

下水道整備計画に関するシステム論的研究 I

—とくに河川汚濁制御と面整備について—

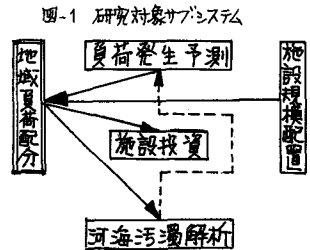
(株) 日本水道コンサルタント 正員 堤 武

〃 〃 大岡 良巳

〃 〃 中村 正久

1. はじめに

下水道施設は、大きくわけて点(処理プラント)、線(幹線パイプ)として面(枝線パイプ)の3つに分類される。これらは、当然、時・空間領域において、各目的かつ有機的に結合された機能を実現するように計画されねばならない。しかし、河川汚濁制御の立場から点・線・面を時・空間領域において統一的に同一尺度で計画することは非常に困難である。したがって、筆者らが提案した方法論的下水道計画システムのうち、本研究では、図-1に示すような地域負荷配分サブ・システムをとくに面整備と河川汚濁との関連で考察する。図-1より明らかなように、研究対象は、負荷発生予測ならびに施設規模配置サブ・システムの出力を入力とし、研究対象をある時間断面で切ったとき、この出力は、河川汚濁の状態を与え、さらに点投資³⁾、線投資⁴⁾のための情報を提供するものであることが望ましい。したがって、本研究では、このようなモデルを適応制御プロセスのうち2点境界値問題と認識する。このように考えることにすれば、地域負荷配分(以下、面的下水道整備レベルとよぶ。)の時間的経過を記述することが可能となる。

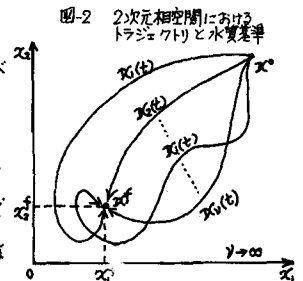


面的下水道整備レベルを操作変数 $u(t)$ とし、さらに河川のいくつかの点の水質尺度を状態変数 $x(t)$ とすれば、初期状態 $x(0)$ が調査などにより計測可能で、計画目標年次 T の最終状態 $x(T)$ が水質基準によりおさえられるから、結局、われわれの問題は、2点境界値問題として、以下のように定式化することができる。すなわち連続形で、

$$dx/dt = f(x, u), \quad x(0) = x^0, \quad x(T) = x^T, \quad g(u) \leq 0 \quad (1.1)$$

$$J = \int_0^T \phi(t) dt \rightarrow \max. \text{ (or min.)}, \quad 0 \leq t \leq T \quad (1.2)$$

となる。ここに x^0, x^T は定数ベクトルで、(1.1)式は、状態方程式、境界条件、制約条件を表わし、(1.2)式は評価関数である。図-2に示すように状態方程式は相空間における状態の運動を記述するものであり、この運動経過をトラジェクトリとよび、一般に状態のトラジェクトリは無限にある。このうち、もっとも好ましいものを求める基準が(1.2)式で記述されるのである。以下、(1.2)式の最大化(最小化)に対応する $x(t), u(t), (0 \leq t \leq T)$ を最適トラジェクトリ、最適操作(下水道整備レベル)とよぶ。こうして、計画目標年次に水質基準を満足するためには、いつ、どこに、どの程度の下水道整備レベルをほりつけるか。という問題の有効な情報を得ることが可能になると期待しうる。



2. モデルの定式化⁶⁾

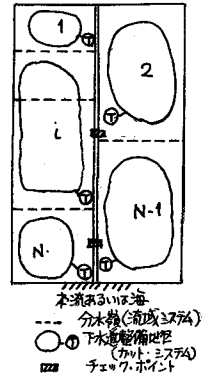
ここではまず、研究対象システムの理想化を行ない、カットなる概念を提示し、しかる後(1.1)、(1.2)式で示される状態変数、操作変数の制約条件を以て評価関数を明らかにする。

2.1 システム・モデルとカット

それぞれのシステム・モデルは図-3に示すカット・システムの直列的、並列的あるいは分岐的な組合せとして把握される。ここで、それぞれの考察する水質測定点BOD[g/m^3]とし、研究対象システムの理想化のためつぎの仮定をおく。

- ① 各地区は施設設計上独立な単位で、河川の負荷量の状態で結合される。
- ② 負荷量の河川への流達は、各地区とも一点で行われる。
- ③ 流速率は発生負荷量の実績値と水質調査値の補正係数的役割を有する。
- ④ 面整備に对应する線・点整備は瞬時的に行われる。

図-3 研究対象システム



以上の仮定のもとに、自然的、人為的カット負荷量をつぎの両式のように定義する。すなわち、連続形では、

$$C_i^u(t) = u_i^u(t) \cdot w_i(t) \cdot \{ A_i(t) - g_i^* \cdot A_i(T) \cdot \int_0^t u_i^u(t) dt \}, \quad i=1,2,\dots,N, \quad 0 \leq t \leq T \quad (2.1)$$

$$C_i^g(t) = w_i(t) \cdot g^* \cdot g_i^* \cdot A_i(T) \cdot \int_0^t u_i^g(t) dt, \quad i=1,2,\dots,N, \quad 0 \leq t \leq T \quad (2.2)$$

