

(9) 凝集沈降に関する基礎的研究(II)

九州大学工学部 栗谷 陽一

〃 〃 〇楠田 哲也

〃 〃 古賀 憲一

I. まえがき

沈殿池における固液分離プロセスとしての凝集沈降は水処理システムにおける重要な現象の一つであるがその現象の解明および残留濁質量の予測法等についての検討は、未だほとんど行なわれていない。

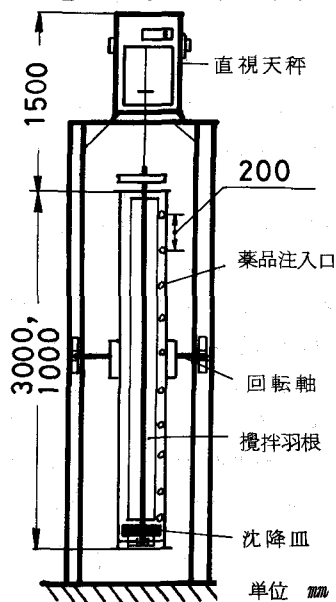
従来の研究のうち、現象解明の研究として、凝集沈降基礎式としての微積分方程式の特別な場合について数値計算したもの⁽¹⁾があり、また残留濁質量の予測として、非凝集沈降時と凝集沈降時の粒子の沈降速度の代表値の比を浄水場での実験から求めた丹保によるもの⁽²⁾があるが、凝集沈降特性が明らかにされるには至っていない。

本研究は、前報⁽³⁾に引き続き、凝集沈降現象の解明および沈殿池における濁質濃度予測を最終目的としている。本報では、濁質の沈降量の時間、空間変化および、水中残留濁質量の特性について明らかにすることを主目的として、実験および理論的考察を行ない、若干の知見を得たので報告する。

II. 実験装置および方法

沈降筒は $10\text{cm} \times 10\text{cm} \times 3\text{m}$ および、 $10\text{cm} \times 10\text{cm} \times 1\text{m}$ の亚克力樹脂製の角筒である。これらの沈降筒は、水平から鉛直まで、回転可能となっている。これらの沈降筒内部でフロック形成を行なえるように、内部に攪拌翼を設けている。攪拌翼は外径 16mm の真鍮パイプに外径が 76cm になるように十文字形に四枚の翼を取り付けたもので全長 29m および 0.85m である。フロックの沈降重量を秤量するために攪拌軸は中空のパイプとし、このパイプ中に細針金を通し、この針金の上端は実験時に天秤に、下端は沈降筒内下部に設けた外径 9cm 、内径 3cm のドーナツ型の沈降皿に常時接続している。天秤は 0.1mg まで秤量できる。また、沈降筒側面には、採水孔を 20cm 毎に設けている。

実験は以下のように 20°C に保った恒温室内ですべて行なった。まず沈降筒に学内水道水を満し、一昼夜放置して室温と水温との差を無くする。実験時に筒を水平に保ち、カオリン濃度が所定の濃度になるように濁質の高濃度原液を所要量注入し充分攪拌する。そして薬注後pHが所定の値になるように HCl あるいは NaHCO_3 溶液を注入し、充分攪拌する。その後硫酸ばん土を所定量注入し、所定の攪拌強度(G 値 100 sec^{-1})でフロック形成を所定時間(15分間)行なう。フロック形成終了後、すばやく沈降筒を鉛直にし、沈降天秤をセットする。そして沈降重量の時間変化を求める。また沈降天秤の受皿直上および筒中央部(筒長 3m の場合のみ)において接写によりフロックの粒度分布およびフロック体積の時間変化を求め、さらにストロボを一定時間々隔で点滅させて同一フロックの近接多重撮影を行ない、これから沈降速度と粒径の関係を求める。フロック濃度を濁度として求める場合には、筒側面の採水孔より採水した。また試料として活性汚泥を用いる場合には、福岡市東部下水処理場の曝気槽から採取したものを、水温調整して使用した。



図一 実験装置

なお、沈降筒内外の温度差に起因する筒内の対流を極力防止するため沈降筒は恒温室内の透明ビニール製のコンパートメントの内にセットしている。実験中に対流が生じた場合には、その時点で放棄し、再度やりなおした。装置概略を図一に示す。

