

(19) 汚泥の圧縮沈降に関する基礎的研究

九州大学工学部 栗谷陽一
○楠田哲也
古賀憲一

I. ま え が き

水処理の際に発生した汚泥の処理、処分問題は、昨今重大な問題となっており、この問題の重要性は将来とも増す一方と考えられる。発生した汚泥を自由沈降させたり、圧縮沈降（圧密沈降）させたりする濃縮操作により含水率を低下させることは、次に続く脱水操作にとって不可欠のことである。

圧縮沈降についての研究は数多くみられる。実験的研究としては、Work と Kohler⁽¹⁾ による、初濃度が同一で、初高の異なる汚泥の界面沈降曲線は相互に相似の関係にあるとしたもの、Roberts⁽²⁾ によるある時刻の汚泥界面の高さから圧縮沈降完了時の界面の高さを差し引いた高さは、時間的に指数関数となって減少するとしたもの、あるいは、汚泥の沈降速度の減少は汚泥の濃縮による見かけ密度差の減少と見かけ粘度の増大によるとした Robinson によるもの、等がある。一方、理論的研究としては、Kynch による、沈降時の均質な汚泥のある層の沈降速度は、その層の局所濃度のみの関数であるという仮定と、物質保存式から方程式 $\partial c / \partial t + V(c) \partial c / \partial x = 0$ (c : 汚泥濃度, V : c の関数として示される速度) を導びき、これをもとにして、ある初期濃度における一回の界面沈降・圧縮沈降の実験からそれより高い濃度の場合すべての界面の沈降曲線を推定し得るとしたものがある。これらの研究結果は既に多方面の分野で使用されているが、実用上うまくいかないことが多いとされている。この理由としては、圧縮沈降現象の本質が明らかにされていないこと、および Wall Effect の考慮が欠けていることによるもの等のためと考えられる。実際の圧縮沈降においては汚泥による自らを支える作用、つまり土質力学で用いられる有効応力の作用が無視できないと考えられるのに、従来の研究においてこの応力を考慮して、実験されたものは見うけられない。

本報告においては、まず非線形要素である有効応力を考慮した圧縮沈降の方程式を基礎として実験により汚泥の透水係数および有効応力と空隙率との関係を求める。そして、これらの関係を用いて数値計算により任意の初濃度、初高からの界面沈降曲線および等濃度線を求めようとし、圧縮沈降現象について考察を加えた。

II. 理 論

汚泥の圧縮沈降とは流体で飽和した汚泥が汚泥の自重により流体を排出して収縮する現象といえる。したがって、圧縮沈降中の汚泥内部には、流体だけの静水圧より大きい過剰水圧が発生することになるが、圧縮沈降完了時にはこの過剰水圧は無くなり、汚泥中の固体成分それ自体が自重を支えることになる。Kynch の理論は汚泥の有効応力を無視して構成されているので、圧縮沈降の本質を明確にするには有効応力の作用を考慮した運動方程式を導びかねばならない。基本式を誘導する際の簡単化のために以下の仮定をおく。

- (1) 汚泥の性状は均一である。つまり、汚泥の固体成分の性状は時間的、空間的に一定であり、しかも圧縮沈降時には汚泥としてその空隙率が時間的・空間的に変化するだけである。
- (2) 汚泥の固体成分および水の圧縮量は無視し得る。
- (3) 汚泥の間隙は水で完全に飽和されている。
- (4) 汚泥中の水の排出は一軸的に行なわれ、Darcy の法則に従う。
- (5) 汚泥の圧縮も一軸的に行なわれる。

これらの仮定により、鉛直方向座標を x として、静水圧を含めた運動方程式は以下のようになる。

$$\text{汚泥全体} \quad : \quad -\frac{\partial}{\partial x} \{ \epsilon P'_l + (1-\epsilon) P'_s \} - \{ (1-\epsilon) \rho_s + \epsilon \rho_l \} g = 0 \quad (1)$$

$$\text{汚泥液相} : -\varepsilon \frac{\partial P'_l}{\partial x} - \alpha(v_l - v_s) - \varepsilon \rho_l g = 0 \quad (2)$$