同様に離散形では、

$$C_i^u(t) = u_i^u(t) \cdot w_i(t) \cdot \{ A_i(t) - g_i^* \cdot A_i(T) \cdot \sum_{k=0}^t u_i^u(k) \}, \quad i=1,2,\dots,N, \quad t=0,1,\dots,T \quad (2.1')$$

$$C_i^g(t) = w_i(t) \cdot g^* \cdot g_i^* \cdot A_i(T) \cdot \sum_{k=0}^t u_i^g(k), \quad i=1,2,\dots,N, \quad t=0,1,\dots,T \quad (2.2')$$

とする。ここに、 $C_i^u(t)$ 、 $C_i^g(t)$ は第 i 地区の t 年次の自然的、人為的カット(負荷量)で、 $u_i^u(t)$ 、 $u_i^g(t)$ は自然的、人為的カット率である。そして、 $w_i(t)$ 、 $A_i(t)$ は負荷強度[g/m]、計画発生活污水量[$m^3/日$]である。

$(1-u_i^u(t))$ は、一般に流速率とよばれるもので、 $u_i^g(t)$ は、 t 年次の i 地区の下水道整備レベル、すなわち計画目標年次 T の計画発生活污水量 $A_i(T)$ に対する t 年次の面整備(下水管への取入れ汚水量)の割合を示すものとする。そして、 g^* 、 g_i^* は、つぎのようなシグナル変数とする。すなわち、 t 年次の第 i 地区に既設の処理プラントがなければ、 $g_i^*=0$ 、有れば $g_i^*=1$ 、また合流式では $g^*=1/g_i^*$ 、分流式では $g^*=1$ とする。もちろん、 $g_i^*=0$ 、 $g^*=1/g_i^*$ は同時に起りえない。したがって、(2.2)、(2.2')式の人為的カットは、 T 年次の計画発生活污水量の $\int_0^T u_i^g(t) dt (\sum_{k=0}^T u_i^g(k)) \times 100\%$ を処理プラントに取入れていることを示し、(2.1)、(2.1')式は t 年次までの下水道整備レベルで取入れられた負荷量の河川へ流出しない部分を示している。

ここで、河川への流出を、上記カットと同様に、自然的負荷流出量 $q_i^u(t)$ 、人為的負荷流出量 $q_i^g(t)$ のごとく記述すれば、以下の式を得る。すなわち、

$$\text{連続形; } q_i^u(t) = (1-u_i^u(t)) \cdot w_i(t) \cdot \{ A_i(t) - g_i^* \cdot A_i(T) \cdot \int_0^t u_i^u(t) dt \}, \quad i=1,2,\dots,N, \quad 0 \leq t \leq T \quad (2.3)$$

$$q_i^g(t) = k_i(t) \cdot g^* \cdot g_i^* \cdot w_i(t) \cdot A_i(T) \cdot \int_0^t u_i^g(t) dt, \quad i=1,2,\dots,N, \quad 0 \leq t \leq T \quad (2.4)$$

$$\text{離散形; } q_i^u(t) = (1-u_i^u(t)) \cdot w_i(t) \cdot \{ A_i(t) - g_i^* \cdot A_i(T) \cdot \sum_{k=0}^t u_i^u(k) \}, \quad i=1,2,\dots,N, \quad t=0,1,\dots,T \quad (2.3')$$

$$q_i^g(t) = k_i(t) \cdot g^* \cdot g_i^* \cdot w_i(t) \cdot A_i(T) \cdot \sum_{k=0}^t u_i^g(k), \quad i=1,2,\dots,N, \quad t=0,1,\dots,T \quad (2.4')$$

となる。ここに $(1-k_i(t))$ は処理プラントの除去率で、 $0 \leq k_i(t) \leq 1$ とする。

2.2 状態方程式

状態方程式を作成する前に、図-3に示される流出負荷量のないチェック・ポイントも1つの地区と考

え、この地区の計画発生活污水量を考察しているオベの時間内で恒等的にゼロとおけば、図-4のような、より一般的な下水道整備システムが描れる。ここで、つぎの仮定をおけば、

(5) (i-1)点とi点の間の河川流量は時間的・空間的にほとんど定常である。

2点間の負荷量の関係がつぎのように記述しうる。すなわち、

$$x_i(t) = g_i(t) + x_{i-1}(t) \cdot \exp(-\lambda_{i-1} \cdot l_{i-1}) \quad (2.5)$$

となる。ここに $x_i(t)$ はも年次のi点の負荷量(g/秒)を示すもので、以下これを状態とよぶ。そして、 $g_i(t)$ は(2.3)(2.4)式あるいは(2.3')(2.4)式の和で、連続形(離散形は省略)では、

$$g_i(t) = (1 - u_i^m(t)) \cdot w_i(t) \cdot \{A_i(t) - g_i^* A_i(T)\} \int_0^t u_i^a(t) dt + k_i(t) \cdot g_i^* \{g_i^*\}^2 w_i(t) \cdot A_i(T) \cdot \int_0^t u_i^a(t) dt$$