Ⅲ. 実験結果 および考察

図-2 にフロック沈降開始後の正規化累加体積（各々の累加体積を1としている）と粒径の関係の例（濁質濃度30ppm, ばん土6ppm pH7, 水深3m）を示す。

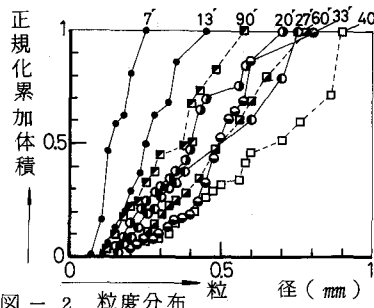


図-2 粒度分布

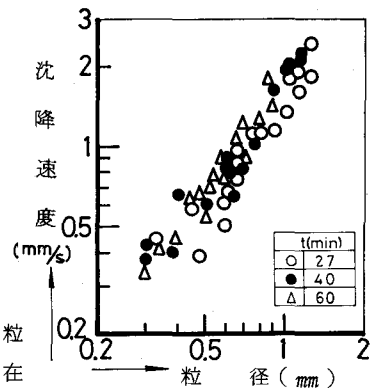


図-3 沈降速度

沈降開始40分後に最大成長

に達した後減少している。粒径の少し大きいところの正規化累加体積は粒径のほぼ自乗に比例し、成長時と減少時とではパターンに若干の差は存在

するが、粒度分布形は近似的に相似であるとみなしうる。図-3に図-2

と同一の場合の沈降速度と粒径の関係を示す。凝集正規格化累加質量があることが解る。また時間が経過してもこの関係係加質量にはほとんど変化がないことから、フロックの物性は濁質濃度の時間的減少にかかわらず一定していることが解る。図-3の結果を用い、ストークスの沈降速度式からフロックを球と仮定して求めた、図-2と同一条件の正規化累加質量（実験開始時の質量

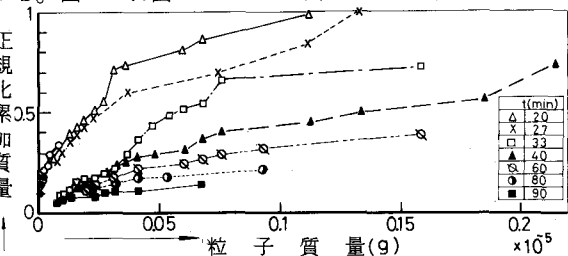


図-4 質量分布

を1としている)の時間変化を図-4に示す。27分程度までは累加質量は一定で、等濃度状態にあることを示している。27分を経過後質量濃度は減少しているが、最大粒子質量（最大粒径）は増大し、濃度がやや減少したところで最大値をとりその後減少する。この減少期間においても、各線は40分の時の線より右方へ移行していることから、濃度が減少しても凝集が常時生じていることを示している。図-4においては図-2以上に成長時と濃度減少時には質量分布形に相似性はそれぞれ近似的に存在するが、各々でその形は異なっていることが解る。図-5に図-2と同一条件で水深だけが異なっている場合の正規化質量濃度の時間変化を示す。図-6に同じ場合の空間変化を示す。粒子が小さく（軽く）なると読取り誤差が大きくなるため中程度の粒子を基準にして質量濃度 $P(z, t)$ (z : 水深, t : 時間)の時間空間変化を求めると、濃度減少期には、

$$P(z, t) \sim z^{1 \sim 1.3} / t^{1.5 \sim 2} \quad (1)$$

なる関係があることが解る。(1)の指数は実験条件により変化するが、常にこの形式の関係になる。このことから、凝集沈降の濃度減少期には、質量濃度にある特殊な関係が存在する可能性のあることが推察される。

さらに、累加質量のメディアン質量（累加質量が全質量の50%に相当するところの粒子質量） $p_{50}(z, t)$ の各水深での時間変化と空間変化（図-2と同一条件）の状態を図-7, 8に示す。これから p_{50} についても、

