配水本管網の経済的設計法

北海道大学工学部　正員　高桑哲男

1. はじめに

配水管網の水理学的効果と経済性は，本管網の設計いかんによって大きく左右される。本管網の経済的設計に関しては，すでに扇田[1),2)]松田[3)]青木[4),5)]末石[6)]らの研究がある。本稿では，新たな設計法として，直交表を利用した方法とLagrangeの未定乗数法による方法の二つを提示する。しかしながら，これら二つも含めた現在までの設計法は，必ずしも静的設計の域を出ているとはいいがたい。

配水管網の最適化計画にいたる過程において，需要水量の時間的，場所的変動が考慮されねばならないのは当然である。需要変動を考慮するとき，シミュレーション手法が大幅にとり入れられることになろう。その場合，経済的設計はどのような意義をもつものであろうか。また，現在までに提示されてきた諸種の経済的設計法の需要変動に対する有用性についての検討も必要となろう。本稿においては，このような観点からも考えてみたい。

2. 配水管網の設計

2－1　配水管網設計の目標と経済的設計の意義

配水管網の具備すべき要件は，①水質的に安全である用水を，②十分な水量と水圧にて供給することであり，できうれば③経済的にも満足できるものであることが望ましい。これらは配水管網設計上の目標でもあり，それぞれ①安全性，②信頼性，③経済性と表現することもできよう。優先順位は，当然①，②が先で，次いで③となるべきである。

上記の目標のほかに，配水管網における各節点の水圧はできるだけ均等であるべきとする論もある。この等圧化管網の理念は，(1)給水を円滑ならしめるため，すなわち，上流側の余剰圧力にともなう過剰な水使用によって下流側が水圧低下さらには給水不能状態におちいることを避けようとし，また(2)水道料金が水量のみによって決められ，水圧が考慮されていないのは不合理であるとする考えにもとづいている。このうち(1)は節点取り出し水量の変動に組み入れることができ，②信頼性に包含しうるものである。一方，(2)に固執すれば，現時点ではこれを④平等性としてとりあげねばならない。

いま一つの目標は，管路断水時に対する方策がたっていること，いわば⑤応急性である。これは給水制限下での信頼性ともいえよう。応急性は経済性をくつがえすほどの管路強化を要求する反面，事故の確率は小さく，また材質選択，施工・管理に望みを託しうる余地を残している。ここに応急性が積極的に設計目標としてかかげられない理由があると思われる。

上にあげた目標をもりこんで設計するためには，それらを同一の単位にそろえたうえで目標関数に組みこまねばならない。その単位としては円（費用）が最もすぐれているが，応急性以外の安全性，信頼性，平等性を経済性に換算することは，現状では不可能である。そこで次善の策として考えられるのは，円単位で表現しえない目標に対しては許容限界を設定することである[6)]。このような考えは，配水管網の具備すべき要件としての優先順位が劣る経済性を強調した感があるが，実はそうではない。

工学設計であるからには経済性は度外視しえないという理由よりもむしろ，経済性以外の要件を検討するうえでの対象となるべき管網の骨組みを設定するという点で経済的設計は意義をもつのである。

2－2　設計手順における経済的設計の位置づけ

需要水量の変動を考慮するとき，水理設計上の第一目標である信頼性には二つの内容がある。一つは，変動の期待値あるいは需要水量の設計値（通常は計画時間最大給水量か計画一日最大給水量の一時間分＋消火用水量が用いられる。）に対する信頼性（以下，第一次信頼性とよぶ。）であり，もう一つは変動量に対する信頼性（以下，第二次信頼性とよぶ。）である。

第一次信頼性は経済的設計における境界条件，具体的には節点取り出し水量と水圧最悪点におけるエネルギー位を与え，これに対して静的経済設計を行なうことによって路線と管径が決定される。次いで，ここに骨組みされた管網を需要変動に対して，シミュレーションによって運営することにより，第二次信頼性，安全性および平等性が検討されることになる。その結果，各許容条件が満足されていればよし，さもなければ管径の増減，ときにはそれとともに路線を変更することによって対処する。それに応じて経済性は最良点よりも下まわるが，このことは経済性を他の目標よりも下位におくからにはやむをえないことである。

消極的ながらも応急性をとりあげるときには，経済性を大幅に低下させない限度内で，管路連絡または管径増大により管網を補強する。個々の管路欠損部についての対策は，やはりシミュレーションにより試行錯誤的に検討することになろう。

2－3　配水管網系統の組織化

配水系統は配水基地設備，配水管網および給水系統に分けられ，そのうちで配水管網系統の役割りは，配水池に貯えられている浄水を給水区域内の給水管接続点に分配することである。しかるに給水区域は平面的広がりをもっているために，管網系統は分配と同時に輸送の機能ももたねばならない。分配のためには給水区域内にくまなく配水管を布設すべきであり，一方，経済性に重点をおいた輸送のためには管路数を減らして流量を集中すべきこととなる。これら分配と輸送というあい対する機能を効果的に遂行し，前掲の設計目標に近づけるためには，配水管網を機能的，規模的に分化したうえで総合化する，すなわち組織化することが要求される。

