

河川水質日変動特性の解析ならびに重回帰分析, Kalman filterによる日変動の予測 — 淀川下流部水質変動を対象として —

金沢大学 工学部 寺島 泰

1. はじめに

水質汚濁発生の原因および結果としての水質発現様体と水質構成成分が多様化してくると、因果関係の把握や発現水質の予測、水質評価なども複雑にかつ容易でないが、これに対し多変量解析や時系列解析の手法と電算機の助けにより、影響因子の抽出や重相関度の分析、変動構造の解明、水質の総合評価などの試みがなされている。水質予測については決定論的手法以外による具体例はほとんどないようであるが、大気汚染予測などには適用されつつある多変量解析手法や、システム解析手法あるいは制御理論などが適用できよう。筆者は水文学の一環たるべき水質統計に興味をもち、河川表流Kを取水する浄水場の原水日資料に基づいて水質変動の特性に若干の検討を加え、発表してきたが、今回は因子分析、主成分分析などにより淀川下流部水質(柴島浄水場原水)およびその変動の評価を行ない、さらに重回帰分析手法およびKalman filterによる予測を試みたので報告する。

2. 因子分析, 主成分分析による評価

因子分析による淀川水質の総合評価は、庄司、山本氏らにより行なわれており、3個の共通因子として汚染因子、雨量因子、気温因子が抽出されている。ただしこの解析は昭和12年から33年に到る間の月別資料であるとともに、汚濁(原因)の変遷が急であった期間を一体にあつかっているところに検討の余地があるといえる。なお今回は人工汚染項目であるBOD、陰イオン活性剤、さらにマンガンを加えている。因子分析では変量 x を次のように共通

$$x_i = \alpha_{i1}f_1 + \alpha_{i2}f_2 + \dots + \alpha_{im}f_m \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad (1)$$

因子 f と因子負荷量 α の一次結合で表わすが、今回の解析では抽出因子は3因子までとしセントロイド法によって因子負荷行列を求め、さらにバリマックス基準により因子軸の回転を行なった。その結果、第1因子負荷の大きいものは記載の順にアルカリ度、比導電率、 $\text{NH}_4\text{-N}$ 、流量、陰イオン活性剤、BODなどであり、流量のみが負の相関を示している。この因子は雨量因子と人為的汚染因子の複合因子とみることができよう。第2因子については色度、濁度、 KMnO_4 消費量、マンガんに高い相関を示すから雨量因子、第3因子は水温、DO、一般細菌に相関を示すことから気温因子と考えられる。図-1には3共通因子より因子負荷量を3次元的に示した。

さらに全変量の変動を総合し、代表する因子(成分)としての f を主成分分析によって3因子まで求めた。上と同

$$f_i = \beta_{i1}x_1 + \beta_{i2}x_2 + \dots + \beta_{im}x_m \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (2)$$

図-1 3共通因子による因子負荷量の表示

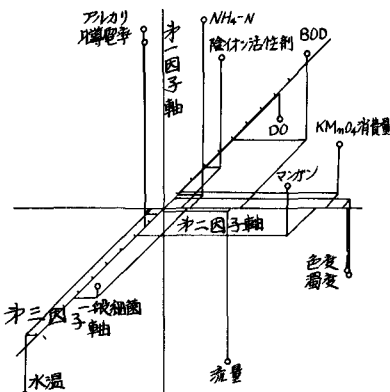


図-2 因子得点の変動

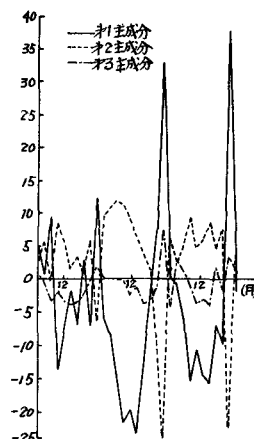


表-1 因子負荷量

X_j	β_{1j}	β_{2j}	β_{3j}
流量	0.747	-0.443	0.047
水温	0.255	0.027	0.907
濁度	0.317	-0.909	-0.035
色度	0.255	-0.936	0.005
KMnO_4 消費量	-0.269	-0.872	-0.144
比導電率	-0.933	0.087	0.061
総バクテリ	-0.925	0.171	-0.019
陰イオン活性剤	-0.561	-0.072	-0.411
$\text{NH}_4\text{-N}$	-0.889	-0.083	-0.176
BOD	-0.390	-0.389	-0.594
DO	0.263	0.035	-0.902