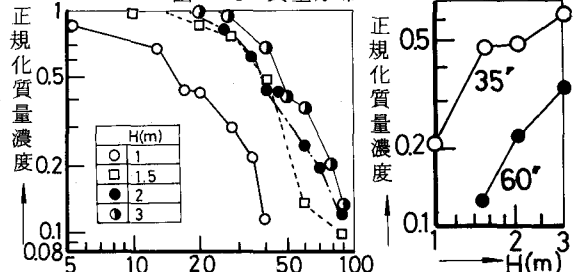


図-5 質量濃度変化

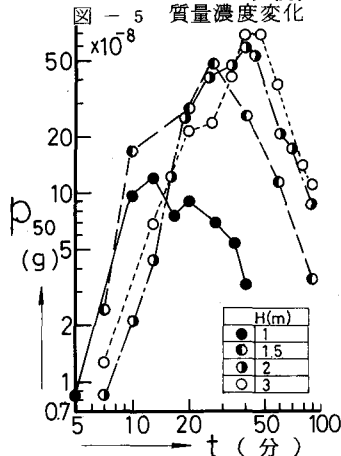


図-7 メディアン質量変化

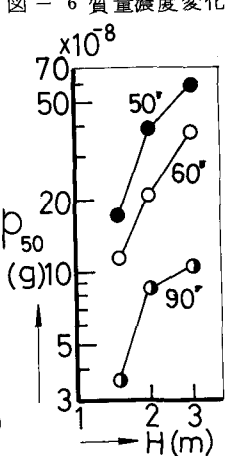


図-8 メディアン質量変化

メディア質量の減少期には $P(z, t)$ と同様の巾の関係が近似的に成立することが解る。

$$p_{50}(z, t) \sim z^{1.8} \sim t^{2.3 \sim 2.8} \quad (2)$$

一方、水中の残留濁度は図-2と同一条件の場合、図-9, 10のようになる。濁度にも(1), (2)と同様に巾の関係が存在する。図-6, 9において厳密には、水深 z の巾の値は、 z の値が大きくなるほど減少する傾向にある。

次に沈降フロック重量の例を図-11に示す。沈降初期には凝集により粒子が成長し沈降速度が速くなるため沈降重量の増加率が増加する。(等濃度成長期と称す。)ある時間経過後、水深が充分深く、濁質濃度がある程度大きいと、粒度分布は流体から受ける応力とフロックの剪断強度とのバランスにより定められる等濃度最大成長状態となる。このため

沈降重量の増加率は一定となる。(平衡期と称す。)平衡期が終了した後あるいは、水深が小さいか、濁質濃度が小さい場合には平衡期を経ずに濃度減少期に入る。これらの区別はある水深における時間変化を見た場合であ

る。ある時刻における水深方向の変化は、等濃度成長域か平衡域のいずれかと濃度減少域とに分けられる。図-11の見方をかえて、筒内に残留している濁質重量の変化を求めると図-12, 13(粘土フロック), 図-14(活性汚泥)となる。平衡期は図-11では直線になるが図-12, 13, 14では右下りのコブのようになる。特に注目すべきは濃度減少期において図-12, 13, 14の表現法では右下りの直線になることである。活性汚泥の場合には長時間沈積させると嫌気性になり発生ガスによる浮力のため最終時点で急激に下がる。粘土フロックの場合に、平衡期が無い短いもの右下りの勾配はほとんど一定で、 -1.5 程度となり、平衡期が長くなると、この勾配はゆるやかになる。活性汚泥の場合には試料採取日毎に条件が異なるので、変動はあるけれど、勾配は $-1/2 \sim 1$ である。ヘドロの場合には $-2/3$ 程度となり物性によりかなり差が生じる。フロックの場合には粒度分布形に相似性があるため、この勾配は、