組織化に際して，管網系統を分化させる方向に働らく要因としては，(1)設計水量における平時水量と火災時水量の差異，(2)水量，水圧の計測および管理の容易さ，(3)水理計算の正確さと簡便さ，(4)等圧化，(5)事故時あるいは修理時断水による支障の軽減化，(6)拡張時設計の合理化，が考えられ，一方(7)水量の融通配分，(8)分化された管網系統の効果的運用，(9)経済設計の合理性（主として規模決定）のためには総合化が必要となる。

管網系統の組織化を指向する研究としては，青木の「複式配水管網」[7]，小出・安食によって提示された「ブロックシステム」[8]があげられる。複式配水管網は本管網と支管網より構成され，ブロックシステムは配水系統別ブロック，大ブロック，小ブロックおよび断水区域ブロックから構成される。ここに大ブロックと小ブロックはそれぞれ本管網と支管網に相当する。

支管網の設計は火災時水量にもとづいてなされるために，管路配置は網目状となり，管径の変域したがって経済的効果における変域も小さい。支管網の経済性は本管網との相対的規模関係において重

要となる。[9] 管路内平時流量は火災時に比してきわめて小であるから，安全性は支管網において特に問題となる。一方，本管網の設計においては，管路配置したがって管路内流量の自由度が大であり，それに応じて経済性さらには第二次信頼性，平等性，応急性は大きく変化する。複式配水管網の成否は本管網の設計にかかっているといえよう。

3.　経済的設計法の分類と検討

対象とする配水本管網の管路配置を網目状にするか，あるいは樹枝状にするかによって，その経済的設計法（管径決定法）は二分される。さらに補助的区分を付加して分類してみると，表－1のごとくになる。ただし，ⓔ法とⓖ法はそれぞれ第4章，第5章で述べる方法である。

表－1に掲げた諸方法の特徴あるいは問題点を列挙すれば，次のごとくである。

(1) 網目状管網のⓐ，ⓑ，ⓒ，ⓓ，ⓔ法は最適値探索法の応用であり，また樹枝状管網のⓖ，ⓗ法は制約条件つき最適化問題の解法を応用したものであるから，与えられた境界条件下での最適値に到達もしくは接近しうる。これに対して，ⓕ法は与えられた管路流量に対する最適解の平均であり，一方，ⓘ法にて得られる解は，おそらく最適値に近いだろうが，最適値ではない。

(2) 網目状管網の流れは複雑な水理学的条件に拘束されるから，最適値探索においては交互作用を考慮した方法が有利となろう。[11]

(3) 管路費用式におけるα，β，γ（式－(8)参照）の値は，管径 0.4 m を境にして異なる。管網内管径分布が 0.4 m の上下にわたるときには，規格管径値を用いて最適値探索の方向を決定するⓒ，ⓓ，ⓔ法のほうが有利となる。[11] この問題は，最適化の過程において方向決定が不要であるⓕ，ⓖ，ⓗ，ⓘ法では，計算がいく分面倒になるだけですまされるが，ⓐ，ⓒ法では致命的となることもありうる。ただし，経済的設計はあくまでも以後の設計段階にて修正されるべき骨組みを設定するに過ぎないという観点にたてば，直径と管路費用の関係を1本の関数形で近似してもかまわないであろう。

(4) ⓕ法は，分岐・合流のある1本の管路の経済的設計法[1]と流量配分法の二つから成りたっている。流量配分法を利用して管路流量が設定されたならば，ⓖ法を網目状管網に適用することが可能となる。その計算例については第6章で示す。

(5) 需要水量の場所的変動を考慮するときには，管路流量が重視されるべきである。樹枝状管網の経済的設計においては，節点における流量の連続条件は成立しなくてもよいから，ⓖ，ⓗ，ⓘ法では，節点取り出し水量の変動に対する管路流量の確率分布にもとづいて，対象とする管路を流れるべき流

表－1　配水本管網の経済的設計法

	網目状管網			樹枝状管網
	管路流量を与えない		管路流量を与える	
	主効果にもとづく	交互作用を考慮		
管径の増減幅に制限をつけない	ⓐ 最大傾斜法による方法[6]	ⓑ ランダム方向性を加味した勾配法[12]	ⓕ 松田の方法[3]	ⓖ Lagrange の未定乗数法による方法
規格管径に応じて増減する	ⓒ 整数解方向法[11]	ⓓ 整数解ランダム方向法[11] ⓔ 直交表を利用した方法		ⓗ 線形計画法による方法[10] ⓘ 青木の方法[4),5]