ここで、 ε : 汚泥の空隙率、 $\alpha(\varepsilon)$: Darcy 則による抵抗係数、 g : 重力の加速度、 P' : 静水圧を含めた各相の圧力、 ρ : 各相の密度、 v : 各相の実速度、添字 s , l : 各々固相、液相を示す。

(1), (2)において静水圧を差し引くために

$$P'_l = P_l + \rho_l g x + \text{const.} \quad (3)$$

$$P'_s = P_s'' + P_l \quad (4)$$

とし、さらに固相の圧力を空隙率を考慮して、

$$P_s = (1 - \varepsilon) P_s'' \quad (5)$$

さらに、透水係数 K を、 μ を粘性係数として次式のように定義すれば、

$$K = \frac{\mu}{\alpha} \varepsilon^2 \quad (6)$$

結局、運動方程式は $V_l (= \varepsilon v_l)$, $V_s (= (1 - \varepsilon) v_s)$ を各相の空塔速度として、

$$\text{汚泥全体} : \frac{\partial}{\partial x} (P_l + P_s) + (1 - \varepsilon)(\rho_s - \rho_l)g = 0 \quad (7)$$

$$\text{汚泥液相} : \frac{\partial P_l}{\partial x} + \frac{\mu}{K} \left(V_l - \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} V_s \right) = 0 \quad (8)$$

ここで、汚泥の固相の運動方程式は、(7)と(8)の差として得られる。

さらに、連続の式は、 q を汚泥全体としての空塔速度として

$$\text{汚泥全体} : V_l + V_s = q(t) \quad (9)$$

$$\text{汚泥液相} : \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial V_l}{\partial x} = 0 \quad (10)$$

一方、 x 座標を汚泥固体分の質量を用いた座標 $w(t, x)$ に変換すれば、(7), (8), (10)は

$$w = \int_0^x (1 - \varepsilon) \rho_s dx \quad (11)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} \right)_t = (1 - \varepsilon) \rho_s \left(\frac{\partial}{\partial w} \right)_t, \quad \left(\frac{\partial}{\partial t} \right)_x = -\rho_s V_s \left(\frac{\partial}{\partial w} \right)_t + \left(\frac{\partial}{\partial t} \right)_w \quad (12)$$

として

$$\text{汚泥全体} : \rho_s \frac{\partial}{\partial w} (P_l + P_s) + (\rho_s - \rho_l)g = 0 \quad (7)'$$

$$\text{汚泥液相} : (1 - \varepsilon) \rho_s \frac{\partial P_l}{\partial w} + \frac{\mu}{K} \left(V_l - \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} V_s \right) = 0 \quad (8)'$$

$$\text{汚泥液相} : \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \right)_w - \rho_s V_s \frac{\partial \varepsilon}{\partial w} + (1 - \varepsilon) \rho_s \frac{\partial V_l}{\partial w} = 0 \quad (10)'$$

となる。これらの(7)', (8)', (10)' は数値計算を容易にするために用いられる。ここで(7 ~ 10)を ε について整理すると、

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} - \frac{\partial j_x}{\partial x} = 0 \quad (13)$$

ただし、

$$j_x = -(1-\varepsilon) \frac{K}{\mu} \left\{ \frac{\partial P_s}{\partial x} + (1-\varepsilon)(\rho_s - \rho_l)g \right\} - (1-\varepsilon)g \quad (14)$$

となる。 K, P_s を ε のみの関数とすれば、

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} - \frac{dj_x}{d\varepsilon} \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = 0 \quad (15)$$