と書け、 λ_{i-1} , l_{i-1} はそれぞれ両点間の反応速度恒数、リ-キである。連続形の状態方程式を作成するため(2.5)式をもて微分し、整理すると、次式を得る。

$$dx_i(t)/dt = \sum_{j=1}^i (dg_j(t)/dt) \cdot \exp(-\sum_{j=m}^{i-1} \lambda_j \cdot l_j) \quad (2.7)$$

ただし、 $\sum_{j=1}^{i-1} \lambda_j \equiv 0$ とする。ここに、 $A_i(t)$, $u_i^a(t)$ は微分可能、 $w_i(t)$, $u_i^m(t)$ は区分的に連続で、たかだか有限個の時点でしか不連続点をもたないと考えられるので $dg_i(t)/dt$ ($i=1, \dots, N$) が定義でき、(2.6)を微分したものを(2.7)式に代入すると図-4の任意の点iの任意の時点tの負荷量変化を示す状態方程式が、つぎのように求まる。すなわち、 $k_i(t)$ を区分的連続な定数とすれば、 $0 \leq t \leq T$ に対し、

$$\begin{aligned} dx_i(t)/dt = & \sum_{m=1}^i \{ (-du_m^m(t)/dt) \cdot w_m(t) + (1 - u_m^m(t)) \cdot (dw_m(t)/dt) \} \{ A_m(t) - g_m^* A_m(T) \} \int_0^t u_m^a(t) dt \\ & + (1 - u_m^m(t)) \cdot w_m(t) \cdot \{ dA_m(t)/dt - g_m^* A_m(T) \cdot u_m^a(t) \} + k_m(t) \cdot g_m^* \{g_m^*\}^2 A_m(T) \\ & \times \{ (dw_m(t)/dt) \int_0^t u_m^a(t) dt + w_m(t) \cdot u_m^a(t) \} \cdot \exp \left\{ -\sum_{j=m}^{i-1} \lambda_j \cdot l_j \right\}, \quad i=0, 1, \dots, N+1 \end{aligned} \quad (2.8)$$

となる。これと同様に、離散形で、 $t=0, 1, \dots, T$ に対し、

$$\Delta u_i^a(t) = u_i^a(t) - u_i^a(t-1), \quad \Delta w_i(t) = w_i(t) - w_i(t-1), \quad \Delta A_i(t) = A_i(t) - A_i(t-1) \quad (2.9)$$

とすると、状態方程式は、

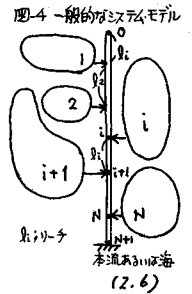
$$\begin{aligned} x_i(t) = & x_{i-1}(t-1) + \sum_{m=1}^i \{ (-\Delta u_m^m(t)) \cdot w_m(t) + (1 - u_m^m(t)) \cdot \Delta w_m(t) \} \{ A_m(t) - g_m^* A_m(T) \} \sum_{k=0}^t u_m^a(k) \\ & + (1 - u_m^m(t)) \cdot w_m(t) \cdot \{ \Delta A_m(t) - g_m^* A_m(T) \cdot u_m^a(t) \} + k_m(t) \cdot g_m^* \{g_m^*\}^2 A_m(T) \\ & \times \{ \Delta w_m(t) \cdot \sum_{k=0}^t u_m^a(k) + w_m(t) \cdot u_m^a(t) \} \cdot \exp \left\{ -\sum_{j=m}^{i-1} \lambda_j \cdot l_j \right\}, \quad i=0, 1, \dots, N+1 \end{aligned} \quad (2.8')$$

となる。

2.3 操作変数と制約条件

上記(2.8), (2.8')より、i点の状態に影響を与える要素、言いかえると河川汚濁防止に対してとりうるわれわれの手段は、(5つの仮定と(2.1)~(2.2)式のカットから状態方程式を導くかぎりにおいて) $\Delta u_i^a(t)$, $\Delta w_i(t)$, $\Delta A_i(t)$, $k_i(t)$, $u_i^a(t)$ となる。すなわち、(1)発生活污水の水質規制を強化すること。(2)発生活污水量の増加を抑制すること。(3)自然的カット率を積極的に大きくすること。(4)処理プラントの効率をあげる。こと。(5)下水道整備を強化すること、となる。

(1)(2)に関しては、発生活荷量で考えるかぎりにおいて等価で、(3)(4)(5)も等価である。したがって、この2つのグループの実行可能性、あるいは何らかの効用を基準にした組合せの順序づけが問題となる。(1)については、とくに行政的側面が強調されるし、(2)については、下水道サイドだけでなく、広く地域計画の観点から考察されるべきである。しかし、従来の外挿的(1)(2)の取扱いによる(4)(5)



