(10) 非定常拡散方程式の数値計算方法（その2）（討　議）

電力中央研究所　和田　　明

本文で展開されている数値手法の利点の一つは、非線形性が解析的方法におけるよりもしばしば容易に計算されることである。一方、差分法に基く数値計算手法の展開は、厳密な解析というよりはむしろ技術と考えられる。このことは与えられた微分方程式に対して有限差分近似を書く唯一の方法が存在しないためであろう。著者はこの点に関して二三の差分方式について物理現象の再現性，解の安定度と関連させて拡散方程式の差分表示法の改良を試みたもので、その研究結果は水質汚濁予測問題の解決に大きな役割を果すものと考えられる。

式（1）の移流項の差分方式が拡散計算において重要な役割を演じる。特に式（1）の左辺を後方差分方式を適用すると、

$$C_{i,k+1}-C_{i,k}+V\cdot\frac{\Delta t}{\Delta x}(C_{i,k}-C_{i-1,k})=0$$

となる。このとき、上式は一次のオーダまで考えると、

$$\frac{\partial C}{\partial t}=-V\cdot\frac{\partial C}{\partial x}+\frac{1}{2}V(1-F)\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$$

の近似ともみることができ、正の数値分散項（右辺第2項）によって不安定がかくされることになる。この分散項が著者の式（3）に対応するものである。

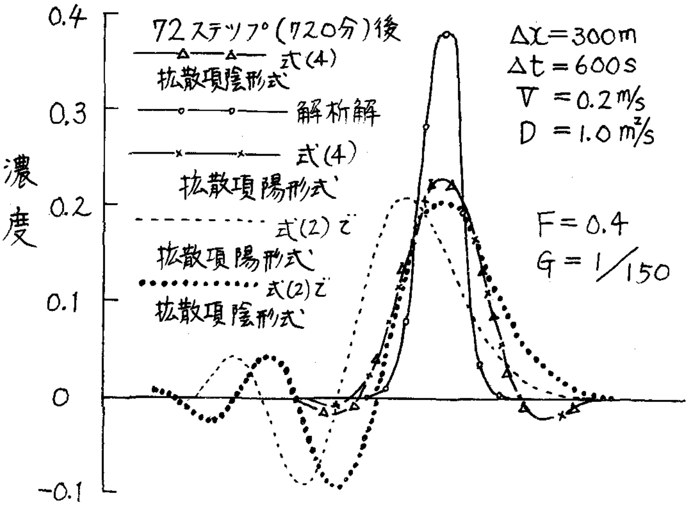

図-1　差分表示方式の比較（和田）

さて著者は、先に拡散方程式の差分化の方法として、移流項と拡散項に別々の差分表示法を用いることによってよりよい数値解が得られる可能性があるとして、いくつかの試算を行ない、解析解と比較して移流項に陽形式，拡散項に陰形式の差分を用いるとき、非常に解析解に近い数値解を得られることを報告された。本文の内容はこの差分方式を前提として展開されておりますが、後述するようにこの差分方式のみが必ずしも最適であるとは判断できない面もあるので、この差分方式がどのような形式の実験を実施して、このような結論にいたったかをご説明下さい。

拡散係数が大きい場合（$G >> F(1-F)/2$）においては、拡散方程式の差分形式は著者が報告されているように何れの方式を採用しても問題ないと考えられる。従って、拡散係数が小さい場合について二三の意見を述べたい。著者は表－1などの結果から、拡散項を陰形式で表わすのが適正であると主張されています。討議者の試算によると、移流項をFrommの差分方式あるいは後方差分方式で表わした何れの場合においても、拡散項を陰形式にしたことによる改善はほとんど認められません。　図－1は各々の差分表示方式による解と厳密解とを比較したものである。これによると濃度ピーク値の後方に負の濃度が生ずる問題は、移流項にFrommの方式を採用することによって解決されることは著者の知見と同じであるが、拡散項については陽・陰何れの方式によっても有意な差がないことが認められる。

いずれにせよ、実際の拡散現象は複雑であるので、拡散に関する現象の素過程それ自体を基礎的実験，実証的な調査研究の手法を併用して検討し、解析手法に反映させる必要があると考えられ、今後の研究成果が大いに期待される。