$$u = u_0 \left(\frac{d}{d_0} \right)^m \quad (3)$$

ただし、 u : フロックの沈降速度, d : 粒径, u_0 : 粒径 d_0 のフロックの沈降速度, m : 指数, である。

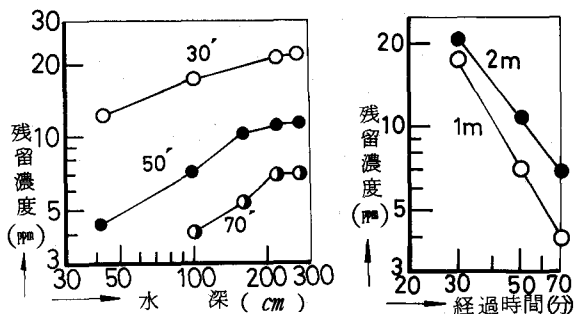


図-9 残留濁度変化

図-10 残留濁度変化

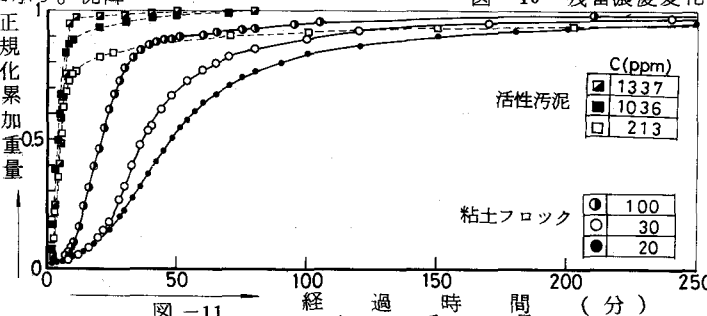


図-11 沈降重量変化

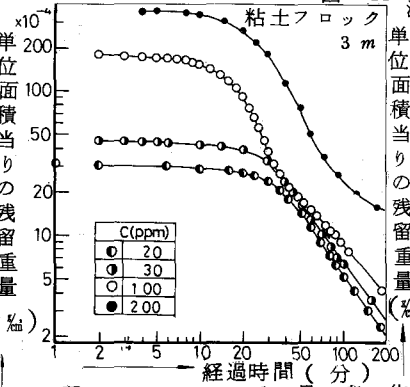


図-12 残留重量変化

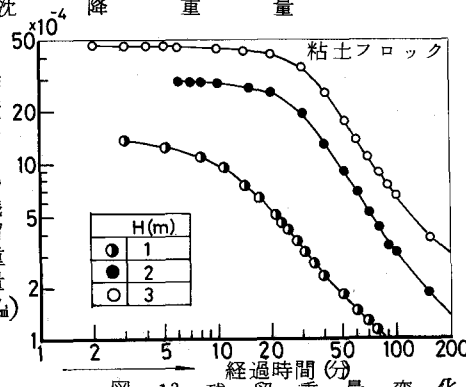


図-13 残留重量変化

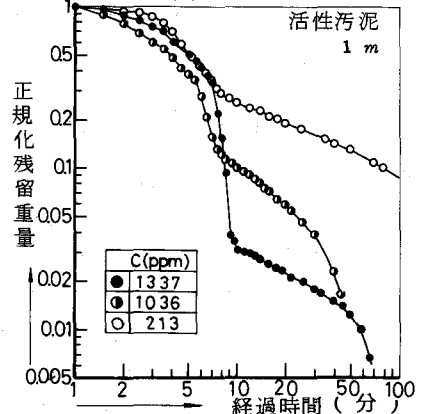


図-14 残留重量変化

と表わすときの指数 m と密接な関係があり、指数 m の増加とともに勾配の絶対値も増加する傾向にある。濁質量を30ppmと一定にし、ばん土量を変えて m の値を変えた場合の例を図-15に示す。

IV. 沈降量, 残留量に関する理論的検討

(a) 基本式

ブロックは常に球形で、成長するにつれて密度が減少することを考慮した個数濃度保存式は、

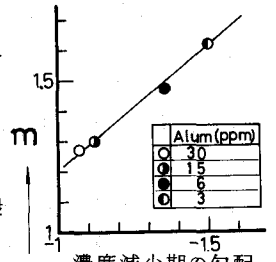


図-15 濃度減少期の勾配

$$\frac{\partial n(p, z, t)}{\partial t} + u(p) \frac{\partial n(p, z, t)}{\partial z} = \frac{1}{2} \alpha \int_0^p \beta(\tilde{p}, p - \tilde{p}) n(\tilde{p}, z, t) n(p - \tilde{p}, z, t) d\tilde{p} - \alpha n(p, z, t) \int_0^\infty \beta(p, \tilde{p}) n(\tilde{p}, z, t) d\tilde{p} \quad (4)$$

$$\beta(p, \tilde{p}) = \pi/4 \cdot \{d(p) + d(\tilde{p})\}^2 |u(p) - u(\tilde{p})| \quad (5)$$

ここに、 n : 単位体積当りのブロック個数濃度、 $u(p)$: 質量 p のブロックの沈降速度、 α : 衝突付着効率、 d : 粒径、 z : 水深、 t : 時間、である。

ブロック沈降時のレイノルズ数は1より小さいとして、ストークスの沈降式と(3)から

$$d = \left[\frac{g d_0^m}{3\pi\mu u_0} \left(\frac{\rho_c - \rho_w}{\rho_c} \right) \right]^{\frac{1}{1+m}} p^{\frac{1}{1+m}} = c_2 p^{\frac{1}{1+m}}, \quad (6)$$

$$u = \left[\frac{g u_0^m}{3\pi\mu u_0} \left(\frac{\rho_c - \rho_w}{\rho_c} \right) \right]^{\frac{m}{1+m}} p^{\frac{m}{1+m}} = c_3 p^{\frac{m}{1+m}}. \quad (7)$$