の検討というフローを残すとしても図-1で示す河海汚濁解析から負荷発生予測(もしくは決定)への点線
 で示すフィード・バックの挿入が、今後の河川汚濁制御問題の下水道サイドからのアプローチにとって
 、計画システムの安定上、不可欠であろうと考えられる。換言すれば、計画入力の制御をめざした
 た、河川汚濁制御問題は開システムであり、しかも一定の境界条件、つまり水質基準を定常状態で満
 足させることが、(4)(5)の努力だけで、いつも、可能であるとは思われない。したがって、本研究で
 は(1)(2)の代表として(2)を考慮する。つぎに(3)については、現状では技術的に困難と思われ、樂觀的
 に、ただだか $du_i^q(t)/dt (\Delta u_i^q(t)) = 0$ が期待できるにすぎず、(4)については、わが国で東京・南多摩処理
 場で構築されているが、いまだ、種々の不確定性要素が多く、その高級処理化のタイミング決定が本
 研究のようなケースでは困難であり、ここでは $q_i(t)$ の大きい地区に与えられた年次に高級処理を施す
 ものとする。以上のことから、ちつの手続に対し、本研究では、 $du_i^q(t)/dt (\Delta u_i^q(t)) = 0$ 、 $dw_i(t)/dt (dw_i(t))$
 $= 0$ とし、 $k_i(t)$ を区分的に連続な定数、 $dA_i(t)/dt (dA_i(t))$ をパラメータとし、 $u_i^q(t)$ を操作変数とする。

操作変数 $u_i^q(t)$ には、一般につぎのような制約条件が考慮される。すなわち、

$$0 \leq u_i^q(t) \leq \alpha_i(t), 0 \leq \int_0^t u_i^q(k) dt (\sum_{k=0}^t u_i^q(k)) \leq \alpha_i(t), A_i(t) \geq A_i(T) \int_0^t u_i^q(k) dt (A_i(T) \sum_{k=0}^t u_i^q(k)) \geq 0 \quad (2.10)$$

となる。ここに $\alpha_i(t)$ は、第 i 地区の面的下水道整備レベルの七年次の上限で、ここでは、七年次の
 市街化想定区域の計画発生汚水量を $A_i^q(t) (\leq A_i(t))$ とすれば、 $\alpha_i(t) = A_i^q(t)/A_i(T)$ と考える。したがって、
 (2.10)式のはじめは、市街化区域のみ、下水道整備を行うことを要請するもので、最後の式は、七年次
 までの下水道整備努力が七年次の発生汚水量を越えない、すなわち、下水道整備レベルの追隨性を示
 している。しかし、最後の式が、

$$q_i(t) \cdot A_i(t)/A_i^q(t) \geq \alpha_i(t) \geq \int_0^t u_i^q(k) dt (\sum_{k=0}^t u_i^q(k)) \geq 0$$

と書けるので、(2.10)式の第2式のみ制約条件として考慮すればよい。

2.4 評価関数

われわれが考察しているのは面整備であり、このための投資は、 $dC_i^q(t)/dt (dC_i^q(t))$ により要請され
 る。これは(2.2)(2.3)式により、

$$dC_i^q(t)/dt = A_i(T) \{ (dw_i(t)/dt) \cdot \int_0^t u_i^q(k) dt + w_i(t) \cdot u_i^q(t) \} \quad (2.11)$$

$$dC_i^q(t) = A_i(T) \{ dw_i(t) \cdot \sum_{k=0}^t u_i^q(k) + w_i(t) \cdot u_i^q(t) \} \quad (2.11)'$$

となる。上式のカッコ第1項は、水質規制による効果を示しているが、本研究ではこれを考えない
 こととしているので、

$$dC_i^q(t)/dt = dC_i^q(t)^* = w_i(t) \cdot u_i^q(t) \cdot A_i(T) \quad (2.12)$$

が面整備(カット)投資を要請する。カット投資は、一般に、発生負荷密度に影響を与え、この密度が
 、 $\eta = \int_0^t u_i^q(k) dt (\sum_{k=0}^t u_i^q(k))$ の関数と記述できれば、カット投資単価は、たとえば、

$$G_i(t, \eta) = \begin{cases} 0 & ; \eta = 0 \\ G_i^1 & ; 0 < \eta \leq \eta_i^q(t) \\ G_i^2 & ; \eta \text{ 満} \eta \leq \alpha_i(t) \end{cases}$$

の形でえられる。ここに $\eta_i^q(t)$ は七年次の市街化区域のうち、とくに負荷密度の大きい地域である
 ことを示すパラメータである。こうして、七年次に第 i 地区に要請されるカット投資は、社会的割
 利率を R 、金利率を r とすれば、

$$k_i(t) = G_i(t, \eta) \cdot w_i(t) \cdot u_i^q(t) \cdot A_i(T) \cdot \exp((R-r)t) \quad (2.13)$$