量を設定することにより，シミュレーション段階の計算回数を減少させることができる。

以下の(6)，(7)，(8)では，ⓕ法を除外して考えるものとする。

(6) 網目状管網では，経済的設計の最初に仮定される管路配置と管径の大きさによって，最終的に到達しうる解は決まってしまう。一方，樹枝状管網についても，対象としている一つの管路配置についての最適解しか得られない。いずれの場合も，あらゆる管路配置または管径分布の組み合わせについての計算結果を比較したうえでなければ，真の最適解は得られない。直交表による管路配置の組み合わせ，あるいはモデル化して縮小した管網を利用しやすい点では，樹枝状管網のほうが有利である。

(7) 網目状管網から補助的性格の強い管路を縮小して経済性を高めたものと，経済的設計によって得られた樹枝状管網を連絡管にて補強して第二次信頼性，応急性を配慮したものとは，管路配置と管径分布において大差はないであろう。経済的設計の容易さからは，樹枝状管網のほうがすぐれている。

(8) 網目状管網だからといって，第二次信頼性，平等性，応急性が十分にそなわっているわけではない。特に平等性については疑問がある。シミュレーションによってこれらの目標に対する検討を行なう場合には，むしろ初めは樹枝状管網として考え，これに連絡管を付加し，または幹線を強化するという手順をふむほうが合理的ではないだろうか。

4. 直交表を利用した方法

管網内の流れは，節点における流量の連続条件および閉管路における損失水頭の閉合条件という水理学的条件を満たしていなければならないことから，管径変更に応じた費用増減には交互作用のともなうことが予想される。[11] 交互作用の効果は管網の規模が大きくなるほど大となろう。

交互作用の存在する場合の最適値探索には，繰り返しのある多元配置法または直交表の利用が考えられるが，大規模管網に対しては，いずれの方法でも交互作用の効果をも含めて分析することは不可能に近い。そこで次善の策として，2本以上の管路径を同時に変更した組み合わせをつくり，主効果にもとづく費用減少の方向よりもさらに減少する組み合わせが得られたならば，その組み合わせにしたがって管径を変更していく方法が考えられる。管径の組み合わせを効率的につくり出すために直交表を用いるのが，ここでいう「直交表を利用した方法」である。

管径変更を「増加」，「変更しない」，「減少」の3水準にとれば，管路数に応じて準備すべき直交表[13]は表－2のごとくである。1回の最適値探索において必要となる管網流量計算は（直交表の行数＋α＋2）回である。主効果にもとづく最良組み合わせの費用と費用最小値および費用最大値の逆組み合わせの費用を比較して最適組み合わせを求め，その結果をさらに費用増大の生ずるまでα回おし進めてみてから，次の最適値探索において基準として用いるべき管径の組み合わせが決定される。

文献[6]において用いられた管網図（図－1）に対して，この方法を適用した計算例を示そう。ただ

表－2 利用すべき直交表と1回の最適値探索に必要な管網流量計算回数

管路数	1～4	5～7	8～13	14～25	26～40	41～79	80～121	122～241
直交表	$L_9(3^4)$	$L_{18}(2^1\times3^7)$	$L_{27}(3^{13})$	$L_{54}(2^1\times3^{25})$	$L_{81}(3^{40})$	$L_{162}(2^1\times3^{79})$	$L_{243}(3^{121})$	$L_{486}(2^1\times3^{241})$
計算回数	$11+\alpha$	$20+\alpha$	$29+\alpha$	$56+\alpha$	$83+\alpha$	$164+\alpha$	$245+\alpha$	$488+\alpha$

し，総費用Wは次式によって計算されるものとする。

$$W=\sum_{i=1}^{5}(50{,}000D_i^{1.5}+3{,}000)\times L_i+3.528\times10^6\times H_p \text{〔円〕} \cdots\cdots(1)$$

管路数は5本であるから，$L_{18}(2^1\times3^7)$ 型直交表を利用する。管径の「増加」，「変更しない」，「減少」に対してそれぞれ「3」，「2」，「1」を対応させることにして，原表の第2～第6列の数字1，2，3に，各列ごとにランダムに割りつけたのが表－3である。たとえば，初期管径をすべて0.3 mとすれば，第1回目の最適値探索における管網流量計算のNo.1は，$D_1=0.3$，$D_2=D_3=D_4=0.25$，$D_5=0.35$ m に対してなされる。

計算結果は表－4のごとくであって，4回（実際には，あと2回程度の確認計算が必要となる。）の最適値探索にて微分計算上の最適解である 1.3592×10^8 円に近い値が得られている。