ここに、 g : 重力の加速度、 μ : 液体の分子粘性係数、 ρ_c : ブロックを構成している固形分の密度、 ρ_w : 液体の密度である。

(5), (6), (7) から

$$\alpha \beta(p, \tilde{p}) = \pi/4 \cdot c_2^2 c_3 \alpha p^{\frac{2+m}{1+m}} \cdot \beta_0(1, \tilde{p}/p) = c_1 p^{\frac{2+m}{1+m}} \cdot \beta_0(1, \tilde{p}/p), \quad (8)$$

$$\beta_0(1, \tilde{p}/p) = \{1 + (\tilde{p}/p)^{\frac{1}{1+m}}\}^2 |1 - (\tilde{p}/p)^{\frac{1}{1+m}}|. \quad (9)$$

図-2, 4からブロックの質量分布形には相似性が存在するので、 p_0 を基準質量として、

$$n(p, z, t) = f(z, t) \psi(\eta), \quad (10)$$

$$\eta = p/p_0. \quad (11)$$

単位体積当りのブロック質量と個数をそれぞれ $P(z, t)$, $N(z, t)$, 同じく残留濁質重量を $W_r(z, t)$ とすれば

$$P(z, t) = \int_0^\infty p n(p, z, t) dp = \lambda_1 p_0 f(z, t), \quad (12)$$

$$N(z, t) = \int_0^\infty n(p, z, t) dp = \lambda_0 f(z, t), \quad (13)$$

$$W_r(z, t) = \int_0^z g P(z, t) dz, \quad (14)$$

ただし $\lambda_i = \int_0^\infty \eta^i \psi(\eta) d\eta = \text{定数}, \quad (15)$

ここで、 $\lambda_0 \equiv 1$, $\lambda_1 \equiv 1$ になるように、 p_0 , $\psi(\eta)$ を定めても一般性は失なわれない。したがって、

$$n(p, z, t) = N(z, t) \psi(\eta) \quad (16)$$

$$\eta = p \cdot N/P \quad (17)$$

$$p_0 = P/N. \quad (18)$$

(16), (17)を(8), (9)とともに(4)に代入し、 $(0, \infty)$ の区間において p で積分すれば、

$$\frac{\partial N}{\partial t} + c_3 \lambda^{\frac{m}{1+m}} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ N \left(\frac{P}{N} \right)^{\frac{m}{1+m}} \right\} = -\frac{1}{2} c_1 \lambda_d N^2 \left(\frac{P}{N} \right)^{\frac{2+m}{1+m}} \quad (19)$$

あるいは

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{P}{N} \right) + c_3 \lambda^{\frac{m}{1+m}} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ P / N^{\frac{1}{1+m}} \right\} = -\frac{1}{2} c_1 \lambda_d P^2 / N^{\frac{m}{1+m}}. \quad (19')$$

ただし

$$\lambda_d = \int_0^\infty \int_0^\infty \eta^{\frac{1+2m}{1+m}} \beta_o(1, \tilde{\eta}/\eta) \Psi(\eta) \Psi(\tilde{\eta}) d\eta d\tilde{\eta} \quad (20)$$

(16), (17)を(8), (9)とともに(4)に代入し p を乗じて $(0, \infty)$ にて p で積分すれば質量保存式として

$$\frac{\partial P}{\partial t} + c_3 \lambda^{\frac{1+2m}{1+m}} \frac{\partial}{\partial z} (P p_o^{\frac{m}{1+m}}) = 0 \quad (21)$$

(b) 等濃度成長期

等濃度域では P が一定で、(19)の左辺第二項は無視できる。(19)を初期条件 $t=0$ で $N=N_0$ のもとで解くと、

$$\left(\frac{N}{N_0}\right)^{\frac{1}{1+m}} = 1 - \frac{c_1 \lambda_d}{2(1+m)} P^{\frac{2+m}{1+m}} \cdot t = 1 - c_a t \quad (t < \frac{1}{c_a}) \quad (22)$$

