

汚泥の嫌気性消化法に関する動力学的解析について

早稲田大学理工学部 正員 遠藤郁夫 金成英夫

八工工業高等専門学校 正員 ○阿部正平

1. 緒論

下水汚泥の嫌気性消化法については、1930年前後より多くの研究並びに議論がなされ、実際上の立場からすれば、総括的には一応設計諸元は確立しているといえる。しかしながら、学術的には未だ系統的解析がなされていない。特に、汚泥消化槽の運転管理上最も重要であると考えられる負荷の点についても、必ずしも明らかではなかった。筆者らは数年来一連の汚泥消化の実験を行ない、先の研究報告では、汚泥の中温消化における負荷に関して検討した。本研究はそれらの一連の汚泥消化の資料に Monod のモデルを適用して、動力学的解析を行ない、嫌気性消化の諸特性を明らかにしたものである。

2. 嫌気性消化法の動力学的モデル

汚泥の嫌気性消化に関する動力学的モデルは Monod の式によって一応つぎのように説明することができる。

$$\frac{dX^o}{d\theta} = kX^o \quad \dots (1)$$

ここに、 X^o = 菌体濃度、 θ = 時間、 k = 発育速度係数
したがって、正味の発育を表わす式はつぎのようになる。

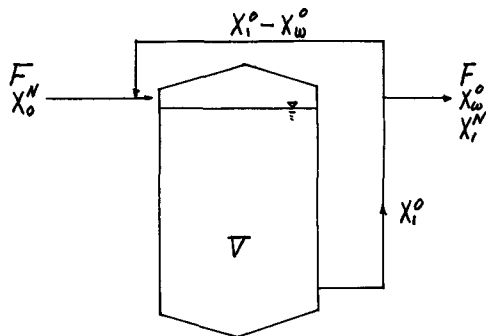
$$\frac{dX^o}{d\theta} = (k - K^o)X^o \quad \dots (2)$$

ここに、 K^o = 自己分解速度係数

Monod により決定された発育速度係数を求める関係式はつぎの通りである。

$$k = \frac{k^m X^N}{K + X^N} \quad \dots (3)$$

ここに、 k^m = 最大発育速度係数、 X^N = 基質濃度、 $K = k = k^m/2$ がえられる基質濃度



F = 消化タンクへの投入生汚泥量 (m^3/day)

V = 消化タンクの容積 (m^3)

$F/V = \frac{1}{\theta_c}$ = 消化タンクの理論滞留
日数の逆数 ($days^{-1}$)

X_0^N = 投入生汚泥の BOD 濃度 (ppm)

X_1^N = 引出し混合液の BOD 濃度 (ppm)

X_1^o = 引出し混合液の菌体濃度 (V.S.) (ppm)

X_0^o = $\frac{\text{単位時間当り系外に出る菌体量 (V.S.)}}{\text{単位時間当り系外に出る全流量}}$ (ppm)

図-1 消化タンク

したがって、方程式(2)および(3)から菌体濃度の時間変化を与える総合的な方程式はつぎのようになる。

$$\frac{dX^o}{d\theta} = \left[\left(\frac{k^m X^n}{K + X^n} \right) - K^o \right] \cdot X^o \quad \text{----- (4)}$$

更に、菌体濃度と基質濃度の時間的变化は、つぎのようにあらわすことができる。

$$\text{すなわち、} \frac{dX^o}{d\theta} = Y^o \left(-\frac{dX^n}{d\theta} \right) \quad \text{----- (5)}$$

ここに、 Y^o = 減少基質量 当りの 生産菌体量

方程式(1)、(3)および(5)から次式を得る。

$$\frac{dX^n}{d\theta} = -\left(\frac{1}{Y^o} \right) \left(\frac{k^m X^n}{K + X^n} \right) \quad \text{----- (6)}$$

完全混合型の嫌気性汚泥消化槽における菌体濃度の増殖速度 および基質濃度の蓄積速度はつぎのようにあらわすことができる。(図-1参照)

菌体濃度の増殖速度について

$$V \frac{dX_i^o}{d\theta_t} = F(X_i^o - X_{\omega}^o) - F X_i^o + V \left(\frac{dX_i^o}{d\theta_t} \right) \quad \text{----- (7)}$$

方程式(4)から

$$\left(\frac{dX_i^o}{d\theta_t} \right) = \left[\left(\frac{k^m X_i^n}{K + X_i^n} \right) - K^o \right] \cdot X_i^o \quad \text{----- (8)}$$

基質濃度の蓄積速度について

$$V \frac{dX_i^n}{d\theta_t} = F(X_{\omega}^n - X_i^n) + V \left(\frac{dX_i^n}{d\theta_t} \right) \quad \text{----- (9)}$$