様にバリマックス回転を施している。なを庄司,山本代らは第1因子までを求め総合汚染指標としている。オオ因子までの累積寄与率は82%に達し, 因子の係数ベクトルは表-1のように求まった。第1~第3因子へのグルーピングの結果は, この場合一般細菌とマンガンの項目を欠いているが当然ながら第1~第3の場合とほぼ一致している。また水質項目分布形の検査結果(表-2)において, 今回雨量因子に類別された水質項目は流量と同様に対数正規型であり, 人為的汚染因子と雨量因子に類別されたもののうち流量以外の項目はほぼ正規分布に, 気温因子に類別されたものは周期性を反映した矩形分布かこれに類するものになるなどの注目すべき一致もえられた。なお, (2)式により因子得点を求めるには λ を標準型の正規分布に変換したのち行なう。図-2に因子得点の3ヶ年にわたる変動を示すが第1因子が周期性も含めて変動を顕著に示し, 第2因子が負の相関をもった変動を示している。資料は昭和43年8月5日以後3ヶ年間のもの, 流量は枚方地点におけるものである。

表-2 水質の頻度分布

項目	水質頻度分布	気候頻度分布
流量	順対数正規*	——
濁度	順対数正規*	順対数正規*
色度	順対数正規*	——
KMnO ₄ 消費量	対数正規	対数正規
アルカリ度	正規	対数正規
陰イオン性割合	順対数正規	順対数正規**
BOD	正規	対数正規
NH ₄ -N	正規	対数正規
比導電率	正規	——
DO	順矩形	——

* 対数値の分布が幾分左に歪んだもの
** 右

3. 重回帰分析によるBOD日変動の予測について

物理的モデルを用いる決定論的な予測はもちろんのこと, 非物理モデルを用いる確率論的な予測手法, また統計手法においても最近著しい進歩がみられ, 大気汚染予測への適用例が示されている。短期予測から中期, 長期があるが, とくに短期予測については日野代によるKalman制御理論と回帰分析・因子分析を組合せた予測法(KARFA法)の提案が新しく, 注目される。ところで河川水質について, 短期予測の場合は連続観測の項目が限られかつ資料の信頼度が低いことが難点であり, また予測の必要度の高い急性毒物(シアンなど)ほど, これらが一過性であるため予測し難い。現段階で最も信頼度の高い短時間間隔定時観測資料は浄水場原水水質日資料であるが, 今回は主要指標であるBODの日変動の予測をまず回帰分析によって試みる。なお, 日変動予測の効用性については本報告では問題としない。

(1) 予測モデル BODは測定に5日間を要することから, 現時点 k で未知の値 y は4日前からの値である。したがって推測(現時点までの値を求める)および予測モデルは, 一般的に下式のようなになる。 $X(k-i)$ は i 日前

$$y(k+l) = \phi_0 y(k) + \phi_1 y(k-1) + \phi_2 y(k-2) + \cdots + \phi_4 y(k-4) + \phi_5 \quad (-4 \leq l) \quad (3)$$

$$X(k-i)^T = \{x_1(k-i), x_2(k-i), \dots, x_m(k-i)\} \quad (4) \quad \phi_j(k-i)^T = \{\phi_{j1}(k-i), \phi_{j2}(k-i), \dots, \phi_{jm}(k-i)\} \quad (5)$$

の m 個の水質(関連)項目(独立変数)からなる m 次元ベクトル, $\phi_j(k-i)$ はそれら水質(関連)項目に対応する偏回帰係数からなるベクトルである。 $(k-4)$ 日までの X ではBODが, 同様な意味で一般細菌は $X(k)$, ある場合は $X(k-1)$ の成分となりえない。なお, BOD以外の成分の予測モデル(変量にBODを含まない)は(6)~(9)式のように表わせる。 ϕ は

$$X(k+l) = \phi_0 X(k) + \phi_1 X(k-1) + \cdots + \phi_4 X(k-4) + \phi_5 \quad (6)$$