単位面積当りの沈降重量 W_s は

$$\frac{dW_s(t)}{dt} = g \int_0^\infty p n(p, t) u(p) dp = \frac{\lambda_w}{2} g c_1 c_3 \left(\frac{P^{1+2m}}{N^m}\right)^{\frac{2}{1+m}} \quad (23)$$

ただし、

$$\lambda_w = \int_0^\infty \int_0^\infty \left\{ (\eta + \tilde{\eta})^{\frac{1+2m}{1+m}} - 2 \eta^{\frac{1+2m}{1+m}} \right\} \eta^{\frac{2+m}{1+m}} \beta_o(1, \tilde{\eta}/\eta) \Psi(\eta) \Psi(\tilde{\eta}) d\eta d\tilde{\eta} \quad (24)$$

(23)に(22)を代入し、初期条件 $t=0$ で、 $W_s=0$ のもとで解くと、

$$\frac{W_s(t)}{c_w} = \frac{1}{(1 - c_a t)^{2m-1}} - 1 \quad m \neq \frac{1}{2} \quad (25)$$

$$\frac{W_s(t)}{c_w} = -\ln(1 - c_a t) \quad m = \frac{1}{2} \quad (26)$$

ただし、

$$c_w = g \frac{c_3 \lambda_w}{\lambda_d} \frac{m+1}{2m-1} \left(\frac{P^3}{N_o^2}\right)^{\frac{m}{1+m}}, \quad c_w' = \frac{3}{2} g \frac{c_3 \lambda_w}{\lambda_d} \left(\frac{P}{N_o^2}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (27)$$

実験データと(25)の計算結果とを $c_a = 3.2 \times 10^{-4} \text{ sec}^{-1}$, $c_w = 4.6 \times 10^{-4} \text{ g/cm} \cdot \text{sec}$ として重ね合せた結果を図-16に示す。計算曲線から離れた時点から平衡期あるいは濃度減少期に入ることになる。等濃度成長期が終り平衡期に入る迄に要する時間 t_b は、平衡期のフロックの最大質量を p_c とすれば、

$$t_b = \frac{1}{c_a} \left[1 - \left(\frac{a_0 P}{N_o p_c}\right)^{\frac{1}{1+m}} \right] \quad (28)$$

ここで、 a_0 : ある時刻におけるフロックの最大質量とその時点での基準質量 p_o との比、である。

平衡期に達しない以前に濃度減少期に入る水深と時間の関係は、等濃度成長域はその時点で存在する粒子の最大沈降速度で下方に移行するとして

$$z = \int_0^t u(p(t)) dt = \begin{cases} \frac{c_3 (\alpha_0 P)^{\frac{m}{1+m}}}{c_a N_o^m} \frac{1}{|m-1|} \left| \frac{1}{(1 - c_a t)^{m-1}} - 1 \right| & m \neq 1 \\ \frac{c_3 (\alpha_0 P)^{\frac{m}{1+m}}}{c_a N_o^m} \ln \frac{1}{1 - c_a t} & m = 1 \end{cases} \quad t < t_b \quad (29)$$

(c) 平衡期

沈降筒内単位面積当りのフロックの初期重量を W_o , フロックの重量濃度を w , 平均沈降速度を u_a , 凝集時間を t_o とすれば、 W_r は

$$\frac{W_r}{W_o} = 1 - \frac{w u_a}{W_o} (t + t_o) \quad (30)$$

(30)を用いれば、図-11 ~ 14 から、 u_a , t_o を求めることができる。

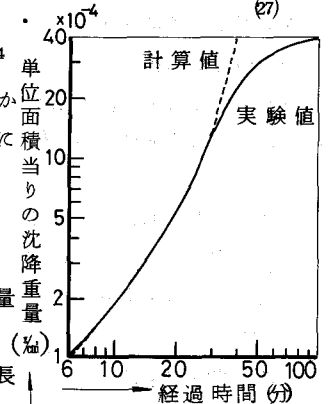


図-16 成長期沈降重量変化

(d) 等濃度減少期

(19), (21)を連立させて P , p_0 を求めればよいが、このようにして解を求めることは困難なので、 p_0 を(2)の形に仮定して(19)に代入し P の近似解を求める。(2)の関係は(12)の関数 $f(z, t)$ と p_0 を

$$f(z, t) \sim \frac{1}{p} \left(\frac{z}{ut} \right)^k, \quad p_0 \sim z^k t^r \quad (31)$$

