

水質の変化とその予報に関する研究(3)

貯水池の水温変化予知への拡散モデルの適用と相似則

京都大学工学部 正会員 合田 健

京都大学工学部 学生員 ○海老瀬 啓一

1. 緒言

水系の水質変化を予知しようとする場合、その水系中に貯水池が存在するか否かによって、おのずからその取り扱い方も異なってくる。貯水池が水系中に存在する場合は、貯水池内およびその下流において、水理・水質因子は互いにその影響を受ける。それゆえ、水利用上重要でありながら、その動的特性のよくわかっていない貯水池をとらえ、成層流(密度流)と水質、とくに水温、との関係に注目し、貯水池内の流動に伴う水質変化予知へのアプローチとして、水温変化に拡散モデルを適用した場合について論じてみる。

2. 成層流(密度流)

貯水池内における成層流(密度流)の原因には、貯留水と流入水との間の水温差の他に、両者にそれぞれ含まれる濁質や溶質の濃度差が考えられる。これら3つの要因は単独で、あるいは、種々の組み合わせによって貯留水と流入水との間に密度差を生じ、流入水は貯留水の等密度層に overflow-interflow-underflow として流入し、貯留水はこれに応じた流動を起こす。これらの流動状態によって混合・拡散の程度や滞留時間が異なり、貯水池内の水温・濁度・DO濃度・細菌数などの水質因子に変化がもたらされる。したがって、この関係を知ることが貯水池内および下流への水質コントロールにもつながることになる。

上記の成層流(密度流)の3原因のうち、濁質によるものは洪水後など一時的なものであり、濁度の0度と150度の差が密度に及ぼす影響は、15℃付近での1℃の水温差にしか相当しない。一方濁質による密度変化は、下水や工場排水などの混入による特殊なものであるが、その密度変化への貢献度はわが国の人工貯水池のばあい一般に小さい。要するに密度差の原因は、水温差によるものが主体で、他の2因はふつう、これに若干の変化を与える程度と考えられる。

3. 温度密度流

水温差による密度流は温度密度流と呼ばれ、工場や火力・原子力発電所冷却水の熱排水などの特殊な場合を除くと、夏季に貯留水が温度成層した場合がほとんどである。この場合の流動状態と水質との関係は密接で、流入水温や取水(放流)位置や水表面上からの熱供給量などが支配的な因子として作用する。

4. 水温について

多くの水質因子のうちで水温は、他の物理的、化学的および生物学的因子に影響を及ぼす重要な因子である。すなわち、水温は密度や粘性などの水理量を直接左右するのみならず、各種化学反応の反応速度や各種化学成分の溶解度に影響し、生物のせい息や生育などにも影響を与える。それゆえ、貯水池内の水温分布は、貯水池内およびその下流の各種化学成分や生物の分布に直接的に関係することになり、他の各種水質分布に対して支配的な位置を占めている。

5. 拡散モデルの適用

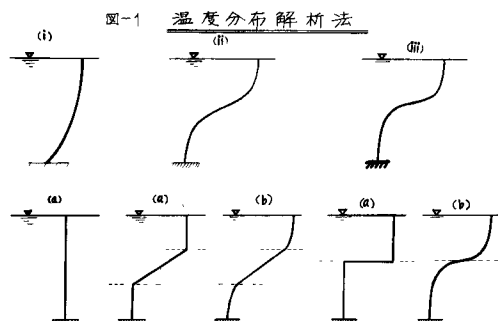
貯留水が成層した場合は、流速や密度などの物理量や各種物質量を、解析上、全層にわたって画一的な力学モデルが使えたとしても、その実際の解析が困難であるため、貯留水成層分布の支配的要素である水温の鉛直分布の季節的パターンから、まず次の3つの場合に分けてアプローチを試みる。

(i) 温度躍層のない場合

(ii) 表水層・変水層（躍層部）・深水層の3層に分けられる場合

(iii) 表水層・深水層の2層と見なせる場合（躍層が強力に変水層（躍層部）厚が薄い場合）

上記の(i), (ii), (iii)の場合をそれぞれ1層, 3層, 2層と考えると、このモデルの各層に2次元定常熱拡散方程式, $u \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + w \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = K_x \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + K_z \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}$, を適用して水温変化の現象が説明できるものとする。これらの解析のためのモデルを図示すると図-1のようになる。(i), (ii), (iii)の(a)の場合は、流下方向の1次元挙動のみしか取り扱わないような最も単純化された場合を示したものである。