となる。ここで、各地区の市街化区域の負荷密度が、ほぼ一様と考えられるならば、 $Q_i(t, T) = Q_i$ (定数) とすればよい。

以上のようにカット投資が求められたわけであるが、われわれは、(2.13)式の最小化と総カットの最大化をはかる費用効果的な評価を行なうことにする。ただし、発生活水量を多量に出す地区の面整備を優先する政策を考慮すれば、結局、つぎのような評価関数を得る。すなわち、

$$J = \int_0^T \left\{ \sum_{i=1}^N \left\{ (dC_i^u(t) + (1 - k_i(t)) dC_i^q(t)) / dt \right\} / h_i(t) / A_i(t) \right\} dt \rightarrow \max. \quad (2.14)$$

$$J = \sum_{k=0}^T \sum_{i=1}^N \left\{ (dC_i^u(k) + (1 - k_i(k)) dC_i^q(k)) / h_i(k) / A_i(k) \right\} \rightarrow \max. \quad (2.14')$$

となる。

以上のようにして、状態方程式が(2.8)(2.8')式、評価関数が(2.14)式、制約条件が(2.10)式で与えられ、しかも初期状態が調査可能で、最終状態が水質基準より与えられるから、河川汚濁制御計画のための面的施設整備規模決定モデルが(1.1)(1.2)式の形式で得られたことになる。

3. 事例

ここでは、2.で作成したモデルの有効性を示すことを目的として、事例を試みる。なお、デジタル計算機を使用することを前提として、以下ではすべて離散形で考える。事例対象システムは図5に示されるような施設計画に独立な9地区と5つのチェフ・ポイントから構成される。なお、事例のための追加仮定はつぎの7つである。

⑥ $\Delta u_i^u(t) = 0 \Rightarrow u_i^u(t) = k_i^1$ ⑦ $\Delta w_i(t) = 0 \Rightarrow w_i(t) = k_i^2$

⑧ $d\lambda_i/dt = 0 \Rightarrow \lambda_i = \lambda$ ⑨ 支川の自浄作用は、支川の含まれる地区の流速率の中で考慮される。

⑩ 各地区の市街化区域の負荷密度は同一とする。

⑪ 下水道整備は市街化区域のみ行われ、 $g_i^* = 1$ とする。

⑫ 水質基準は、その点より上流のすべてに課せられるものとする。

たとえば、図5のⅡの27.0は、第1~5地区の努力でもって満たされるべきと考え、たとえば、第2地区がⅡで14.7をみたしていても、ⅡでのⅡの影響が許容値0.20を越えていれば、第2地区はなお整備努力をしなければならないとしている(注2)。

以上の準備のもとに、システムの定式化、入力データとアルゴリズム、そして演算結果とその考察を行なう。なお、アルゴリズムとして、本事例では最大原理を使用する。

3.1 システムの定式化

ここではチェフ・ポイントの負荷量と状態と定義し、仮定⑥⑦⑧と(2.8)式から、

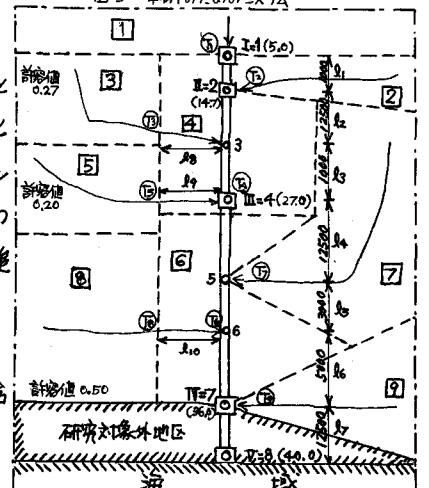
$$\alpha_i = \exp(-\lambda t_i), \quad i=1, \dots, 10, \quad \beta_i = k_i^1(1 - k_i^1), \quad i=1, \dots, 9, \quad \gamma_i = -k_i^2(1 - k_i^2 - k_i(t)) \cdot A_i(T), \quad i=1, \dots, 9$$

とすると、状態方程式は、

$$x_i(t) = x_i(t-1) + \beta_1 \cdot \Delta A_1(t) + g_i^* \cdot \gamma_i \cdot u_i^q(t) \quad (3.1)$$

$$x_{II}(t) = x_{II}(t-1) + \Delta x_{II}(t) \cdot \alpha_i + \beta_2 \cdot \Delta A_2(t) + g_i^* \cdot \gamma_i \cdot u_{II}^q(t) \quad (3.2)$$

図5 事例のためのシステム



① 地区番号、② チェフ・ポイント、③ 水質基準、④ 支川、⑤ 本流、⑥ 地区境界、⑦ システム境界、⑧ 許容値とは、この図のチェフ・ポイントの負荷量に、1.2上流のチェフ・ポイントの負荷量が加わったものを示していることを示す。⑨ 水質基準は、この図のチェフ・ポイントの負荷量に、1.2上流のチェフ・ポイントの負荷量が加わったものを示していることを示す。⑩ 水質基準は、この図のチェフ・ポイントの負荷量に、1.2上流のチェフ・ポイントの負荷量が加わったものを示していることを示す。