$$\phi_j(k-i) = \begin{pmatrix} \phi_{j1}(k-i), \phi_{j2}(k-i), \dots, \phi_{jm}(k-i) \\ \phi_{j1}(k-i), \phi_{j2}(k-i), \dots, \phi_{jm}(k-i) \\ \vdots \\ \phi_{j1}(k-i), \phi_{j2}(k-i), \dots, \phi_{jm}(k-i) \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$\phi_j^T = (\phi_{j1}, \phi_{j2}, \dots, \phi_{jm}) \quad (8) \quad \{\phi_{j1}(k-i), \phi_{j2}(k-i), \dots, \phi_{jm}(k-i)\} = \phi_{jn}(k-i)^T \quad (9)$$

各従属変数の予測式における誤差項からなるベクトルである。

(2) 年間モデルによるBOD₅変動の予測 利用できる水質関連項目は表-1の項目にさらに一般細菌, フェーラル, pH, Mnが加わってBOD以外に4項目ある。まずこれら変量とBODとの相互相関(図-3)をみると, フェーラル, 比導電率はずらず7日の間で全般に相関が低い, 他はずらずととともに特徴ある変化を示している。流量, 濁度の場合は同一時点でのBODとの相関は比較的高いが, 日間隔があくにつれて急激に低下し, 色度, KMnO₄消費量の場合も週間の初期終期はほぼ同様な傾向を示しているが, 5日目くらいで幾分か逆相関がみ

られる。いっぽう、 NH_4-N や陰イオン活性剤など、 BOD と同様の人工汚染項目は、週間の中期に低下する相関度が終期に再び増大し、7日周期変動の存在がうかがわれる。水温と DO の場合は比較的大きめの値でほぼ一定しており、また M_n との相関度が5~6日目では他に比べて大きい負の値を示すことが興味深い。こうしてみると、相関をもとに変量を選別、縮小することは困難であり、前節における主成分分析の手法などにより縮小することが望ましいようであるが、今回はまず全変量をとりあげることとした。回帰の時間(日)ステップ j にしても、比較的大きくなるのが適切となる項目もあるが、計算機容量の制約もあるので $j=3$ ステップまでとした。一般細菌は $j=0$ ステップでは除くとすると、(3)式のモデルより独立変量は $X(k) \sim X(k-3)$ までで42個になる。これだけの変量に対して有意な偏回帰係数を決定するのに約2倍、80日間程度の変動のデータが必要であり、したがってこれだけの時間中での変動構造が予測式に反映されることになる。ほぼ一季節の期間であるが、こうして観点から以外では年間および約3ヶ月毎の変動構造を反映する予測式について検討した。重回帰による、より短期の予測モデルについては次節で述べる。データは47年12月末から1年間のもを用い、予測の時間ステップ j は最大5日までとって予測式を決定した。

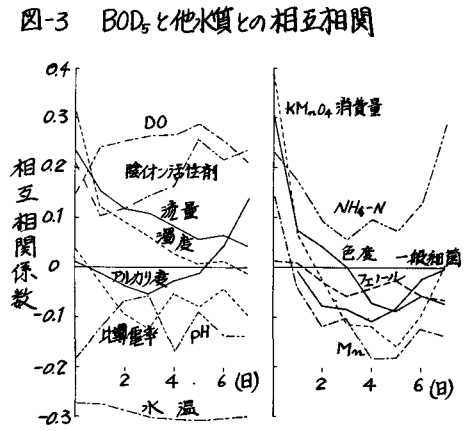


図-4は $BOD(k)$ の推測値、

図-4 重回帰分析による予測 (原データの場合)

$BOD(k+1)$ の予測値を示したものである。入力データとしてはモデル決定に使用したデータを用いているので、模擬的な推測、予測値はあるが、一時点毎の数値についてみれば計算式による値と実績との適合度をみることができ。実績変動は平均的にも変動の程の上にあるようだが、推測、予測値共に比較的良く追従している。