となり見かけ上 Kynch の式に変換されるが、 $b \{ (1-\varepsilon)K \cdot dP_s / d\varepsilon \} / d\varepsilon \neq 0$ である限り $(\partial \varepsilon / \partial x)^2$ の項を含み非線形となり、さらに $K \cdot dP_s / d\varepsilon \neq 0$ である限り、 $\partial^2 \varepsilon / \partial x^2$ の項を含むので方程式としての本質はまったく異なる。さらに、(14)、(15)において、 $q = 0$ としたときの定常解は、 P_{s0} をブランケット底部における P_s とするとき、

$$P_s = P_{s0} - (1-\varepsilon)(\rho_s - \rho_l)gx \quad (16)$$

となり圧縮沈降の完了状態は P_s と ε により決定されることが解る。

III. 実験装置および方法

実験装置は図-1に示すような、内径10cm、高さ2mのアクリル樹脂製円筒の底部に整流および逆流防止用のフィルターを付け、さらにフィルター面より上方に向って3cm間隔に圧力検出用の太目の注射針をゴム栓をとおして差し込んだものである。圧力検出はゲージ式の圧力変換器(共和電業製PC100GC)にて行ない出力電圧をAD変換して数値を読み取りキャリブレーション曲線から水頭に換算した。

実験に用いた試料は充分水簸した筑豊カオリン($\rho_s = 2.61 \text{ g/cm}^3$)を学内水道水に濃度2000ppmになるように混和し、バン士20ppm、セバランNP-10 6ppmを加えて作ったフロック(以下人工汚泥と称す)、または、福岡市の乙金浄水場における沈殿汚泥(平均バント注入量14.3ppm、原水濁度102ppm、平均処理水PH6.7、800℃1時間での灰分80%で、以下浄水場汚泥と称す。)である。

透水係数 K および有効応力 P_s を求める方法は2通り考えられる。第一の方法は図-1の装置において、一定の上向流を与え、ブランケット内の空隙率を鉛直方向に一定に近づける方法である。こうすれば、 $v_s = 0$ となり $V_l = q$ ととき P_s の実測値と(8)から K が求められ、さらにブランケットを数層に分割して汚泥を採取し、その乾燥重量および汚泥の密度等を求めれば、(7)から有効応力 P_s を求めることができる。⁽⁴⁾ しかし、この方法では、上向流速が極めて小さくなる ε の小さいところの測定が容易ではない。ここで採用した第2の方法は、適当な一定の上向流速を与えてブランケットを流動化させて層内の濃度を一定に近づけ実験開始と同時に上向流を止める、つまり $q = 0$ とする方法である。 $q = 0$ となると汚泥が沈殿し始める。そこで予め実験円筒の内壁に外部から磁力により固定した適当な間隔に配置したマーカー(発泡スチロールにブリキ片を取付け比重を汚泥のものに近づけた直径約4mmの球状のもの)に作用している磁力を順次切り、このマーカーが汚泥の圧縮につれて汚泥と一体となって下方に移動するようにし、各部分での汚泥の実沈降速度を求め得るようにする。こうすることにより(8)、(9)から K が第一の方法と同様にして求められ、さらに(7)から P_s が求められる。この方法によれば、空隙率がいかに小さくなくても、各点での汚泥の実沈降速度が直接求められる。

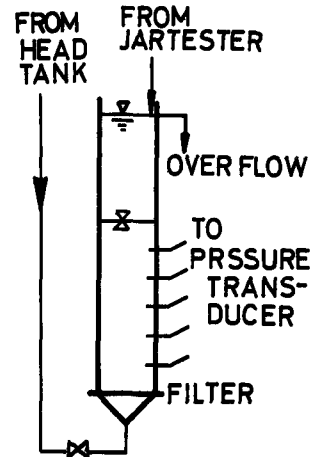


図-1 実験装置

より固定した適当な間隔に配置したマーカー(発泡スチロールにブリキ片を取付け比重を汚泥のものに近づけた直径約4mmの球状のもの)に作用している磁力を順次切り、このマーカーが汚泥の圧縮につれて汚泥と一体となって下方に移動するようにし、各部分での汚泥の実沈降速度を求め得るようにする。こうすることにより(8)、(9)から K が第一の方法と同様にして求められ、さらに(7)から P_s が求められる。この方法によれば、空隙率がいかに小さくなくても、各点での汚泥の実沈降速度が直接求められる。