表－3 管径増減のわりつけ

No.	管		径		
	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5
1	2	3	3	3	1
2	2	1	2	2	3
3	2	2	1	1	2
4	3	3	3	2	3
5	3	1	2	1	2
6	3	2	1	3	1
7	1	3	2	3	2
8	1	1	1	2	1
9	1	2	3	1	3
10	2	3	1	1	3
11	2	1	3	3	2
12	2	2	2	2	1
13	3	3	2	1	1
14	3	1	1	3	3
15	3	2	3	2	2
16	1	3	1	2	2
17	1	1	3	1	1
18	1	2	2	3	3

5. Lagrangeの未定乗数法による方法

管路流量が与えられた管網に対しては，等号制約つきの最適化問題を解くのに有効なLagrangeの未定乗数法を利用するとよい。以下には，網目を含まないポンプ加圧式の樹枝状管網系について述べるが，これは自然流下系に対しても，また網目状管網であっても，たとえば松田の方法によって，管路流量が与えられた場合には応用できるものである。

G_R = 基準面からの配水池水位〔m〕

G_m = 基準面から節点mにおける管中心までの高さ〔m〕

RP_m = 節点mにおける所要残存水頭〔m〕

H_p = 揚程〔m〕

$\sum_{m,i} H_i$ = 配水池から管経路末端点mまでの損失水頭〔m〕

とすれば，これらの間には

$$G_m+RP_m+\sum_{m,i}H_i=G_R+H_p \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

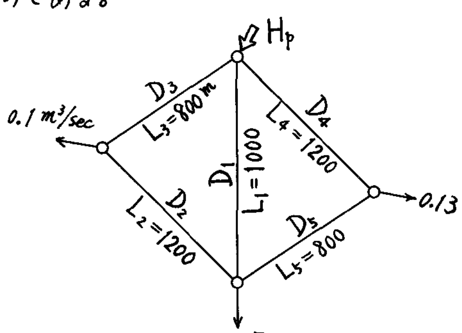
なる関係がある。ただし，$\sum_{m,i}$ は配水池からm点までの管経路に含まれる管路iについての合計を表わすものとする。式－(2)において，

$$G_m+RP_m-G_R=GP_m \cdots\cdots\cdots (3)$$

とおけば次式が得られる。

$$\phi_m=\sum_{m,i}H_i+GP_m-H_p=0 \cdots\cdots\cdots (4)$$

M本の管経路より構成される管網については，式－(4)で



図－1 管網図

表－4 直交表を利用した方法による計算

回数	管		径	〔m〕		揚程 H_p〔m〕	費用〔$\times10^8$円〕	備考
	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5			
初期	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	31.177	1.6607	主効果，α=2
1	0.4	0.2	0.4	0.4	0.3	23.172	1.4664	最小値，α=1
2	0.35	0.15	0.35	0.4	0.25	24.117	1.4239	最小値，α=1
3	0.35	0.1	0.4	0.45	0.25	22.710	1.4060	最小値，α=3
4	0.35	0.1	0.4	0.45	0.1	22.795	1.3717	主効果，α=1
5	0.35	0.1	0.4	0.45	0.1	22.795	1.3717	

表示される等号制約式がM本成立しなければならない。ここでHazen-Williams 公式：

$$H_i = K_i Q_i^{1.85} D_i \qquad \cdots\cdots (5)$$

を採用すると，式-(3)は次のごとくになる。

$$\phi_m = \sum_{m,i} K_i Q_i^{1.85} D_i^{-4.87} L_i + GP_m - H_p = 0 \qquad \cdots\cdots (6)$$

ただし，$K_i = 3.0061 \times 10^{-5} C_i$，$C_i$ =流速係数，Q_i =管路流量〔l/sec〕，D_i =直径〔m〕，L_i =管路長〔m〕である。

費用は管路費とポンプ費より成り，これらはそれぞれ

$$W_D = \sum_{i=1}^{N} (\alpha D_i^{\beta} + \gamma) \times L_i \qquad \cdots\cdots (7)$$

$$W_p = P \times H_p + P' \qquad \cdots\cdots (8)$$

と表わされる。ここで，Nは管路総数である。α，β，γは管径に依存する値であるが，ここでは定数としてとりあつかうことにする。α，βが管径に依存するとしたときのとりあつかいは，本章の最後で述べる。Pはポンプ効率，年間配水量，年利率，余裕設備率などに関係する係数であり，またP'は揚程に無関係な項とする。[2),6)]

問題は未定乗数Λ_mを導入して表示された総費用：

$$W = W_D + W_p + \sum_{m=1}^{M} \Lambda_m \phi_m = \sum_{i=1}^{N} (\alpha D_i^{\beta} + \gamma) \times L_i + P \times H_p + P'$$

$$+ \sum_{m=1}^{M} \Lambda_m \Big(\sum_{m,i} K_i Q_i^{1.85} D_i^{-4.87} L_i + GP_m - H_p \Big) \qquad \cdots\cdots (9)$$