6. 差分式近似による計算

一般に、前述の2次元定常熱拡散方程式の理論解を得ることは、流速や拡散係数、初期条件や拡散条件から考えて困難である。それゆえ、実用的には上記の拡散方程式を次のように、

$$u(x, z) \frac{\theta(x+\Delta x, z) - \theta(x, z)}{\Delta x} + w(x, z) \frac{\theta(x, z+\Delta z) - \theta(x, z)}{\Delta z} = K_x(x, z) \frac{\theta(x+\Delta x, z) + \theta(x-\Delta x, z) - 2\theta(x, z)}{(\Delta x)^2} + K_z(x, z) \frac{\theta(x, z+\Delta z) + \theta(x, z-\Delta z) - 2\theta(x, z)}{(\Delta z)^2}$$

差分式近似し、逐次計算するのが便利である。また、境界条件として、水表面と池底面では、

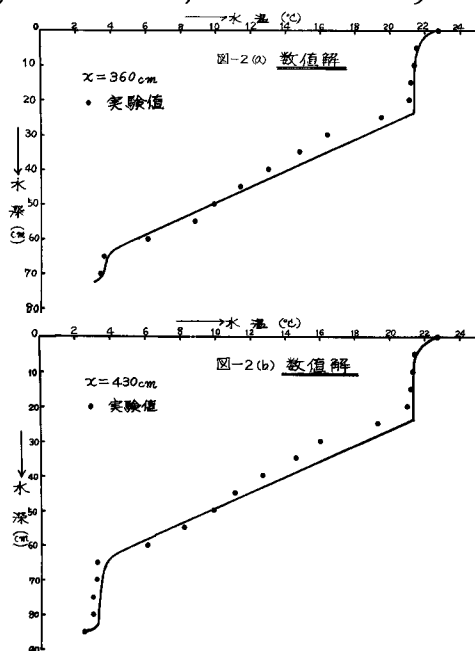
(1) 一定熱量の流入のある場合; $-\frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{q}{\rho C_p K_z}$

(2) 線形熱伝達のある場合; $-\frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{h}{\rho C_p K_z} (\theta_0 - \theta)$

(3) 断熱の場合; (1)において $q=0$ とおけばよい。

2層や3層などの場合は、表水層の下端や深水層の上端での境界条件を、躍層面の定義を考慮して、 $\frac{\partial \theta}{\partial z} = 0$ とする。これらの境界条件もそれぞれ差分式で表示し、各層内に格子点網を組んで差分計算を行えば、順次各点での水温が求まるはずである。

この計算結果の例として、後述の模型実験の場合に適用したものを図-2に示す。この場合、実験結果の流速の鉛直分布において変水層の部分で直線的であるので、変水層の部分については水温の直線分布を仮定し、表水層と深水層について計算したものである。



このような差分式近似による数値解は、もとの拡散方程式の理論解が簡単に得られない場合、すなわち、(1)流速や拡散係数が一定として扱えない場合、(2)貯水池の幅や深さなど地形が複雑な場合、(3)境界条件が複雑になる場合、のようになると実用上便利である。しかし、層の分割の際の位置や、流速や拡散係数の変化を予想することなど困難な問題がある。

7. 理論解

前述の2次元定常熱拡散方程式、 $u \frac{\partial \theta}{\partial x} + w \frac{\partial \theta}{\partial z} = K_x \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + K_z \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}$ 、において、鉛直方向の移流項 $w \frac{\partial \theta}{\partial z}$ の鉛直方向の拡散項 $K_z \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}$ に対するマグニチュードが小さく、また、水平方向の拡散項 $K_x \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}$ が水平方向の移流項 $u \frac{\partial \theta}{\partial x}$ に比べて小さく無視できるような簡単な場合は、流速 u と拡散係数 K_x を一定と見なして理論解を得ることができる。すなわち、拡散方程式 $u \frac{\partial \theta}{\partial x} = K_x \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}$ の理論解は一般に、前述のような種々の境界条件と、初期条件として、流入端で温度の放物線分布 $\theta = a + bx + cx^2$ や指数分布 $\theta = \theta_e e^{\frac{x}{L}}$ などを与えてやれば、表水層、変水層、および池底勾配の無視できる深木層に対してそれぞれ容易に得られる。深木層で池底勾配が無視できない場合は、池底面の位置が $z = \alpha x + \beta$ のように水平方向の距離 x の関数となって、取り扱いが複雑となるので別の考え方が必要である。