IV. 実験結果と考察

浄水場汚泥を用いた圧縮沈降の界面およびマーカーの変位の実測例を図-2に示す。図中の数字は原点と界面のある点とを結んだときその距離でもってその線上の各マーカーまでの距離を正規化した値である。これらの数値から解るように同一マーカーの軌跡上の数値の変動は1割もなく見掛け上は相似形を示している

ように見
える。こ
の事実
は
Work-K-
ohler の
 P_s (cm)
関係が近
似的に成
立するこ
とを示し
ている。
また沈降
開始当初
の界面沈
降曲線に

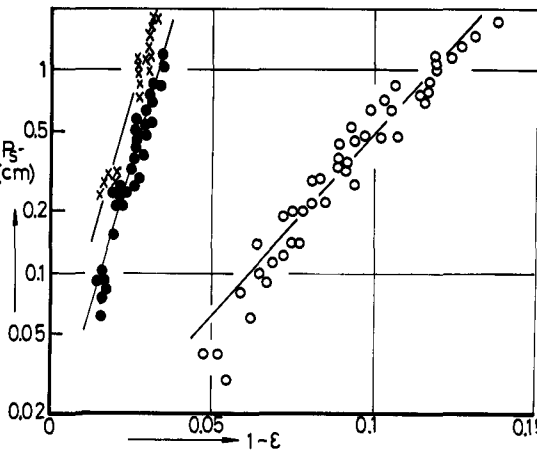


図 - 3 有効応力と空隙率
x, ● は浄水場汚泥 ○ は人工汚泥

時定数として、数時間の曲りが存在する。次に P_s と ε の実測
結果から求めた P_s と $(1-\varepsilon)$ の関係を図 - 3 に示す。流動化開
始空隙率で P_s は 0 となるため片対数紙上での表現は妥当では

ないが、浄水場汚泥の方が人工汚泥に較べて同一の空隙率では P_s が大きくなることを解る。このことは、圧
縮沈降時のブランケット内での粘土粒子の二次構造（微フロックが集合したときのマクロの構造）に著しい
相違のあることを示している。つまり、パン土だけで作ったフロックはセパンを含むものより一般的に剪
断強度が小さく flexible であるので、この汚泥の二次構造は充分発達しているが、セパンを含む人工汚泥は
核となる微フロックが密になっているので二次構造としては余り発達しないことによると考えられる。また

この P_s と ε の関係は、フロック
の剪断強度とは直接の関係はな
いとえられる。次に透水係数
 K と ε の関係を図 - 4（人工汚
泥）、図 - 5（浄水場汚泥）に
示す。なお、横軸には Kozeny
型の表示法を採用している。フ
ロックの圧縮沈降で Kozeny 式が
成立するならばこれらの図にお
いて勾配は 1 とならねばならな
いが、実際には 3 程度になって
おり、比面積と空隙量を等しく
する細管モデルの考え方がフロ
ックの場合には成立しないこと
を示している。図 - 4 の人工汚
泥の場合には図 - 5 の浄水場汚
泥ほど顕著ではないが、ある経
過時間における透水係数は $\varepsilon^3 /$
 $(1-\varepsilon)^2$ が大になるほど、両対
数紙上での勾配が減少すること