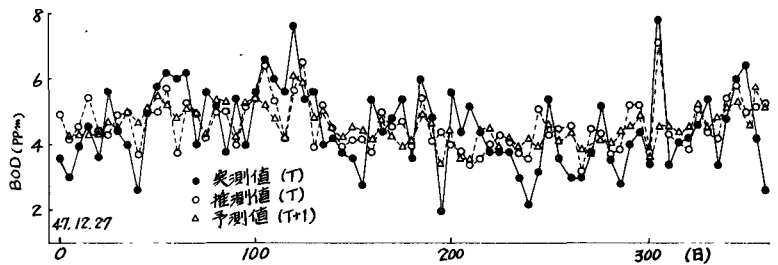
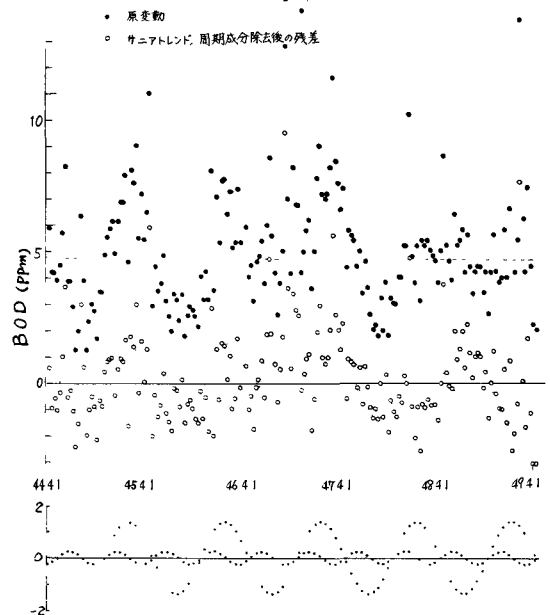


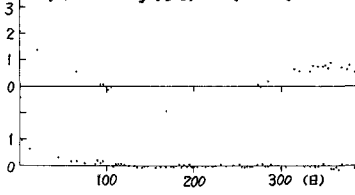
図-5 BOD_5 の長期的変動



(3) Linear trend, 周期成分の除去と変量変換による残差 BOD_5 の予測 図-5に昭和44年4月から5ヶ月間の BOD_5 の変動(10日間隔)を示すが、周期的変動がみられるので自己相関関数を求めると(図-6)年周期の存在が明らかである。さらにパワースペクトル(図-7)を求めると年周期に強いピークが確認できるほか、7日周期も明瞭に表れており、荒川流域の人工汚染物排出活動の周期性を反映しているものとして注目される。そこでまず最小2乗法に

図-6 BOD_5 の自己相関関数

よって linear trend を除き、ついで調和解析によって年周期成分を除いた。すなわら



原変動を(10)式のように一次近似成分 y_e , 周期成分 y_p , 残変動(残差) y_r の和として表わした結果, 昭和44年4

$$y(t) = y_e(t) + y_p(t) + y_r(t) \quad (10) \quad y_e(t) = At + B \quad (11)$$

$$y_p(t) = a_0 + \sum_{p=1}^N \{a_p \cos(p\lambda t) + b_p \sin(p\lambda t)\} = a_0 + \sum_{p=1}^N C_p \cos(p\lambda t - \theta_p) \quad (12)$$

$$a_0 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (y - y_e) \quad (13) \quad a_p = \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N (y - y_e) \cos(p\lambda t) \quad (14) \quad b_p = \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N (y - y_e) \sin(p\lambda t) \quad (15)$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{T} \quad (16) \quad C_p = \sqrt{a_p^2 + b_p^2} \quad (17) \quad \theta_p = \tan^{-1}(b_p/a_p) \quad (18)$$

月1日を始点($t=1$)として, $T=365$ 日, $h=3$ に対して諸数値は表-3のように求まった。長期傾向はごくわずかに下向きみである。図-5に y_e , y_p , y_r と $p=1, 2$ に対応する調和成分の変化を示した。残差 y_r は逆偶発的な正規確率系列となることを期待しているわけであるが, 分布型(図略)は正規型となるが, 図-5ではまだ幾分周期変動をしているようである。残差のスペクトル(図-7)を求めてみると, やはりまだ長周期変動と7日周期変動と認められる。

回帰分析では従属変量 y と独立変量 x との線型関係を前提にしているから線型でないものは変換を施すとよい。BODと他成分との関係は散布図, 相関係数分布形などが目安になることもあるが, 変換函数を決めるのは一般にはめんどうではある。今回は深くはこだわらず数値の比較的大きい流量と一般細菌と対数変換, 比導電率を1/2乗変換した。

