac{K_{j+1}^{i+1/2} \cdot \rho_{j+1}^{s,i+1/2}}{dga_{j+1}^{i+1/2} dx} (\rho_{j+2}^{s,i+1/2} - \rho_j^{s,i+1/2}) \right. \\ &\quad \left. - \frac{K_j^{i+1/2} \cdot \rho_j^{s,i+1/2}}{dga_j^{i+1/2} dx} (\rho_{j+1}^{s,i+1/2} - \rho_{j-1}^{s,i+1/2}) \right\}, \quad j = 2 \sim N-2 \\ \rho_{N-1}^{s,i+1} &= \rho_{N-1}^{s,i} + \frac{dt}{dx} \rho_{N-1}^{s,i+1/2} u_{0,N-1}^{s,i+1/2} - \frac{1}{2} \frac{dt}{dx} \left\{ \frac{K_{N-1}^{i+1/2} \cdot \rho_{N-1}^{s,i+1/2}}{dga_{N-1}^{i+1/2} dx} (\rho_N^{s,i+1/2} - \rho_{N-2}^{s,i+1/2}) \right\}\end{aligned}$$

なるスキームである。これらはいずれも保存則形式であり、また $j = 1 \sim N(N-1)$ まで加え合わせることによって、境界条件を含め筒内の物質保存について満足する形式でもあることがわかる。

4. 沈降・圧密実験

本節では3に対応しおこなった沈降・圧密実験についてのべる。使用した泥は琵琶湖底泥、及びカオリンであり、その代表的な粒度分布例をFig 5に示す。実験は泥と水を適当に混合し強攪拌によって筒内濃度をできうるかぎり均一化した後、静置し、泥濃度分布、過剰間隙水压を測定した。この測定によってシミュレートの結果たる各量分布の他に、 σ と ρ^s の関係および、 $F(n)$ の関数形をも推測し得る。すなわち、 σ については、式(19)、(20)より、 $\sigma = g(1-d/d^s) \int_0^x \rho^s dx - \sigma_h$ を得、したがって、 $\sigma(x)$ と $\rho^s(x)$ をプロットすることによ

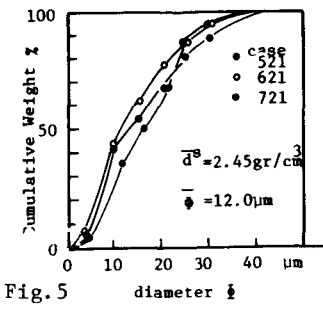


Fig. 5

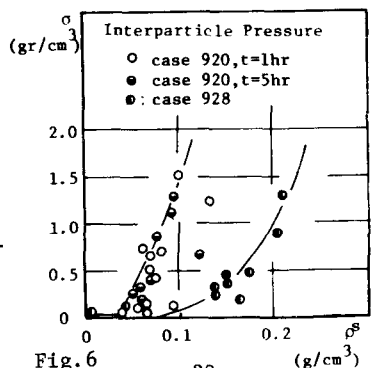


Fig. 6

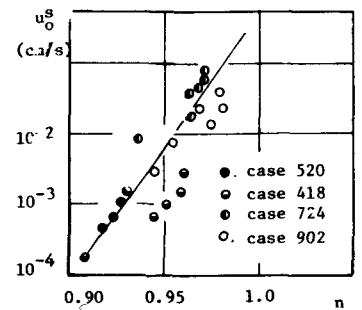


Fig. 7 Settling Velocity

って $\sigma(\rho^s)$ の関数型を推測する。また $F(n)$ については、この種の実験では正確な推測はし難いが、その第1近似としてKynchの方法により推定をおこなった。ただ、この方法によっては界面の沈降は式(23)よりもわかるように u_0^s より遅くなりがちであって、したがって K としては小さく推測する傾向がある。

5. シミュレーション結果および実験との比較

シミュレーションにあたっては、まず、 $\sigma(\rho^s)$ 及び、 $F(n)$ の関係としてFig 6, Fig 7で示されるような実験結果を第1近似として計算をおこなった後に、 σ , K の値を全体的に何倍かすることによって、実験値との整合性を高めるべく努めた。Fig 8は界面の沈降状況を示し、この場合には、 $K(n)$ の値として、Kynch法による第1近似から1~1.5倍にわたる修正をおこなった。Fig 9は濃度変化の図であり、これらのシミュレーションを通じ、両計算とも、比較的良好な整合を示すといつてよからう。また、手法間の相異についても、これらの例ではそれほどの差異はない。Fig 10は他の物理パラメータである u^s , u , なども同時に示した例であり界面付近における流速の特異性がよくわかる。以上よりシミュレーション全体としては、泥の沈降・圧密現象の再現はなし得たと考えてよからう。しかるにそこで使用した a , K などについては、必ずしも4で求めた実験値と一致しなかったが、実験精度、実験回数などから考えて、その不整合性が何に因するものかは、現段階においては断じ得なかった。

6. おわりに

本論文は汚泥や水系中における底泥などの沈降・圧密現象の把握について、混相流の立場から透水係数、圧縮係数をその主要なパラメータとしてシミュレーションを試みたものである。その結果、

- (1) 固液2相流体の基礎方程式の導出について検討を加え式(6), (7), (19), (20)の妥当性を論じた。
- (2) 沈降・圧密の基礎式、式(22)あるいは(23)を提示した。
- (3) これに関連し沈降筒による実測値を対比し、その妥当性を示した。

参考文献

- (1) Kynch, G. J.: Trans. Faraday Soc., 48, pp. 166-176, (1952)
- (2) Truesdell, C., Toupin, R. A.: Handbuch der Physik. III/1, pp. 226-793, Springer, Berlin, (1960)
- (3) Soo, S. L.: Fluid Dynamics of Multiphase Systems, 6, pp. 248-276, Blaisdell, Waltham, (1967)
- (4) Anderson, T. B., Jackson, R.: I & EC Fund., 6.4., pp. 527-539, (1967)
- (5) Kos, P., Adrian, D. D.: Proc. ASCE, 101, EE6, pp. 947-965, (1975)
- (6) 栗谷陽一, 藤崎一裕: 土木学会年次講演会講演概要集, 33, II-183, (1978)
- (7) 村田康弘, 松岡 譲, 住友 恒: 土木学会年次講演会講演概要集, 33, II-185, (1978)
- (8) 楠田哲也, 栗谷陽一, 古賀憲一: 土木学会年次講演会講演概要集, 31, II-246, (1976)