(i) 躍層が存在しない場合

- (i) { 水表面 ($z=0$) で、 $-\frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{q_1}{\rho c k_z} (= -G_1 = \text{const})$, 池底面 ($z=H$) で、 $-\frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{q_2}{\rho c k_z} (= -G_2 = \text{const})$
流入端 ($x=0$) で、 $\theta = a + bz + cz^2$ のとき、

$\theta = \theta + a$, $\frac{K_x}{u} = D (= \text{const})$ とおくと、 $\frac{\partial \theta}{\partial x} = D \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}$ は $\frac{\partial \theta}{\partial x} = D \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}$ となり、条件式は、
{ $x=0$ で、 $\theta = bz + cz^2$; $z=0$ で、 $\frac{\partial \theta}{\partial z} = G_1$; $z=H$ で、 $\frac{\partial \theta}{\partial z} = G_2$ } となる。

これを $x \geq 0$ の場合についてラプラス変換で解くと、

$$\theta = a + bz + cz^2 + 2DCx + 2(G_1 - b)\sqrt{Dx} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ i \operatorname{erfc} \frac{2(n+1)H - z}{2\sqrt{Dx}} - i \operatorname{erfc} \frac{2nH + z}{2\sqrt{Dx}} \right\} \\ + 2(G_2 - b - 2cH)\sqrt{Dx} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ i \operatorname{erfc} \frac{2(n+1)H - z}{2\sqrt{Dx}} + i \operatorname{erfc} \frac{2(n+1)H + z}{2\sqrt{Dx}} \right\} \quad (7-1)$$

池底面 ($z=H$) で断熱条件の場合は、 $q_2=0$ 、すなわち、 $G_2=0$ とおけばよい。また、初期条件が流入端 ($x=0$) で、一様分布や線形分布の場合はそれぞれ $b=c=0$, $c=0$ とおけばよい。

- (ii) { 水表面 ($z=0$) で、 $-\frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{q_1}{\rho c k_z} (= -G_1 = \text{const})$, 池底面 ($z=H$) で、 $-\frac{\partial \theta}{\partial z} = h_2(\theta - \theta_e)$
流入端 ($x=0$) で、 $\theta = a + bz + cz^2$ のとき、(ただし、 θ_e は池底温である。)

(i) と同様の置換を行ない、 $\frac{\partial \theta}{\partial x} = D \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}$ の解を、次のようになった条件式

{ $x=0$ で、 $\theta = bz + cz^2$; $z=0$ で、 $\frac{\partial \theta}{\partial z} = G_1$; $z=H$ で、 $\frac{\partial \theta}{\partial z} + h_2(\theta - \theta_e) = 0$ }