$$\begin{aligned} X_{II}(t) = & X_{II}(t-1) + \{ \Delta X_{II}(t) \cdot \alpha_2 + \{ \beta_3 \cdot \Delta A_3(t) + g_6^2 \cdot y_3 \cdot U_3^9(t) \} \alpha_8 \} \alpha_3 \\ & + \beta_4 \cdot \Delta A_4(t) + g_6^2 \cdot y_4 \cdot U_4^9(t) + \{ \beta_5 \cdot \Delta A_5(t) + g_6^2 \cdot y_5 \cdot U_5^9(t) \} \alpha_9 \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} X_{VI}(t) = & X_{VI}(t-1) + \{ \Delta X_{VI}(t) \cdot \alpha_4 + \beta_7 \cdot \Delta A_7(t) + g_6^2 \cdot y_7 \cdot U_7^9(t) \} \alpha_5 + \beta_6 \cdot \Delta A_6(t) + g_6^2 \cdot y_6 \cdot U_6^9(t) \\ & + \{ \beta_8 \cdot \Delta A_8(t) + g_6^2 \cdot y_8 \cdot U_8^9(t) \} \alpha_{10} \} \alpha_6 + \beta_9 \cdot \Delta A_9(t) + g_6^2 \cdot y_9 \cdot U_9^9(t) \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$X_{VII}(t) = X_{VII}(t-1) + \Delta X_{VII}(t) \cdot \alpha_7 \quad (3.5)$$

となる。つぎに(2.14)式のIをもちに換えたものを新たな状態変数と定義すれば、つぎの状態方程式、

$$X_{II}(t) = X_{II}(t-1) + \sum_{i=1}^9 \{ (\Delta C_i^9(t) + (1-k_i(t)) \cdot \Delta C_i^9(t)) / h_i(t) / A_i(t) \} \quad (3.6)$$

を得、新たな境界条件 $X_{II}(0)=0$, $X_{II}(T) \rightarrow \max$ がつく。

3.2 入力データとアルゴリズム

以上から要請されるデータは、システムの定義より、(1)状態変数の次元 ($s=6$)、(2)計画対象の地区数($N=9$)、(3)河川のリーク(k_i , 図-5)。自然状態より、(4)反応速度恒数($\lambda=8 \times 10^{-6}/\text{年}$)、(5)初期状態(X_i^0 , 3.3参照)、(6)自然的カ、ト率 (k_i , 表-1)。社会政策的なデータは、(7)発生負荷強度(k_i^0 , 表-1)、(8)計画発生汚水量($A_i(t)$, 表-1)、(9)市街化成長プロセス($\alpha_i(t)$, 図-7)、(10)計画期間($T=20$)、(11)水質基準(X_i^s , 3.3参照)。さらに、(12)除去率($1-k_i(t)=0.90, 0.95$)、(13)社会的割引率($R=0.8$)、(14)金利率($r=0.7$)、(15)面整備単価($C_i=5380 \text{円/}g/\text{秒, for } V_i$)となる。なお、データ整理の円滑化のためのフロー・チャートを図-6に示す。この図からも明らかのように、 k_i を求めるブロックが、きわめて重要である。

つぎに、事例のためのアルゴリズムは、最大原理によって以下のように定義されるハミルトニアン関数、

$$H^0 = \sum_{i=1}^9 Z_i \cdot X_i(t) + X_{II}(t), \quad t=1, 2, \dots, T \quad (3.7)$$

を年次毎に、最大化する $U_i(t)$ を(2.10)式の制約条件のもとで求めることに帰結する。なお、(3.7)式の Z_i は補助変数とよばれる定数である。われわれの事例では、この Z_i は、ちくのチェック・ポイントのウェイトという解釈ができるだろう。

以上のアルゴリズムをフロー・チャートで示せば、図-8のようになる。この図より明らかのように、まず、われわれは、図-6の手順で求められたデータを与え、つぎに Z_i の値を仮定し、しかる後 $H^0(t; Z_i, T)$ を最大にする操作変数の組合せを求め、状態を計算し、計画目標年次 T に到達する。そして、最終状態 $X_i(T)$ が水質基準 X_i^s (for $i=1, \dots, T$) 以下であれば、計算を打ち止めることになるが、そうでなければ、 Z_i の値を修正し、同様の計算を繰返す。

以上のアルゴリズムから明らかのように、 $X_i(T) \leq X_i^s$ に決してならない場合、(3.6)式の評価は意味がなく、入力データを動かす必要が生じる。したがって、あらかじめ下水道整備のみで、水質基準を容易に満しうかどうかのチェックが必要である。

図-6 入力データ整理のためのフロー・チャート

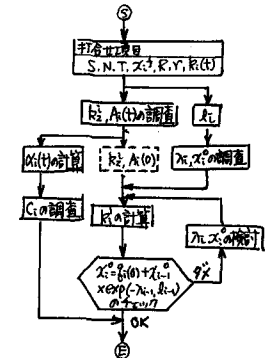


表-1 入力データ

i	k_i^0	k_i	$A_i(t)$
1	0.875	0.61	$0.020t + 0.402$
2	0.875	0.61	$0.022t + 0.797$
3	0.724	0.23	$0.007t + 0.777$
4	0.605	0.23	$0.021t + 0.870$
5	0.467	0.30	$0.005t + 0.005$
6	0.710	0.26	$0.073t + 0.935$
7	0.528	0.34	$0.012t + 0.090$
8	0.907	0.27	$0.108t + 1.288$
9	0.857	0.25	$0.140t + 1.067$