方程式(6)から

$$\left(\frac{dX_i^n}{d\theta_t} \right) = -\left(\frac{1}{Y^o} \right) \left(\frac{k^m X_i^n}{K + X_i^n} \right) X_i^o \quad \text{----- (10)}$$

方程式(8)および(10)を方程式(7)および(9)にそれぞれ代入し、定常状態の場合を考えるから(7)および(9)式の左辺は零となる。

すなわち

$$F(X_i^o - X_{\omega}^o) - F X_i^o + V \left[\left(\frac{k^m X_i^n}{K + X_i^n} \right) - K^o \right] X_i^o = 0$$

$$F(X_{\omega}^n - X_i^n) - V \left(\frac{1}{Y^o} \right) \left(\frac{k^m X_i^n}{K + X_i^n} \right) X_i^o = 0$$

以上から

$$X_i^o = \frac{Y^o (X_{\omega}^n - X_i^n)}{K^o \theta_t + C^o} \quad \text{----- (11)}$$

$$X_i^n = \frac{K (K^o \theta_t + C^o)}{k^m \theta_t - (K^o \theta_t + C^o)} \quad \text{----- (12)}$$

方程式(12)を方程式(3)に代入して

$$k = K^p + \frac{C^0}{\theta_t} \quad \dots \dots (13)$$

ただし $C^0 = \frac{X_w^0}{X_i^0} \quad \dots \dots (14)$

ここに、 X_i^0 = 流出菌体濃度

X_w^0 = 流入基質濃度

X_i^0 = 流出基質濃度

K^p = 自己分解速度係数

θ_t = 理論滞留時間

C^0 = 菌体の返送率

$X_w^0 = \frac{\text{単位時間あたり系外に去る菌体量}}{\text{単位時間あたり系外に去る全流量}}$

C^0 の値は、菌体のすべてが返送される場合には $C^0=0$ であり、菌体が全く返送されない場合には $C^0=1$ である。

つぎに、BODの除去速度は方程式(12)を使ってつぎのように表わすことができる。

$$\frac{X_w^0 - X_i^0}{\theta_t} = \left(\frac{1}{\theta_t} \right) \cdot \left[X_w^0 - \frac{K(K^p \theta_t + C^0)}{k^m \theta_t - (K^p \theta_t + C^0)} \right] \quad \dots \dots (15)$$

そこで、方程式(15)を最大とする消化日数 θ_t^m は、 θ_t に関して微分することによって求めることができる。

$$\theta_t^m = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad \dots \dots (16)$$

ここに、 $A = (k^m - K^p) \{ K K^p - X_w^0 (k^m - K^p) \}$

$B = 2C^0 (k^m - K^p) (X_w^0 + K)$

$C = -(C^0)^2 (X_w^0 + K)$

3. 実験結果の解析

汚泥の嫌気性消化法による一連の消化実験の結果を表-1に示した。

消化槽からの引き出しは攪拌混合液をもって行なった。実験結果をこれまでに導いた諸方程式で解析するために、消化槽内の菌体濃度は、一応混合液の揮発性物質をもってこれにかえた。

また、消化槽の引き出しは混合液で行なったため、消化槽内混合液のBODは流出基質濃度と等しい。

汚泥の嫌気性消化法の動力学的モデルにおける細菌の発育特性に関する諸定数を求めるために、方程式(11)および(12)を変形して、方程式(17)および(18)を得た。

$$\frac{X_w^0 - X_i^0}{C^0 X_i^0} = \frac{1}{Y^0} + \frac{K^p}{Y^0} \cdot \frac{\theta_t}{C^0} \quad \dots \dots (17)$$

$$\frac{\theta_t}{K^p \theta_t + C^0} = \frac{1}{k^m} + \frac{K}{k^m} \cdot \frac{1}{X_i^0} \quad \dots \dots (18)$$

表-1 実験結果

消化法	消化日数 (日)	投入生汚泥のTS 濃度 (%)	投入生汚泥のBOD 濃度 (ppm)	混合液のBOD 濃度 (ppm)	混合液のTS濃度 (ppm)
コンベンショナル消化法	5	4	7,350	6,390	19,090
	10	4	7,350	2,810	15,580
	15	4	7,350	1,500	15,000
	20	4	7,350	1,300	15,000
	25	4	7,350	1,240	14,700
	30	4	7,350	1,250	13,500
	35	4	7,350	1,200	12,990
	40	4	7,350	1,200	12,900
	60	4	7,350	1,200	14,000