のもとで、同様にラプラス変換で解くと、

$$\theta = (b - G_2) \cdot h_2 \cdot \left(\frac{2}{h_2} \left(\frac{Dx}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{z^2}{4Dx}} - \frac{1+h_2z}{h_2^2} \operatorname{erfc} \left\{ \frac{z}{2\sqrt{Dx}} + h_2\sqrt{Dx} \right\} + \frac{1}{h_2^2} e^{\frac{h_2^2 Dx}{2}} \operatorname{erfc} \left\{ \frac{z}{2\sqrt{Dx}} + h_2\sqrt{Dx} \right\} - \frac{2}{h_2} \left(\frac{Dx}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} e^{\frac{2H-z}{4Dx}} \right. \\ \left. + \frac{1+h_2(2H-z)}{h_2^2} \operatorname{erfc} \frac{2H-z}{2\sqrt{Dx}} + \frac{1}{h_2^2} e^{\frac{h_2(2H-z)+Dxh_2^2}{2}} \operatorname{erfc} \left\{ \frac{2H-z}{2\sqrt{Dx}} + h_2\sqrt{Dx} \right\} + \frac{1}{h_2} \operatorname{erfc} \frac{z}{2\sqrt{Dx}} - \frac{1}{h_2} e^{\frac{h_2^2 Dx}{2}} \operatorname{erfc} \left\{ \frac{z}{2\sqrt{Dx}} + h_2\sqrt{Dx} \right\} \right. \\ \left. + \frac{1}{h_2} \operatorname{erfc} \frac{2H-z}{2\sqrt{Dx}} - \frac{1}{h_2} e^{\frac{h_2(2H-z)+Dxh_2^2}{2}} \operatorname{erfc} \left\{ \frac{2H-z}{2\sqrt{Dx}} + h_2\sqrt{Dx} \right\} \right) + \{ b + 2cH + h_2(b + cH) + h_2(a - \theta_e) \} \left(\frac{1}{h_2} \operatorname{erfc} \frac{H+z}{2\sqrt{Dx}} \right. \\ \left. - \frac{1}{h_2} e^{\frac{h_2(H+z)+Dxh_2^2}{2}} \operatorname{erfc} \left\{ \frac{H+z}{2\sqrt{Dx}} + h_2\sqrt{Dx} \right\} + \frac{1}{h_2} \operatorname{erfc} \frac{H-z}{2\sqrt{Dx}} - \frac{1}{h_2} e^{\frac{h_2(H-z)+Dxh_2^2}{2}} \operatorname{erfc} \left\{ \frac{H-z}{2\sqrt{Dx}} + h_2\sqrt{Dx} \right\} \right) \\ \left. + \frac{2h_2c}{D} \left[\frac{D}{h_2^3} e^{\frac{h_2(H+z)+Dxh_2^2}{2}} \operatorname{erfc} \left\{ \frac{H+z}{2\sqrt{Dx}} + h_2\sqrt{Dx} \right\} - \frac{2}{(-h_2)^3} \sum_{n=0}^{\infty} [-2h_2\sqrt{Dx}]^n \operatorname{erfc} \frac{H+z}{2\sqrt{Dx}} + \frac{D}{(-h_2)^3} e^{\frac{h_2(H-z)+Dxh_2^2}{2}} \operatorname{erfc} \left\{ \frac{H-z}{2\sqrt{Dx}} + h_2\sqrt{Dx} \right\} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{D}{(-h_2)^3} \sum_{n=0}^{\infty} [-2h_2\sqrt{Dx}]^n \operatorname{erfc} \frac{H-z}{2\sqrt{Dx}} \right] + \dots \right) \quad (7-2)$$

初期条件の流入端 ($x=0$) での一様分布や線形分布の場合は、(i) と同様のことが言える。

- iii) 水表面 ($z=0$) で, $-\frac{\partial \theta}{\partial z} = h_1(\theta_a - \theta)$, 池底面 ($z=H$) で, $-\frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{q_2}{\rho c k_s} (= -G_2 = \text{const})$
 流入端 ($x=0$) で, $\theta = a + bz + cz^2$ のとき, (ただし, θ_a は大気温度である.)

(i), (ii) と同様の置換および変換を行なって, $\frac{\partial \theta}{\partial x} = D \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}$ の解を求めると,

$$\begin{aligned} \theta = & a + bz + cz^2 + 2Dcx - h_1(b - G_1) \left[\frac{2}{h_1} \left(\frac{Dx}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{H-x}{4Dx}} - \frac{1-h_1(H-x)}{c h_1} \operatorname{erfc} \frac{H-x}{2\sqrt{Dx}} + \frac{1}{c h_1} e^{-h_1(H-x)+Dx} \operatorname{erfc} \frac{H-x}{2\sqrt{Dx}} - h_1 \sqrt{Dx} \right. \\ & - \frac{2}{h_1} \left(\frac{Dx}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{H+x}{4Dx}} - \frac{1-h_1(H+x)}{c h_1} \operatorname{erfc} \frac{H+x}{2\sqrt{Dx}} + \frac{1}{c h_1} e^{-h_1(H+x)+Dx} \operatorname{erfc} \frac{H+x}{2\sqrt{Dx}} - (b - G_1) \left[\frac{1}{h_1} \operatorname{erfc} \frac{H+x}{2\sqrt{Dx}} \right. \\ & - \frac{1}{h_1} e^{-h_1(H-x)+Dx} \operatorname{erfc} \frac{H-x}{2\sqrt{Dx}} - h_1 \sqrt{Dx} - \frac{1}{h_1} \operatorname{erfc} \frac{H+x}{2\sqrt{Dx}} + \frac{1}{h_1} e^{-h_1(H+x)+Dx} \operatorname{erfc} \frac{H+x}{2\sqrt{Dx}} \left. \right] \\ & + \{ b - h_1(\theta_a - a) \} \left[-\frac{1}{h_1} \operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{Dx}} - \frac{1}{h_1} e^{-h_1 x + Dx} \operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{Dx}} - h_1 \sqrt{Dx} + \frac{1}{h_1} \operatorname{erfc} \frac{2H-x}{2\sqrt{Dx}} - \frac{1}{h_1} e^{-h_1(2H-x)+Dx} \operatorname{erfc} \frac{2H-x}{2\sqrt{Dx}} \right. \\ & + \frac{2h_1 c}{D} \left[\frac{D}{c h_1} e^{-h_1 x + Dx} \operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{Dx}} - h_1 \sqrt{Dx} - \frac{D}{c h_1} \sum_{n=0}^{\infty} [-2(-h_1)\sqrt{Dx}]^n \operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{Dx}} + \frac{D}{c h_1} e^{-h_1(2H-x)+Dx} \operatorname{erfc} \frac{2H-x}{2\sqrt{Dx}} \right. \\ & \left. \left. - \frac{D}{c h_1} \sum_{n=0}^{\infty} [-2(-h_1)\sqrt{Dx}]^n \operatorname{erfc} \frac{2H-x}{2\sqrt{Dx}} \right] + \dots \right] \end{aligned} \quad (7-3)$$