図-7 発生汚水量から市街化成長率

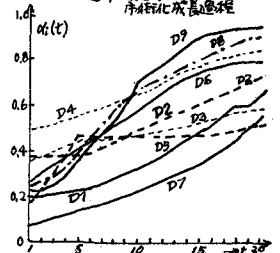
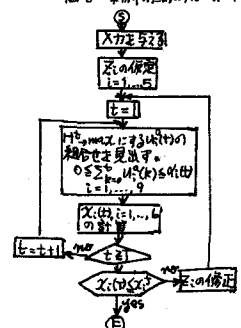


図-8 事例のためのアルゴリズム



3.3 演算結果とその考察

以上の入力データならびにアルゴリズムの結果、最適トラジェクトリが図-8のように描かれ、そのときの最適操作の累積グラフが図-9のようになる。図-8によれば、 $X(t)$, $X(t)$ は初年度から、 $X(t)$ は9年次から、そして $X(t)$ は大幅に水質基準値 X^f を上回る。また、このとき、第1,8地区では下水道整備を一切行わないことが図-9より明らかとなる。これは、処理効率を0.9としたため、両地区の自然的カット率が0.895, 0.907であることから当然であろう。そして、この場合、(ここでは紙面上示さないが)簡単な試算により、1年次までに市街化区域すべてに下水道を整備しても、決して、 X^f 以下にならないことがわがっている。したがって、水質基準が絶対的であれば、先に提案した費用効果的評価は無意味に近い。マネタリーが意味をもつのは、ある程度の投資で、河川が美しくなるという、容量に余裕のある河川に限られるはずである。ここで、2.3で述べたように、実行可能と思われる地区の $A_i(t)$ を減じてみた結果を図-10, 図-11に示す。この場合でも結局、 $X(t)$ が、かなり X^f を上回るので、図-12に示すような $A_i(t)$ (for $i=1,2,3$)を抑え、さらに第4,6,8,9地区の河川汚濁が大きいので、9年次から3次処理(効率0.95)を施せば、図-12, 図-13に示される最適トラジェクトリと最適下水道整備レベルが得られ、このとき $X(t)$ は、 X^f にかなり近い。このようにして、とにかくも解は出せるわけであるが、これらの3つの場合に

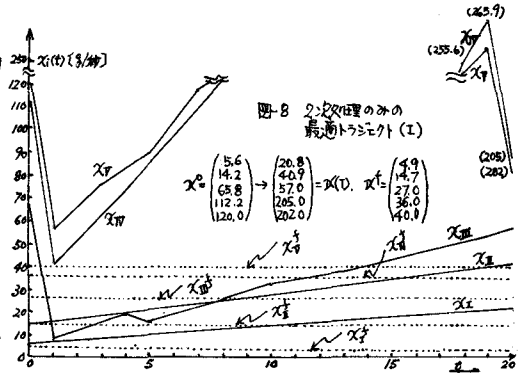


図-8 2次処理のみの最適トラジェクトリ(I)

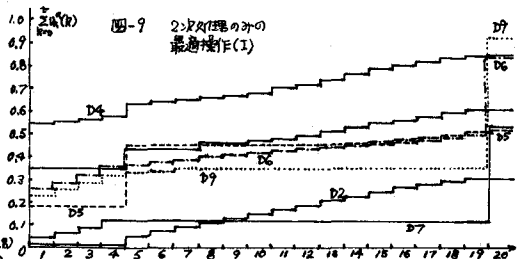


図-9 2次処理のみの最適操作(I)

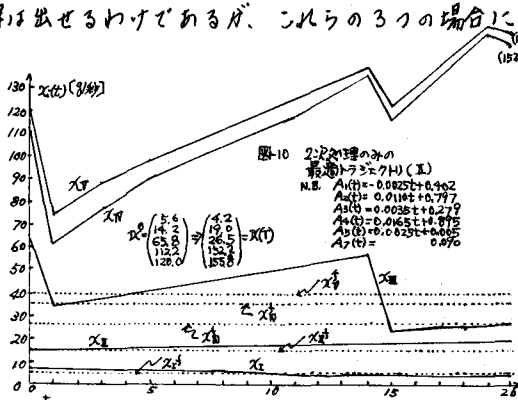


図-10 2次処理のみの最適トラジェクトリ(II)
N.B. $A_1(t) = 0.0025t + 0.402$
 $A_2(t) = 0.011t + 0.797$
 $A_3(t) = 0.0035t + 0.279$
 $A_4(t) = 0.0165t + 14.875$
 $A_5(t) = 0.025t + 0.005$
 $A_7(t) = 0.070$

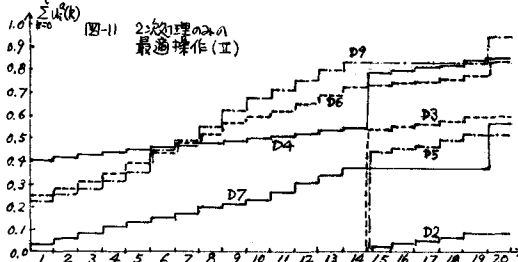


図-11 2次処理のみの最適操作(II)