以上の前処理ののち残差BODについて予測回帰式を決定した。残差予測値を y'_r とすれば, BOD予測値は次式で求まるが, 図-8には実測残差 $y_r(t)$ とこれの推測値 $y'_r(t+1)$ を示した。図-4と比較し

$$y' = y_e + y_p + y'_r \quad (19)$$

まみの場合予測精度の変化は必ずしも明瞭ではないが, 後述の検討によれば精度は向上している。なお, $(y_e + y_p)$ は長期的な変動傾向の予測値を与えるが, BODについては適合度が低いことが図-5で明らかである。

(4) 変量の低次元化および季節モデルによる予測 既述の結果において偏回帰係数の有意性の検定を行なってみると, 5%水準で有意なものは比較的少ない。そもそも相関が低い, 非線形関係である, 変量間の内部相関が高いなどの原因が考えられるが, これらを考慮しつつ変量を縮小したモデルの計算も行なった。これらを含めた全結果について, モデルの精度の一つの尺度である標本重回相関係数 R (実値と計算値の相関係数)によって比較(図-11)検討すると, 変量が多い方が $R=0.5$ の予測ステップのいずれにおいても R が大きく, また残差を用いる

$A(\text{PPM})$	-6.577×10^{-5}
$B(\text{PPM})$	4.788
調和解析	
p	$C_p(\text{PPM})$
1	1.360
2	0.170
3	0.151
θ_p	
	2.316
	0.091
	0.395
$a_0(\text{PPM})$	9.21×10^{-4}

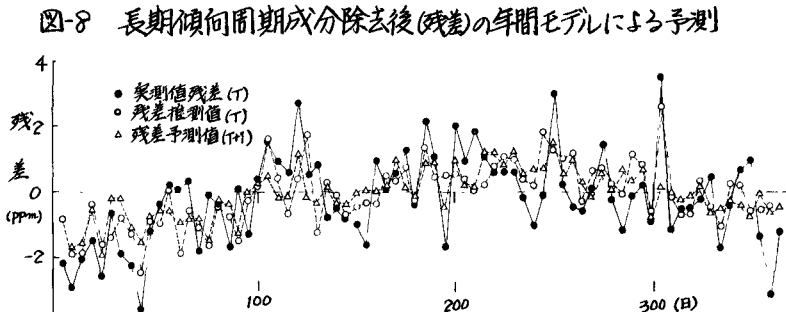
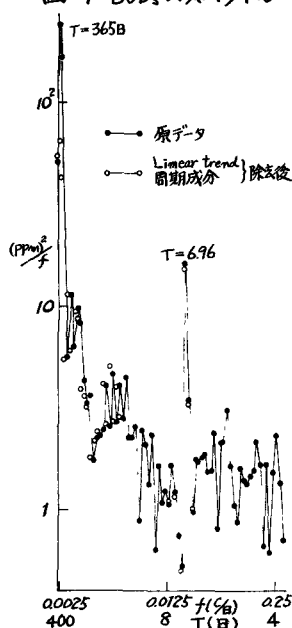
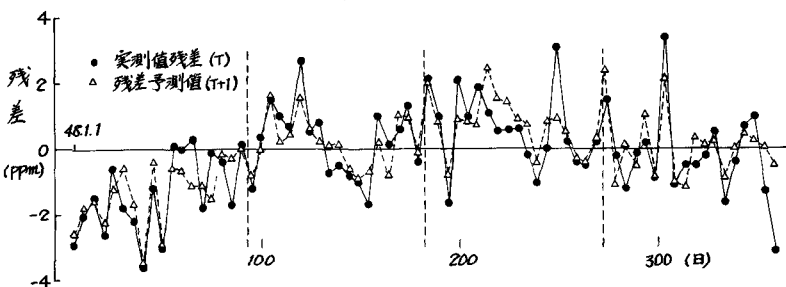


