

(2) フロック形成過程のマルコフモデルの提案

宮崎大学工学部 渡 辺 義 公

本研究は、決定論的方法（微分方程式）によって取り扱われる機会が多かったフロック形成過程を確率論的方法（マルコフ過程）により解析しようとするものである。フロック形成過程がマルコフ過程ならば現象に関与するすべての情報は遷移行列に某約化され、原論文の式-(1)~(10)により容易にフロック形成過程の計算を行なうことができる。著者らは本論文では遷移行列を理論的に定量化する前段階としてフロック形成過程をマルコフ連鎖で表しうかどうかを実験的に検討することを目的とすると述べているので、余り細い討議は差し控えて、できるだけ著者らの意図に沿った討議を行ないたい。

最初に、著者らの目的が概ね達成されたことは時定数 T と G 値との関係が討議者らの知見と一致することから理解できる。 T はフロック粒度分布の遷移速度であり自平衡分布に達する時間 t^* は、 $t^* \approx 3T$ 、により求められるとしている。 t^* は表-3 のデータより式-1 のように近似的に表わされる。 $t^* \approx 3T \propto G^{0.6} \dots (1)$ これに関連して、討議者ら¹⁾ は実験と決定論的方法（微分方程式の数値解）により、 $m_t \propto S_m^{-0.2} \dots (2)$ を得た。ここで、 $m_t = 1.22 \sqrt{\varepsilon_0/\mu} d_1^3 n_0 t^*$ 、 $S_m = (d_{ma}/d_1)^3$ 。著者らの実験では、 $d_1^3 n_0 = \text{一定}$ 、 $K_p = 1.4$ (ALT 比 = 0.08) であり式-(2)から次のようにして式-(1)を得る。 $m_t \propto G t^* \dots (3)$ 、 $d_{max} \propto \varepsilon_0^{-0.33} \propto G^{-0.66} \dots (4)$ 、 $S_m \propto d_{max}^3 \propto \varepsilon_0^{-1} \propto G^{-2} \dots (5)$ 、 $G t^* \propto G^{0.4} \dots (6)$ 、 $t^* \propto G^{-0.6} \dots (1)$ 以上のより、 t^* と G 値との定性的関係については著者らと討議者らの結論は完全に一致する。したがって、自平衡分布については、マルコフ過程としての扱いが可能であろうと推察できる。

次に、以下のような諸点について御教示いただきたい。

(1) マルコフ過程の前提条件について：ある現象をマルコフ過程として取り扱うための前提条件は一般的に次の 3 つである。1) 入力のかんにかかわらず系の性質は不変である、2) 系は relaxation process の性質を持つ、3) 系は必ずランダムな要素を持つ。以上の 3 条件がフロック形成のどのような特性と対応するかを具体的に説明していただきたい。(2) P_{ij} が時間に依存しないという仮定について：フロックが乱流の剪断力により破壊する現象は本質的には粒子個数とは無関係であり、 $P_{ij} (i > j)$ な時間に依存しない。しかし、 $P_{ij} (i < j, i = j)$ は粒子個数の関数であり時間 t と無関係とはなりえないか。(3) 遷移行列 P の構造について：図-14、15によると著者らは $(S_1 \rightarrow S_3, S_4, S_5)$ 、 $(S_3 \rightarrow S_5)$ の成長はないものとしているが討議者らの経験や図-3、4によってもかなり初期の段階においても S_5 が出現する。したがって、図-14、15（粒径が除去に成長する）は現実と必ずしも一致しないと考えられる。この点についてのコメントをいただきたい。(4) S_4 の設定について：パドルの回転数 (Nr) が小さくなるほどフロック最大径 (d_{max}) は大きくなる ($d_{max} \propto Nr^{-1.0 \sim -1.13}$) ので、表-1 の S_5 がカバーする粒径幅は Nr が小さいほど広がる。このことが P の定式化と関係してくると思われるがどうであろうか。各々の G 値における d_{max} はどの程度か。(5) パターン探索法について：実験値から P を図-14 のように表すためにパターン探索法を用いているが、式-12 中の e_K^T の定義を含めてもう少し説明していただきたい。(6) フロックの破壊特性について：4 rpm における破壊は S_5 から微フロックがはく離し、6、10 rpm では S_4 、 S_5 が乱流渦による剪断力により分裂するとしているが、4 rpm と 6 rpm を境に急激に乱流強度が変わるとは考えにくくここで急に破壊機構が変わるのは不合理である。図-16 はむしろ P の仮定や S_i の設定によるものではないか。(7) 結論として：自平衡分布（式-10）を満足する P は確実に存在すると思われるが、フロック成長過程を式-(7)~(9)のように同一の P で表現可能かどうかは今後の検討課題である。この点について今後の見通し、展望をうかがいたい。

参考文献 1) 丹保, 渡辺: フロッキュレーターの合理的設計 (V), 水協誌, 第 457 号, 昭和 47 年 10 月