を最小にすることである。

式-(9)をD_i（$i = 1, 2, \cdots, N$），H_p およびΛ_m（$m = 1, 2, \cdots, M$）について偏微分して0とおけば，

$$\frac{\partial W}{\partial D_i} = \alpha\beta L_i D_i^{\beta-1} - 4.87 K_i Q_i^{1.85} D_i^{-5.87} L_i \times \sum_{i,m} \Lambda_m = 0$$

$$A D_i^{\beta-1} - B_i D_i^{-5.87} \times \sum_{i,m} \Lambda_m = 0 \qquad \cdots\cdots (10)$$

$$\frac{\partial W}{\partial H_p} = P - \sum_{m=1}^{M} \Lambda_m = 0 \qquad \cdots\cdots (11)$$

$$\frac{\partial W}{\partial \Lambda_m} = \phi_m = \sum_{m,i} K_i Q_i^{1.85} D_i^{-4.87} L_i + GP_m - H_p = 0 \qquad \cdots\cdots (12)$$

となるから，式-(10)，(11)，(12)なる合計（N+M+1）本の連立方程式を解いて未知数D_i，H_p，Λ_mを求めればよい。ただし，上式において

$A = \alpha\beta$，　$B_i = 4.87 K_i Q_i^{1.85}$

であり，$\sum_{i,m}$は管路iが含まれる管経路mについて合計するものとする。

式-(10)，(12)はD_iに関する非線形式であるから，このままでは解くのが困難である。そこで，

接線近似によって線形化して解くことにする。仮定値もしくは近似値を d_i, h_p, λ_m とし，補正値を $\Delta D_i, \Delta H_p, \Delta\Lambda_m$ とすれば，式－(10)，(11)，(12)は次のごとく線形化される。

$$\left(A' d_i^{\beta-2}+5.87 B_i d_i^{-6.87}\sum_{i,m}\lambda_m\right)\Delta D_i - B_i d_i^{-5.87}\times\sum_{i,m}\Delta\Lambda_m = B_i d_i^{-5.87}\times\sum_{i,m}\lambda_m - A d_i^{\beta-1} \qquad (13)$$

$$\sum_{m=1}^{M}\Delta\Lambda_m = P-\sum_{m=1}^{M}\lambda_m \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (14)$$

$$\Delta H_p+\sum_{m,i} B_i L_i d_i^{-5.87}\Delta D_i = GP_m - h_p + \sum_{m,i} F_i d_i^{-4.87} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (15)$$

ただし，

$$A' = A\times(\beta-1), \qquad F_i = K_i Q_i^{1.85} L_i$$

式－(13)，(14)，(15) の連立一次方程式を解いて $\Delta D_i, \Delta H_p, \Delta\Lambda_m$ を求めると，修正された値は

$$D_i = d_i + \Delta D_i \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (16)$$

$$H_p = h_p + \Delta H_p \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (17)$$

$$\Lambda_m = \lambda_m + \Delta\Lambda_m \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (18)$$

となる。再びこれを近似値として修正値を求めるという手順を式－(10)，(11)，(12)の誤差が許容限界内におさまるまで繰り返せばよい。連立一次方程式の解法としては，還元解法[14]が効果的である。

管路数N＝4，管経路数M＝4である図－2のごとき樹枝状管網に対して，式－(13)，(14)，(15)を具体化すると，

$$\left\{A_1' d_1^{\beta-2}+5.87 B_1 d_1^{-6.87}(\lambda_1+\lambda_2)\right\}\Delta D_1 - B_1 d_1^{-5.87}(\Delta\Lambda_1+\Delta\Lambda_2)$$
$$= B_1 d_1^{-5.87}(\lambda_1+\lambda_2) - A_1 d_1^{\beta-1} \qquad \cdots\cdots (19)$$

$$(A_2' d_2^{\beta-2}+5.87 B_2 d_2^{-6.87}\lambda_1)\Delta D_2 - B_2 d_2^{-5.87}\Delta\Lambda_1 = B_2 d_2^{-5.87}\lambda_1 - A_2 d_2^{\beta-1} \qquad \cdots\cdots (20)$$

$$(A_3' d_3^{\beta-2}+5.87 B_3 d_3^{-6.87}\lambda_2)\Delta D_3 - B_3 d_3^{-5.87}\Delta\Lambda_2 = B_3 d_3^{-5.87}\lambda_2 - A_3 d_3^{\beta-1} \qquad \cdots\cdots (21)$$