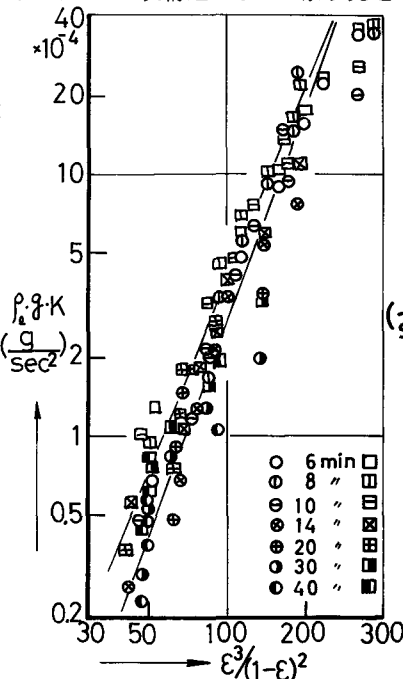


図 - 4 人工汚泥の透水係数
□ は実測値
○ は $B = 0$ とした場合の値

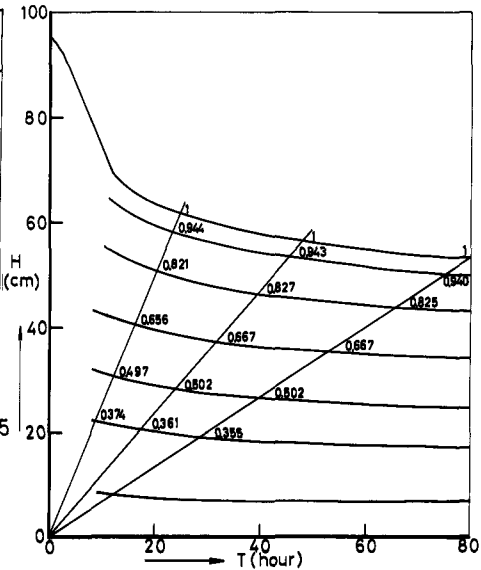


図 - 2 浄水場汚泥の沈降例
図中の数値は界面と原点との距離の比

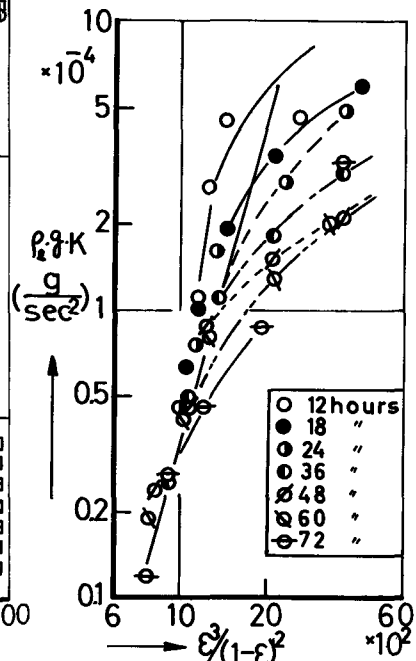


図 - 5 浄水場汚泥の透水係数

を示している。このことはLagrange 的に見れば、プランケット表層に近いところの汚泥は経過時間には関係なく、プランケット中央部、底部とはかなり異なった性質、つまり、プランケット内では常に分級作用が生じているため表層部には比較的軽い微粒のものが集まり易くなる性質のあることを示している。このことは同一の ε における K の値は浄水場汚泥の方が小さいことから解る。分級作用の影響は実験時には避られないので、前述の仮定(1)は厳密には成立しない。図-4中の○印で示した点は当初から $P_s=0$ として、求めた透水係数の値であり、Kynchの考え方に相当する透水係数である。 ε が小さくなるほど $P_s \rightarrow 0$ のときの透水係数の値より $P_s=0$ のときの値の方が小さくなるのは、有効応力による支持作用を透水係数の減少で補うためである。

$P_s=0$ として求めた透水係数の値を用いて界面沈降曲線を計算で求めても時間がかかり経過した時の状態を求められないことは、定常解が最密充填の状態しかないことから予想される。次に図-2と同一の実験により求めた P_s および単位面積当りの累加汚泥水中重量(P_s+P_t に相当)とプランケット高さとの関係を図-6に示す。ここで、圧力は水頭で示している。これによると沈降開始当初では有効応力は汚泥の累加水中重量に較べ無視しうような大きさであるが、時間が経過し界面が沈降するにつれて有効応力が増加し圧縮沈降完了時の定常状態では汚泥の水中重量をすべて有効応力として支えるようになることが解る。界面近傍で、汚泥の累加水中重量を示す曲線が下に凸になっていることは上述の分級作用の結果であると考えられる。土質力学で扱われている圧密理論において、Terzaghiの方法⁽⁵⁾では透水係数は空隙率の値によらず一定としているが、この考え方は圧縮沈降の場合には成立しない。さらに、三笠の方法⁽⁶⁾での圧密係数 $C_v=K/[\mu(1-\varepsilon)^3(dp/d\varepsilon)]$ 一定の考え方も図-7に示すように C_v は P_s が大になると、つまり ε が減少すると小さくなる傾向にあることから、圧縮沈降への適用には無理があると考えられる。