図-2 は 方程式 (17) に,
 $X_0^N = 7350 \text{ ppm}$, $X_1^N = \text{混合液の}$
 BOD , $C^0 = 1$, $X_1^0 = \text{混合液のTS および}$
 $\theta_c = \text{消化日数}$ などを代入して, その結
 果をプロットしたものである。

図-2の直線の切片は Y^0 の値の逆数を
 与え, 勾配は K^0/Y^0 をあらわしている。

図-2の直線から $Y^0 = 3.08 \text{ mgVS/mgBOD}$
 および $K^0 = 0.0112 \text{ days}^{-1}$ の値を得た。

図-3は, K および R^m の値を求める
 ために, 方程式 (18) に $\theta_c = \text{消化日数}$,
 $K^0 = 0.0112 \text{ days}^{-1}$, $C^0 = 1$ および
 $X_1^N = \text{混合液のBOD}$ の諸数値を代入して, その
 結果をプロットしたものである。

図-3の直線から $R^m = 0.667 \text{ day}^{-1}$ および
 $K = 13850 \text{ ppm}$ の値を得た。

図-2 および 図-3 に示された直線部分は良
 好な消化状態が維持された消化日数である。

図-4 は 方程式 (3) に $R^m = 0.667 \text{ day}^{-1}$ および
 $K = 13850 \text{ ppm}$ の値を代入し, 混合液のBODの
 関数として, 発酵速度係数を求めたものである。

更に, BOD除去速度を最大ならしめる消化日数 θ_c^m は

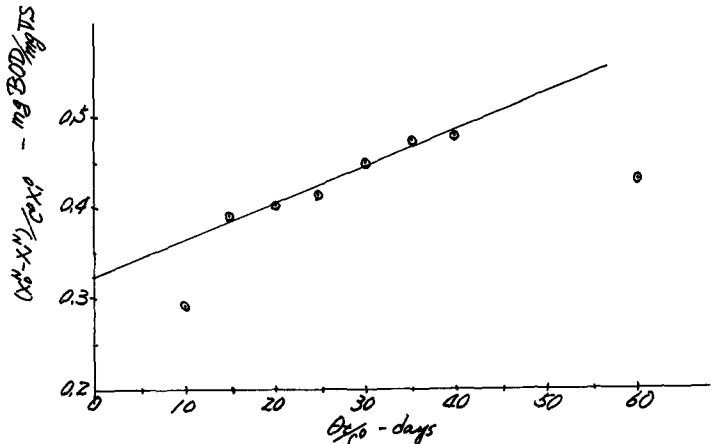


図-2 Y^0 および K^0 の値を定めるための 方程式(17)のプロット

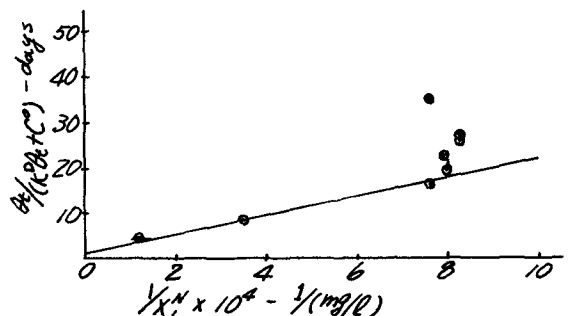


図-3 K および R^m の値を定めるための 方程式(18)のプロット

方程式(16)から求める。

すなわち、

$$A = (\bar{k}^m - K^0) \{ K K^0 - X_0^m (\bar{k}^m - K^0) \}$$

$$= (0.667 - 0.0112) \{ 13850 \times 0.0112$$

$$- 7350 (0.667 - 0.0112) \}$$

$$= -3059$$

$$B = 2C^0 (\bar{k}^m - K^0) (X_0^m + K)$$

$$= 2 \times 1 \times (0.667 - 0.0112) (7350 + 13850)$$

$$= 27800$$

$$C = -(C^0)^2 (X_0^m + K)$$

$$= -(1)^2 (7350 + 13850)$$

$$= -21200$$

$$\therefore \theta_c^m = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

$$= \frac{-27800 \pm \sqrt{(27800)^2 - 4(-3059)(-21200)}}{2(-3059)}$$

$$= 8.11 \text{ days or } 0.98 \text{ days}$$

消化日数と槽内混合液のBOD濃度との関係も、方程式(12)に $K=13850$ ppm, $K^0=0.0112 \text{ days}^{-1}$, $C^0=1$ および $\bar{k}^m=0.667 \text{ days}^{-1}$ の諸数値を代入して求め、図-5に示した。