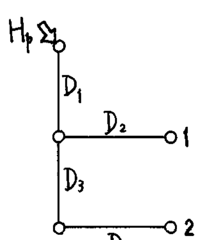
$$(A_4' d_4^{\beta-2}+5.87 B_4 d_4^{-6.87}\lambda_2)\Delta D_4 - B_4 d_4^{-5.87}\Delta\Lambda_2 = B_4 d_4^{-5.87}\lambda_2 - A_4 d_4^{\beta-1} \qquad \cdots\cdots (22)$$

$$\Delta\Lambda_1+\Delta\Lambda_2 = P-(\lambda_1+\lambda_2) \qquad \cdots\cdots (23)$$

$$\Delta H_p + K'(F_1 d_1^{-5.87}\Delta D_1 + F_2 d_2^{-5.87}\Delta D_2) = GP_1 - h_p + K(F_1 d_1^{-4.87} + F_2 d_2^{-4.87}) \qquad \cdots (24)$$

$$\Delta H_p + K'(F_1 d_1^{-5.87}\Delta D_1 + F_3 d_3^{-5.87}\Delta D_3 + F_4 d_4^{-5.87}\Delta F_4)$$
$$= GP_2 - h_p + K(F_1 d_1^{-4.87} + F_3 d_3^{-4.87} + F_4 d_4^{-4.87}) \cdots (25)$$

となり，その還元過程は表－5のごとくである。この場合は，7元が1元に還元されている。ただし，



図－2　樹枝状管網図

表－5　還元過程

式番号	未知数				順序
19	〔D_1〕	(Λ_1)	(Λ_2)		3
20	((D_2))	〔Λ_1〕			1
21	〔D_3〕	(Λ_2)			4
22	〔D_4〕	(Λ_2)			5
23	(Λ_1)	〔Λ_2〕			2
24	〔H_p〕	(D_1)	(D_2)		6
25	(H_p)	(D_1)	(D_3)	D_4	I

表－5において未知数のΔは省略してある。たとえば，D_1はΔD_1の意である。また《 》，（ ），〔 〕印はそれぞれ文献[14]表－3の◎，○，□印に相当する。

α，βが直径0.4mを境として異なった値をとるとするときには，次のごとき手順によって最適解を求めればよい。

1) IK＝0とおく。仮定値$d_i \geqq 0.4$ ならば$ID_i=1$，$d_i<0.4$ ならば$ID_i=-1$とおく。

2) 解が得られた段階で，$(D_i-0.4)\times ID_i>0$ならば仮定時のα，βによってその管路の費用を計算する。$(D_i-0.4)\times ID_i \leqq 0$ ならばD_iに対するα，βによって費用を計算し，その回数：IKを加算していく。

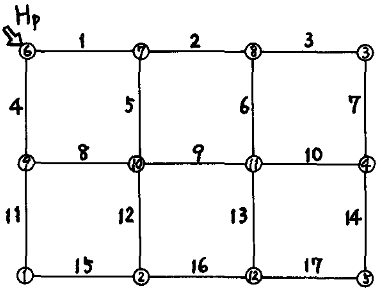
3) IKが0ならばその結果が最適解である。もし正のときには，$D_i \geqq 0.4$ ならば$d_i=D_i+\delta$，$D_i<0.4$ならば$d_i=D_i-\delta$なる仮定値にて再び上記1)，2)の手順を繰り返す。ただし，$1 \gg \delta>0$とする。

4) IKが0にならずにある値に収束したならば，そこで計算を打ち切り，それまでの計算のうち総費用が最小となる解を最適解とする。

6. 計算例

6－1 適用した方法と条件

表－1に掲げた諸方法のうち，網目状管網に対する①直交表を利用した方法と，樹枝状管網に対する②Lagrangeの未定乗数法による方法，および③網目状管網の管路流量を松田式流量配分法によって求めたうえで②の方法を用いて解く方法の三つを適用した場合についての計算例を示そう。



図－3 網目状管網図

①，③では図－3の管網を対象とする。これを樹枝状配置にした図－4の管網には②を適用する。管路数はそれぞれ17本と11本である。

すべての管路長，流速係数はそれぞれ$L_i=1000$m，$C_i=100$とし，節点6における水量取り出しはなく，他の11個の節点における取り出し水量はすべて100 ℓ/secとする。またポンプは節点6の直上流にあるとし，他の11個の節点におけるGPの値はすべて20mとする。

ポンプ費用W_pと1本の管路の費用w_iはそれぞれ次式により計算されるものとする。

$$W_p = 6\times 10^6 \times H_p \text{（円）}$$

$$w_i = (80{,}000\times D_i^2 + 12{,}000)\times L_i \text{（円）}$$

6－2 松田式流量配分法の利用

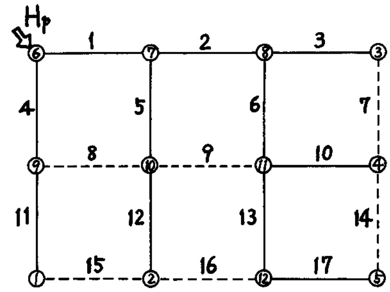
まず初めに，長方形網目状を成す管網に対しては，松田式流量配分法の手順が簡単化されることを示そう。「配水池から管網へ流入する節点と対象とする節点を結ぶ線を対角線とする長方形を考え，後者の節点に隣る辺の格子点の数の比にしたがって管路流量を定めればよい。」たとえば，図－3の節点5については，長方形6－3－5－1を考えて，辺3－4－5と辺1－2－12－5における格子点の数の比2：3によって管路14と管路17の流量が得られる。節点11については，管路6と管路9の流量比は1：2になる。いまの場合は管路が等間隔に配置されているが，長方形でありさえ