図-9 残差BOD₅の季節モデルによる予測



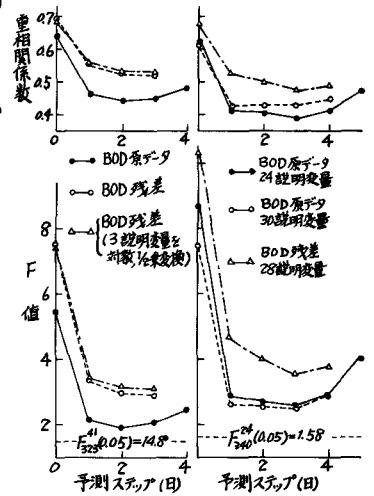
予測モデルのRが大きい。予測回帰式の有意性の判定(仮設: $\alpha=0$ の検定)は $F_{n-p-1}^m = (m-p-1)R^2 / m(1-R^2)$ によって行なうことができるがこれの変化も同時に示した。

つぎにはば一季節の長さ(≒2×変量)ごとに、全変量(3変量は変換)と残差を用いモデルを決定した(図-9)。図-8に比べても予測精度の向上が明らかであり、4区間におけるモデルのRも、0.70, 0.72, 0.74と今回検討したモデルのうちでは最大の値を示した。これは、残差に周期性が残っていることのほか、水質(変動)構造が季節的に変わることによるものと考えられる(図-2参照)。

4. Kalman filter および重回帰分析によるKMnO₄消費量その他項目の日変動の予測

本来は常微分方程式系として記述されるシステムの制御理論として提案されたKalman filterの理論を、偏微分方程式系で記述され、分布定数系である自然の輸送現象に適用しようとする手法の発展は、先にも述べたように日野氏の研究におうところが大きい。最近の提案としては大気汚染予測に対して、回帰分析と制御理論をくみあわせ前者で長周期変動を、後者で短周期変動を予測する、また因子分析(1.2では主成分分析)で変量を縮小して制御理論に結びつけるなど、いわゆる KARFA 法がある。水質汚染予測に対しても適応成果が期待できるが、河川水質に対してはKalman filterに限らないが降雨・流束時の水質予測に対する工夫が必要と思われる。ところで以下では種々の検討はさておいて、初段階としてKalman filterのみの適用と、回帰分析法との比較について述べる。過去の蓄積データの統計的解析からパラメータを決定する回帰分析とちがって、最新の情報をとり入れつつパラメータを決定するKalman filter法はBOD予測には適さない。そこでKMnO₄消費量その他の日変動予測に適用してみる。

図-10 各モデルの重回帰係数とF値



Kalman filterによるパラメータ推定では、まず m 次元 j 階のシステム微分方程式を次の定差方程式で表す。

$$\left. \begin{aligned} x_{i,k} = & (f_{i1}x_{i,k-1} + f_{i2}x_{i,k-2} + \dots + f_{ij}x_{i,k-j}) + (f_{i21}x_{2,k-1} + f_{i22}x_{2,k-2} + \dots + f_{ij2}x_{2,k-j}) \\ & \dots + (f_{im1}x_{m,k-1} + f_{im2}x_{m,k-2} + \dots + f_{imj}x_{m,k-j}) \\ & + (g_{i1}u_{1,k-1} + g_{i2}u_{1,k-2} + \dots + g_{i1l}u_{1,k-l}) + (g_{i21}u_{2,k-1} + g_{i22}u_{2,k-2} + \dots + g_{i2l}u_{2,k-l}) \\ & \dots + (g_{in1}u_{n,k-1} + g_{in2}u_{n,k-2} + \dots + g_{inl}u_{n,k-l}) + w_{i,k-1} \\ & \dots \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

$$\left. \begin{aligned} x_{m,k} = & (m_{f11}x_{1,k-1} + m_{f12}x_{1,k-2} + \dots + m_{f1j}x_{1,k-j}) + (m_{f21}x_{2,k-1} + m_{f22}x_{2,k-2} + \dots + m_{f2j}x_{2,k-j}) \\ & \dots + (m_{fm1}x_{m,k-1} + m_{fm2}x_{m,k-2} + \dots + m_{fmj}x_{m,k-j}) \\ & + (m_{g11}u_{1,k-1} + m_{g12}u_{1,k-2} + \dots + m_{g1l}u_{1,k-l}) + (m_{g21}u_{2,k-1} + m_{g22}u_{2,k-2} + \dots + m_{g2l}u_{2,k-l}) \\ & \dots + (m_{gn1}u_{n,k-1} + m_{gn2}u_{n,k-2} + \dots + m_{gnl}u_{n,k-l}) + w_{m,k-1} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