4. 総括および結論

以上の図-2から図-5までに得られた解析結果に基づいて考察を加えれば、つぎのような結論を得ることができた。

(1) 消化日数40日および60日の消化の場合には、図-2に示す直線から大幅にはずれている。これは40日および60日の消化日数の消化では自己分解期 (endogenous phase) の範囲にあるためと考えられる。また、5日および10日消化の場合も図-2に示す直線から離れているが、この状態は過負荷の状態で、対数増殖でないことに原因していると考えられる。

(2) 図-3から、35日、40日および60日消化の場合には横軸の値は約8前後で、縦軸の値は約25~35となっている。すなわち、消化日数60日という長い消化日数の場合でも、 $1/X_0^m = 8.3 \times 10^{-4}$ $\therefore X_0^m \approx 1200 \text{ ppm}$ が限界であることが解った。換言すれば混合液のBODの限界値は1200ppmであるとも言える。この限界値は従来の汚泥消化法の限界値ともよく一致している。混合液のBODの最小値は消化日数の如何を問わず1200ppmと考えることができる。また、図-2から対数発育期における最小限界消化日数は12日消化と見ることができ、この限界消化日数12日は先に指摘した値と全く一致する。

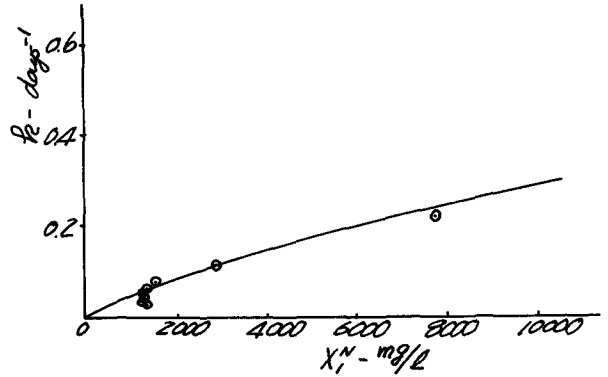


図-4 混合液のBOD濃度と発育速度係数

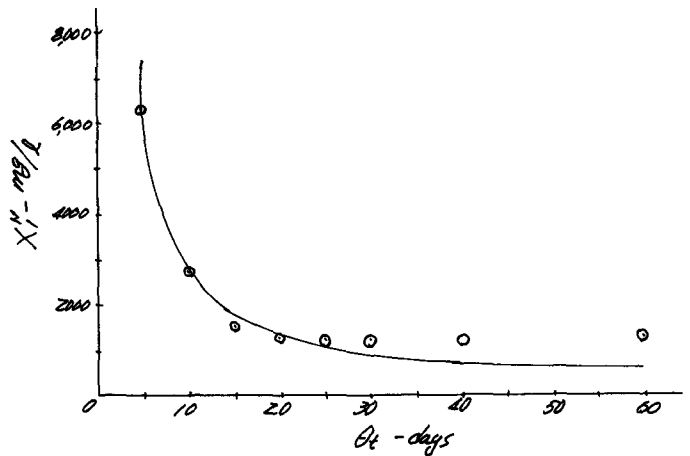


図-5 消化日数と混合液のBOD濃度

(3) 図-3において、限界消化日数12日として混合液のBODを求めると、 $1/X^N = 5 \times 10^{-4}$
 $\therefore X^N = 2000 \text{ ppm}$ となる。すなわち、良好な消化状態における混合液のBODの最大値は2000ppmであると言える。

(4) 図-4から、良好な消化状態が維持できる12日～30日消化の場合の発育速度係数は約 $0.07 \text{ days}^{-1} \sim 0.085 \text{ days}^{-1}$ の範囲であった。

(5) 図-5から、限界消化日数として12日消化の場合を縦軸に代入すると、 $X^N = 2200 \text{ ppm}$ となる。すなわち、混合液のBODの最大値は2200ppmであると言える。先に図-3から得られた2000ppmと極めてよく一致しているとともに良好な消化状態における混合液のBODの最大値は2000～2200ppmとなるが、この値は従来の約2200ppmの経験値ともかなりよく符合していると言える。したがって、混合液のBODが2200ppm以上であるならば、良好な消化状態であるとは言えない。

参考文献

- (1) Monod, J., "The Growth of Bacterial Cultures." Annual Rev. Microbiol., 3. 371 (1949)
- (2) 遠藤郁夫, 近藤千秋, "汚泥消化の高率化に関する研究" 第5回 衛生工学研究 討論会 講演論文集.
- (3) 遠藤郁夫, "し尿の嫌気性消化に関する基礎的研究" 土木学会論文集 (昭40)
- (4) W. E. Gates, John H. Smith, Shun-Dar Lin, and Charles H. Ris III
"A Rational Model for the Anaerobic Contact Process." Journal WPCF Vol. 39, No. 12 (1967)