表－6　直交表を利用した方法による計算

回	管径〔m〕 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	揚程 H_p〔m〕	費用〔×10⁸円〕	備考
初	0.6	0.5	0.45	0.45	0.45	0.45	0.4	0.4	0.4	0.3	0.4	0.35	0.3	0.3	0.35	0.3	0.3	54.220	7.4972	主効果，α＝1
1	0.7	0.6	0.45	0.5	0.4	0.45	0.35	0.35	0.35	0.35	0.45	0.3	0.35	0.35	0.3	0.3	0.35	42.706	6.9984	最小値，α＝1
2	0.8	0.7	0.45	0.5	0.35	0.5	0.35	0.3	0.3	0.4	0.45	0.25	0.3	0.4	0.3	0.25	0.3	39.012	6.9224	最小値，α＝1
3	0.8	0.7	0.4	0.6	0.35	0.6	0.35	0.3	0.25	0.45	0.45	0.25	0.35	0.4	0.3	0.2	0.3	35.777	6.8886	主効果，α＝1
4	0.7	0.7	0.35	0.6	0.3	0.6	0.3	0.35	0.25	0.5	0.45	0.25	0.4	0.35	0.3	0.25	0.25	38.774	6.9265	主効果，α＝1
5	0.8	0.7	0.35	0.6	0.25	0.6	0.25	0.35	0.25	0.45	0.4	0.2	0.35	0.4	0.35	0.25	0.25	36.989	6.8313	

すれば，不等間隔であっても上の手順は利用しうる。流量配分の結果は表－7に示してある。

松田式配分法は管経路に流量を均等に配分することを意図しているが，実際には必ずしもそうなっていない。たとえば，管経路1－5と4－8，1－2－6と4－8－9についてみれば明らかである。松田の管径決定法において，各経路ごとに求めた同一管路の管径が異なった値となるのは，この配分の不均等さに起因する。



図－4　樹枝状管網図

Lagrangeの未定乗数法による方法を適用するには，配水池からの流入節点と末端を結ぶ管経路にすべての管路が含まれるようにすればよい。その管経路の定めかたは一つには限らないが，どのように定めても同一の解が得られる。ここでは，次のような5本の管経路を考えて計算した。

Ⅰ：1－2－3－7－14

Ⅱ：1－2－6－13－17

Ⅲ：1－5－12－16－17

Ⅳ：4－11－15－16－17

Ⅴ：4－8－9－10－14

6－3　計算結果

①法によって計算したときの結果を途中経過とともに表－6に示す。また②と③法による結果は表－7に，揚程と費用は表－8に示す。こ

表－7　②と③の方法による計算

管路番号	②の方法 Q〔l/sec〕	②の方法 D〔m〕	②の方法 H〔m〕	③の方法 Q〔l/sec〕	③の方法 D〔m〕	③の方法 H〔m〕
1	900	0.8352	4.211	635	0.7128	4.778
2	600	0.7302	3.824	330	0.5692	4.259
3	100	0.3189	7.860	135	0.3964	4.745
4	200	0.3998	9.414	465	0.6245	5.112
5	200	0.4259	6.920	205	0.4379	6.331
6	400	0.6455	3.294	95	0.3467	4.753
7	—	—	—	35	0.2491	3.754
8	—	—	—	205	0.4660	4.675
9	—	—	—	190	0.4566	4.487
10	100	0.3565	4.566	105	0.3892	3.260
11	100	0.3318	6.481	160	0.4087	5.599
12	100	0.3534	4.764	120	0.3791	4.745
13	200	0.5166	2.704	80	0.3299	4.410
14	—	—	—	40	0.2971	2.036
15	—	—	—	60	0.2865	5.142
16	—	—	—	80	0.3755	2.346
17	100	0.4286	1.862	60	0.3759	1.371

表－8　①，②，③法の費用と揚程の比較

	①法	②法	③法	連絡管径比 0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.7
揚程〔m〕	36.989	35.785	39.386	35.780	35.756	35.836	35.914	35.965	35.983
費用〔×10⁸円〕	6.8313	5.7889	6.9652	6.5151	6.5344	6.5699	6.6197	6.6807	6.8363
水量変化時揚程	41.244	40.993	44.042	40.962	40.815	40.517	40.110	39.643	38.794
水位低下〔m〕	4.255	5.208	4.656	5.182	5.059	4.681	4.196	3.678	2.811