$x_{i,k}$ ($i=1, \dots, m$), $u_{l,k}$ ($l=1, 2, \dots, n$) は時刻(ステップ) k における状態変数および入力, $w_{i,k}$ はノイズ要素にともなう雑音である。ここで(22)~(25)のベクトル, 行列を定義し, 定差方程式を(26)式のように表す。

$$h(k-1) = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & \dots & f_{1j} & f_{21} & f_{22} & \dots & f_{2j} & \dots & f_{m1} & f_{m2} & \dots & f_{mj} & g_{11} & g_{12} & \dots & g_{1l} & g_{21} & g_{22} & \dots & g_{2l} & \dots & g_{n1} & g_{n2} & \dots & g_{nl} \\ f_{211} & f_{212} & \dots & f_{21j} & f_{221} & f_{222} & \dots & f_{22j} & \dots & f_{2m1} & f_{2m2} & \dots & f_{2mj} & g_{211} & g_{212} & \dots & g_{21l} & g_{221} & g_{222} & \dots & g_{22l} & \dots & g_{2n1} & g_{2n2} & \dots & g_{2nl} \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$m_{f11} & m_{f12} & \dots & m_{f1j} & m_{f21} & m_{f22} & \dots & m_{f2j} & \dots & m_{fm1} & m_{fm2} & \dots & m_{fmj} & m_{g11} & m_{g12} & \dots & m_{g1l} & m_{g21} & m_{g22} & \dots & m_{g2l} & \dots & m_{gn1} & m_{gn2} & \dots & m_{gnl} \end{bmatrix}^T \quad (22)$$

$$M(k-1) = \begin{bmatrix} y & y & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & y \end{bmatrix} \quad (23) \quad y = \{x_{1,k-1}, x_{1,k-2}, \dots, x_{1,k-j}, x_{2,k-1}, x_{2,k-2}, \dots, x_{2,k-j}, \dots, x_{m,k-1}, x_{m,k-2}, \dots, x_{m,k-j}, \\ u_{1,k-1}, u_{1,k-2}, \dots, u_{1,k-l}, u_{2,k-1}, u_{2,k-2}, \dots, u_{2,k-l}, \dots, u_{n,k-1}, u_{n,k-2}, \dots, u_{n,k-l}\} \quad (24)$$

$$w(k-1) = (w_{1,k-1}, w_{2,k-2}, \dots, w_{m,k-1})^T \quad (25)$$

$$Z(k) = M(k-1)h(k-1) + w(k-1) \quad (26)$$

$$Z(k-1) = Z(k) \quad (27)$$

さらに(26)のように書きかえると(26)式は(28)式となるが、これは Z を観測量、 h を状態ベクトル、 M を変換行列とする離散表示形の観測方程式とみなせる。そこで h の状態方程式として(29)式をとれば、この最適推定には

$$Z(k-1) = M(k-1)h(k-1) + w(k-1) \quad (28) \quad h(k) = \psi(k|k-1)h(k-1) + v(k-1) \quad (29) \quad Z(k+1) = M(k)h(k) \quad (30)$$

Kalman filterによる最適状態推定の方法が適用できる。システムパラメータベクトル $h(k)$ が推定されれば(30)式で $Z(k+1)$ が予測できる。 ψ は状態変換行列で本計算では単位行列とする。 v は Z の観測系に入る誤差 v 、パラメータを状態変数と考える場合(29)式には雑音となる。

さて $KMnO_4$ 消費量その他の項目の重回帰予測モデルは(6)~(9)式であるが、 $l=1$ とするとこのモデルが上述のシステムモデル(20,21式)において入力(外乱)のない場合に一致することを具体的に示しておく。すなわち(6)式は項の並べかえにより(31)(32)式のように示されるが、これは(20)(21)式と同型であり $m_f(m_j) = \delta_{mm}(k-j)$, $x_{m,k-j}$