と仮定し、(21)に代入して k と r を定めると

$$p_0 \sim (z/t)^{\frac{1+m}{m}}. \quad (32)$$

$m=1$ とすれば、(32)の巾の値は2, $m=1.3$ で1.8程度となり、(2)の関係と余り異ならない。

一般性を持たせるために

$$p_0 = \frac{1}{r} \left(\frac{z^s}{t^l} \right)^{\frac{1+m}{m}} \quad (33)$$

として(19)に代入すれば、

$$r z \left(\frac{t^l}{z^s} \right) \frac{\partial P}{\partial t} + \delta z \frac{\partial P}{\partial z} = \left[\frac{s}{m} \delta - \frac{m+1}{m} l r \frac{t^{l-1}}{z^{s-1}} - \frac{1}{2} \lambda_d c_1 r^{\frac{m}{1+m}} z \left(\frac{t^l}{z^s} \right)^{\frac{m-1}{m}} P \right] P \quad (34)$$

ただし

$$\delta = c_3 \lambda_{\frac{m}{1+m}} \cdot r^{\frac{1}{1+m}}. \quad (35)$$

(34)は $s=l=1$ の場合には、任意関数を含んだ形で求められ、

$$P = \frac{1}{m \lambda_d r^{\frac{m}{1+m}}} \frac{\{\delta - (1+m)r\}^2}{\delta - r} \left[\frac{1}{z^{\frac{1}{m}} t^{\frac{m-1}{m}} + t^2 f\left(\frac{t\delta}{z}\right)} \right]. \quad (36)$$

関数 f は初期条件、境界条件から定められるもので、次元を持った係数を含んでいる。 δ と r は同じオーダーであるので、 f を巾の形とすれば、 $t^{\delta}/z^r \ll 1$ では $z \rightarrow$ 大で P が減少する。この現象は凝集開始当初に水表面近傍で濃度が下方ほど小さくなる数値解の結果と一致する。 $t^{\delta}/z^r > 1$ では、実験結果と合せ考えると〔〕内の分母の第2項の方が第1項より大きくなり、 P が t の巾関数の形になることが解る。この場合、 z のみが大きくなると第2項は小さくなることになり z に関する指数が見かけ上小さくなる実験結果とも一致している。水中残留量は $t^{\delta}/z^r > 1$ のとき、 P として巾の形になるとして(14)に代入すると

$$W_r \sim z P$$

となり、巾の形はくずれない。このため、水中残留濁質量は $t/z > 1$ において図-12, 13, 14に見られる形しか取り得ないことになる。 $s=l=1$ 以外の(34)の解は現在のところ得られていないが、本質的には、(36)と同様であると考えられる。

V. おわりに

凝集沈降現象は上述のように時間的に等濃度成長期、平衡期、濃度減少期に、空間的に等濃度域、濃度減少域に分離できる。ここでは、これらについて、フロックの質量分布には相似性が存在するとの仮定のもとで理論解を示した。これらの結果から濁質濃度、沈降量の予測を行なうには種々の係数の値が与えられなければならない。現在既知であるものは、 $c_1, c_2, c_3, W_0, \eta > 1$ での $\Psi, p_c, w, u_a, t_0, u_0, d_0, m, s, l$, であり、未知のものとしては、 $\eta < 1$ での $\Psi, \alpha, \alpha\eta, N_0, \lambda_d, \lambda_w, \lambda_{\frac{m}{1+m}}, r$ およびこれらの関数の δ, c_a, c_w, c_w' 等である。フロックの物性により、これらの値は変化するので最終的には、データを集積して半実験式の形を取らざるを得ないと考えられる。手順としては、等濃度成長期には、 c_w, c_a と m から沈降重量を求め、この終点は(28)の t_b あるいは(29)にて z にある値を与えて解いた t にて与えられる。平衡期には $w u_a t_0$ を既沈降重量として差し引き、成長期の終点を時間の原点として求められる。濃度減少期のは平衡期の終点あるいは、成長期の途中に(36)をもとにした関係を接続することにより得られる。

これらについては、今後とも検討を加えたい。最後に実験に協力下さった院生木原宗道君にお礼申し上げます。

参考文献

- (1) 森, 吉沢: 化学工学, 32巻, 12号, 1968, p.1233~1240.
- (2) 丹保: 水道協会雑誌, 333号, 昭37.8, p.31~38.
- (3) 栗谷, 楠田, 古賀: 第11回衛生工学研究討論会講演論文集, 1975, p.7~12.