れによると，本計算例についての経済性は②－①－③の順となっている。

表－8には，図－4の樹枝状管網の点線部に連絡管を配置したときの費用と揚程も示してある。ただし，連絡管径比は上流側管路径に対して0.1，0.2，0.3，0.4，0.5，0.7とした。連絡管路を配置してもなお，経済性は②法のほうがすぐれているという結果になっている。さらに同表には，末端節点5における取り出し水量が50 l/secだけ増加したときの水位低下量も示しておいた。水位低下は連絡管径比の増大とともに小さくなっているのは当然としても，網目状配置とした①，③法による結果と連絡管路を配置しない場合の結果に大差のないことは注目すべきである。

なお参考までに述べると，図－3の節点配置に対しては$2^6=64$とおりの樹枝状管路配置が考えられるが，図－4の配置は4とおりある最適解のうちの一つである。

7. まとめ

(1) 配水管網系統における機能性の発揮と規模的配分の合理化のためには，その組織化が必要とされる。

(2) 管網系統の組織化を指向するものの一つである複式配水管網の水理学的効果と経済性においては，本管網の設計が特に重要である。

(3) 本管網の経済的設計は，需要変動を考慮したときに問題となる第二次信頼性，平等性，応急性を検討するための骨組みとなるべき管網を与える。

(4) 本管網の経済的設計法として，新たな二つの方法を提示した。一つは，Ⓐ網目状管網に対する直交表を利用した方法であり，もう一つは，Ⓑ樹枝状管網に対するLagrangeの未定乗数法による方法である。

(5) 表－1に掲げた経済的管径決定の諸方法はいずれも，初期管径あるいは管路配置の与えかたに応ずる一つの経済的管径分布にしか到達しえない。真の最適解を得るためには，管径分布あるいは管路配置のあらゆる組み合わせについての計算を必要とする。

(6) Ⓑの方法は，節点における流量の連続条件を必要としないこと，連絡管の評価がしやすいこと，また計算が簡単でしかも解への到達が確実であるという特長をもつ。特に前の二つの特長は需要水量の場所的変動を考慮するときには有効となろう。

(7) Ⓐ，Ⓑ法，および松田式流量配分法により管路流量を与えた網目状管網に対してⒷ法を適用した場合についての計算例により，Ⓑ法の有効性を部分的ながらも示しえたと思う。

本研究に関しご指導いただいた丹保憲仁教授に謝意を表する。

〈 参 考 文 献 〉

1) 扇田彦一；「分岐または合流する流量のある送配水本管の経済的設計法」，水道協会雑誌，第226号，pp. 26～38（1953. 8）
2) 扇田彦一；「ポンプ加圧送水管線の経済的設計」，水道協会雑誌，第234号，pp. 3～19（1954. 4）
3) 松田暢夫；「合理的配水管網の設計に関する研究（II）」——経済的配水管網の設計——，水道協会雑誌，第329号，pp. 25～42（1962. 2）
4) 青木康夫；「上水道の配水管網の設計法に関する研究（III）」——配水本管網の基本設計法——，水道協会雑誌，第320号，pp. 28～38（1961. 5）
5) 青木康夫；「上水道の配水管網の設計法に関する研究（IV）」——配水本管網の経済的設計法——，水道協会雑誌，第325号，pp. 10～16（1961. 10）
6) 末石冨太郎；「配水管網最適化の理念と最大傾斜法の応用」，水道協会雑誌，第379号，pp. 2～14（1966. 4）
7) 青木康夫；「上水道の配水管網の設計法に関する研究（I）」——配水管網の構成——，水道協会雑誌，第310号，pp. 43～46（1960. 7）
8) 小出栄，安食裕夫；「新潟地震による配水管組織の改良復旧と配水コントロール計画」，水道協会雑誌，第392号，pp. 33～40（1967. 5）
9) 高桑哲男；「配水支管網の設計」，第25回年次学術講演会講演概要，第II部，土木学会，pp. 487～489（1970. 11）
10) Karmeli, David, et. al.; Design of Optimal Water Distribution Networks, Proceedings of the ASCE, No. PL1, pp. 1～10（1968. 10）
11) 高桑哲男；「配水本管網の経済的設計法に関する基礎的考察」，第21回全国水道研究発表会講演集，pp. 110～111（1970. 6）
12) Jacoby, Samuel L. S.; Design of Optimal Hydraulic Networks, Proceedings of the ASCE, HY3, pp. 641～661（1968. 5）
13) 田口玄一；「直交表と線点図」，丸善（1962. 4）
14) 高桑哲男；「配水管網流量計算法に関する研究（II）」——連立1次方程式の逐元解法とその管網流量計算への応用——，水道協会雑誌，第422号，pp. 27～36（1969. 11）