$$x_{l,k+1} = \{\delta_{11}(k)x_{l,k} + \delta_{11}(k-1)x_{l,k-1} \cdots + \delta_{1l}(k-j)x_{l,k-j}\} + \{\delta_{12}(k)x_{2,k} + \delta_{12}(k-1)x_{2,k-1} + \cdots + \delta_{12}(k-j)x_{2,k-j}\} \\ \cdots \cdots + \{\delta_{1m}(k)x_{m,k} + \delta_{1m}(k-1)x_{m,k-1} \cdots + \delta_{1m}(k-j)x_{m,k-j}\} + v, \quad (31)$$

$$\cdots \cdots \cdots \\ x_{m,k+1} = \{\delta_{m1}(k)x_{l,k} + \delta_{m1}(k-1)x_{l,k-1} \cdots + \delta_{m1}(k-j)x_{l,k-j}\} + \{\delta_{m2}(k)x_{2,k} + \delta_{m2}(k-1)x_{2,k-1} \cdots + \delta_{m2}(k-j)x_{2,k-j}\} \\ \cdots \cdots + \{\delta_{mm}(k)x_{m,k} + \delta_{mm}(k-1)x_{m,k-1} \cdots + \delta_{mm}(k-j)x_{m,k-j}\} + v, \quad (32)$$

$= x_{m,k-j+1}$, $\delta_{mm,k-1} = \delta_m$ のような対応となっている。さてまず状態変数として $KMnO_4$ 消費量、これと相関度の比較的高い濁度、色度、 NH_4-N の4つを選び、Kalman filterでは $j=3$ 、雑音 w の分散としてはそれぞれの変動の分散値(16, 950, 625, 0.15)を与え、観測系の雑音 v はゼロとし50ステップまで各ステップで予測計算を行なった。50ステップ以降は予測値を用いてパラメータ推定を行ないさらに予測を行なっている。また同一データについて重回帰予測を(1)式で行なった($j=3$)。予測モデル決定のためのデータは30日間さかのぼるものを用い、一日毎に偏回帰係数を決定する。 $KMnO_4$ 消費量と濁度の予測結果を図-11, 12に示すが、Kalman filterの場合は回帰のステップ(j)が小さいためか1日おくれの予測の様相がある。重回帰予測でも回帰ステップは同様であるが、使用データが30日にわたるためか、上述の様相はさほど強くなく、比較的良い予測を示している。いずれの場合も降雨流出時のような状態の急変に対する予測には問題がある。前者の場合の(実現値-予測値)の分散も示した。図-13には $KMnO_4$ 消費量のみにつき $j=7$ まで、予測したのだが、予測おくれは幾分か改善されている。

図-12 Kalman filter, 重回帰分析による濁度の予測

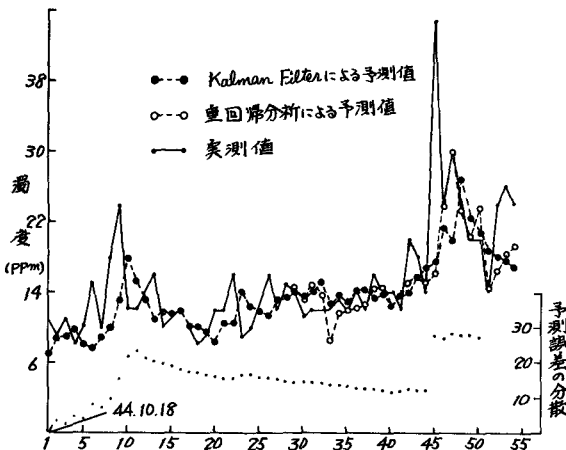


図-11 Kalman filter, 重回帰分析による $KMnO_4$ の予測

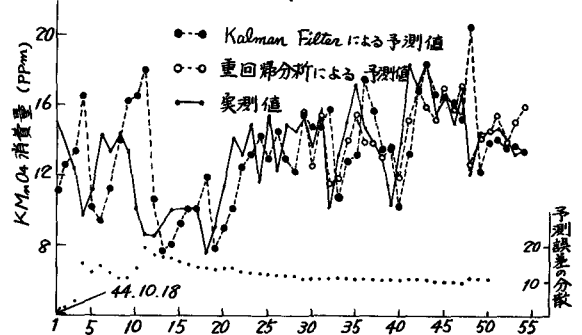


図-13 Kalman filterによる $KMnO_4$ の予測 ($j=7$)