V. 数 値 計 算

計算法は以下のように行なった。まず、式の差分化は、 $(7')$ 、 $(8')$ 、 $(10')$ を用いて Δt と Δx でなく Δt と Δw で行ない、本計算では Δw を100個とった。これは質量保存を容易に満足させるためである。上向流を与えて、汚泥濃度を均一化した後上向流を止めて圧縮沈降を行なわせる場合には、まず(9)において $q=0$ とし、これと $(7')$ 、 $(8')$ および P_s 、 K の実測データから V_s と ε の関係を求めることができる。したがって、 ε が既知になると V_s も既知となり、これと $(7')$ 、 $(10')$ から次の時間ステップの ε を求めることができる。これを繰返すことにより数値解を求めることができる。プランケット内部に濃度不連続面が発生する場合には、境界条件はこの不連続面においては物質保存式を満足するようにし、界面では一定濃度とする。この場合の初期条件は、式を差分化しているため濃度不連続面における第1ステップ($t=\Delta t$)の空隙率の与え方によって決定されることになる。境界は時間的に移動するので、初期条件に相当する $t=\Delta t$ における第1ステップでの空隙率の値は、境界条件の与え方と同等にしている。濃度不連続面における移動境界では、 Δt の1ステップで Δw だけ移動するので、単なる時間的前進差分では下層の影響が境界面にまで到達しなくなる。したがって、本計算においては、 Δt を N 分割し、 $\Delta t/N$ とし、 N 回時間的に繰返した後、 Δw だけ境界を移動させることにし、しかも、この N を調整することにより発散を防止している。プランケット内に濃度不連続面が発生しない場合には、初期条件

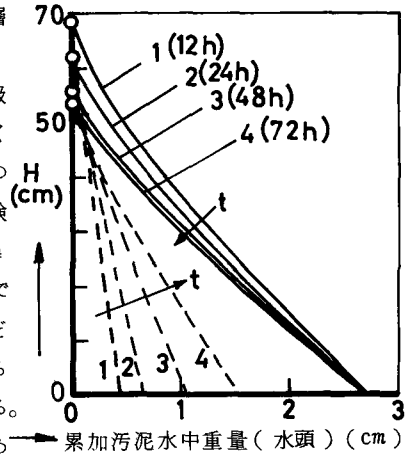


図-6 有効応力と累加汚泥水中重量との関係

— は有効応力
— は累加汚泥水中重量
● 数字は各々対応している。

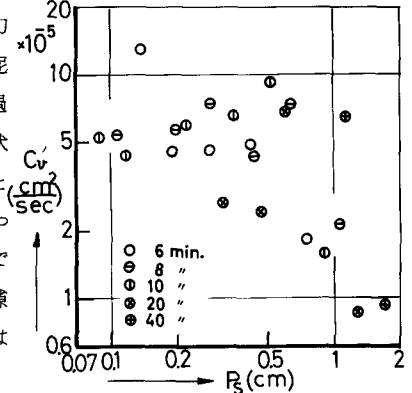


図-7 圧密係数と有効応力の関係 (人工汚泥)

として、ブランケットの高さ方向の空隙率を与え、境界条件としては、界面の濃度を一定とした。

計算結果の一例を図-8に示す。実線は人工汚泥についての実測値であり、破線は計算値である。上述したように界面付近には微粒の軽いフロックの集積に起因する透水係数の誤差のため、濃度不連続面と界面の交点付近および界面での実測値と計算値とはあまり一致していない。しかし、ブランケット高さから見た誤