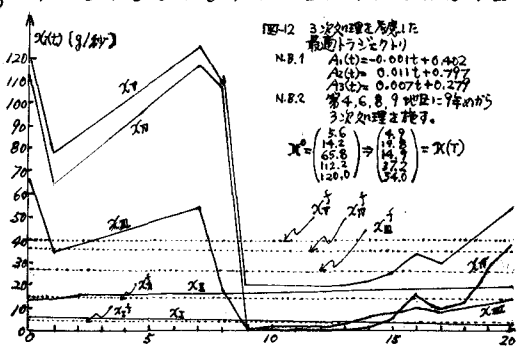


図-12 3次処理を考慮した最適トラジェクトリ

N.B.1 $A_1(t) = 0.001t + 0.402$
 $A_2(t) = 0.011t + 0.797$
 $A_3(t) = 0.007t + 0.279$
第4,6,8,9地区に9年次から3次処理を施す。

$X^0 = \begin{pmatrix} 5.6 & 14.2 & 65.8 & 112.2 \\ 120.0 & 20.0 & 20.0 & 20.0 \end{pmatrix} \Rightarrow X^1(t) = X(t)$

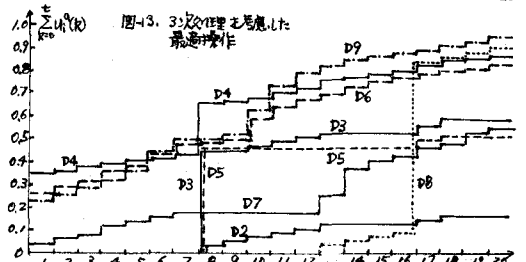


図-13 3次処理を考慮した最適操作

対し、それぞれ複数の代替案が存在し、この選択に際し、(2.14)式以外の評価が必要となる。そして、 $A_i(t)$ の算出根拠との関連で $A_i(t)$ の抑制をどのように考えるか、さらに3次処理をどの地区に、どのようなタイミングで施すかという問題は、今後の課題となる。また、本事例では $T=20$ としたが、 $T=\sum_{i=1}^n T_i$ のごとくわけ、それぞれの T_i に対応する A_i を与えることにより、フルグリズムの M 回の繰返しをもって計画の分割ができることになる。いずれにしても、図9.11.13のような情報が、図1の施設投資への有効な情報を提供しうると期待できよう。

4. おわりに

本研究は基本的にはマクロ的な河川汚濁制御計画のために考察したもので、そのため操作変数 $u_i(t)$ の演算上の増分をすべての地区で0.01としている。したがって、 $u_i(t)=u_j(t)$ ($i \neq j$)であっても取入れ負荷量が変わるのは当然である。また、マクロ的観点に立ったものの、地区という単位をやり、よりミクロな市町村の単位を考察するためには、仮定④⑨⑩をはずし、3.2の入力データのより詳細な分析を行えば、(非線形であってもよい)本質的なモデルの変更を伴わずに考察しうる。ただし、この場合、操作変数の増大を伴い、結果的には、データ処理・演算の時間が大幅に増大する。

なお、本研究で提案したモデルは、本事例のような直線的な河川のみならず、並行あるいは分岐的な河川をも含む地域を対象としうる。したがって、本研究は、基本的には地域の環境を構成する一つの要素である河川汚濁に注目し、この制御のための一つの手段としての下水道の面整備に注目した地域の環境計画の一環として認識されるべきと考えている。また、本研究では予算上の制約の何れも触れていない。予算上の制約は、(2.10)式に追加することは可能であったが、本研究が面整備のみに注目していること、さらに、もっと本質的には、予算の制約は、(本題の環境問題を取扱う場合)本来システムの最適化に随従すべきであるという立場から無視した。したがって、図9.11.13では、実現しえそうな整備レベルが、とくに $\alpha=1$ で出現していることを断っておく。

最後に、本研究の概要は、すでに、参考文献6)で発表済みであることを断るとともに、京都大学工学部土木工学教室の吉川知広先生の御指導に感謝いたします。

参考文献

- 1)堤、平野、中村、大門、「下水道整備計画の時空間システムとその統合に関する基礎的研究」土木学会年次学術講演会、昭和47年10月
- 2) (株)日本水道コンサルタント、「下水道系統設計計算の合理化に関する研究」昭和46年
- 3)大門、中村、「施設規模決定のための数学モデルに関する一考察」土木学会年次学術講演会、昭和46年10月
- 4)佐友、山田、和田、大門、中村、「水道施設における余裕度の評価と分析」土木学会土木部学シンポジウム、昭和47年1月
- 5)堤、平野、中村、大門、「下水道整備計画に関するシステム論的研究Ⅰ—とくに線整備について—」本研究討論会で発表予定
- 6)堤、大門、中村、山地、「河川汚濁制御計画のための施設整備規模決定に関する研究」土木学会年次学術講演会、昭和47年10月