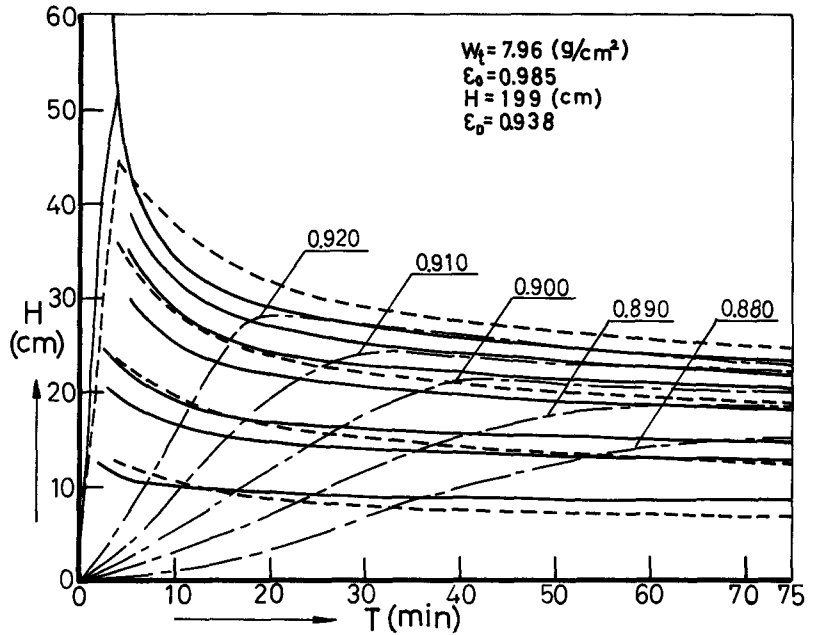


図-8 数値計算例(人工汚泥)

— は実測値 — は有効応力を考慮した計算値
 - - - は有効応力を考慮した等濃度線

差はただか1割前後に
 なっており、界面曲線のみに着目して、諸係数を決めると、その一致度は一層高めることができる。図中の一点鎖線は計算値から求めた等濃度線である。有効応力を考慮した計算から求めた等濃度線の傾向は常に同様であつて、等濃度線は時間経過とともに一度極大値を経た後、あるいは経ずに横軸と平行に近づく。そして圧縮沈降完了時に相当する最終状態では、透水係数に無関係な、(6)で規定される関係に近づく。Kynchの理論では、等濃度線は常に直線であり、しかも沈降完了時の濃度を人為的決定しなければ(たとえば、最密充填濃度等)ならない事情にあつたのとは、極めて異なる結果である。これらのことから、圧縮沈降へのKynchの理論の適用は困難であることが明らかになった。この計算法を用いれば、一度圧縮沈降実験を行ない、汚泥の密度および、透水係数、有効応力と空隙率の関係を求めれば、ブランケットの高さあるいは濃度が異なっても、数値計算により界面曲線や濃度分布を求めることができる。

V. ま と め

以上の結果をまとめると、透水係数および有効応力は空隙率の関数となること、圧縮沈降初期は透水係数の影響を強く受けるが、完了時では、有効応力のみにより層高および濃度分布が支配されること、かなりの時間経過後のKynch理論の圧縮沈降への適用は無理であること、Work・Kohlerの関係は近似的には成立するが同一濃度でも層高がかなり異なれば、有効応力の作用により誤差が大きくなる可能性があること等が明らかになった。

ブランケット内での分級作用および空隙率が1に近いところでのフロックの粒子性の概念を導入することにより、より精度の高い数値計算を行なうこと、および各種のサンプルについて実験を行ない透水係数や有効応力と空隙率との関係を決定すること等について今後検討を加えたい。

参 考 文 献

- (1) Work, L.T. and Kohler, A.S.: The Sedimentation of Suspension, Trans.Amer.Inst.Chem.Engrs., Vol.36, p.701, 1940.
- (2) Roberts, E.J.: Thickening-Art or Science?, Trans.Am.Inst.Mining Met.Engrs., Vol.184, p.61, 1949.
- (3) Kynch, G.J.: A Theory of Sedimentation, Trans.Paraday Society, Vol.48, p.166-176, 1952.
- (4) 栗谷・穂田・古賀: 汚泥の圧縮沈降に関する基礎的研究, 第3/ 回土木学会年次学術講演会 講演概要集/1976, p.450, 451
- (5) 山内豊昭: 土質力学; 理工文庫/1962, p. 72, 82
- (6) 三笠正八: 軟弱粘土の圧縮; 鹿島出版会