- iv) 水表面 ($z=0$) で, $-\frac{\partial \theta}{\partial z} = h_1(\theta_a - \theta)$, 池底面 ($z=H$) で, $-\frac{\partial \theta}{\partial z} = h_2(\theta - \theta_e)$

流入端 ($x=0$) で, $\theta = a + bz + cz^2$ のとき,

この場合, $\frac{\partial \theta}{\partial x} = D \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}$ の解は h_1 と h_2 の値が同程度の大きさのときは容易に得られない。ただ特別な場合として, $h_2 = 0$ のときは池底面 ($z=H$) で断熱の条件となり, (iii) の場合において, $q_2 = 0$, すなわち, $G_2 = 0$ といった場合になる。

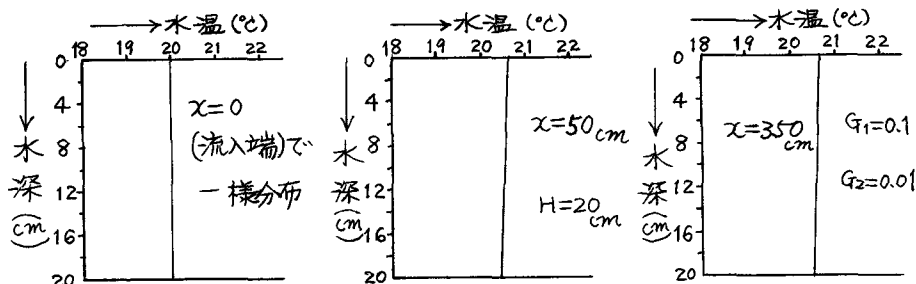


図-3 式(7-1)において $b=c=0$ の場合

参考文献

- 1) Carslaw, H.S., Jaeger, J.C. "Conduction of heat in Solid" 2nd. Oxford 1959
- 2) 山口栢樹 「河口湖における拡散現象の総合報告 その1, その2, その3」 工業用水 no.113, 114, 115 1968
- 3) Garrison, J.M., Elder, R.A. "A Verified Rational Approach to the Prediction of Open Channel Water Temperature" I.A.H.R. 1966
- 4) 松原 茂 「貯水池取水口付近の躍層の上昇について」 水温の研究 vol.3, no.3, 1959
- 5) 足立昭平 「移動河床水理の相似律」 日本学術会議 流体模型相似律セミナー 1966
- 6) 林 泰三 「非定常水理の相似律」 日本学術会議 流体模型相似律セミナー 1966
- 7) 井上頼輝, 植口明生 「航空写真と模型実験による某湾汚染の予知実験」 第4回 衛生工学研究討論会 1967
- 8) 金子安雄 「流路の水深が変化する場合の塩木楔の機構」 港湾技術研究所報告 vol.4, no.6, 1965
- 9) 山本莊毅編 「陸水」 (地球科学叢書) 共立出版 1968

(2) 3層状態の場合

お互いの層が $\frac{\partial \theta}{\partial z} = 0$ の条件で境界を接している3層の場合、表水層・変水層・深水層の各層でそれぞれ熱拡散方程式、 $\frac{\partial \theta}{\partial x} = D \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}$ を立てて解く。ただし、 $D = \frac{K}{\rho C k_z} (= \text{const})$ である。

(a) 表水層

(i) 表水面 ($z=0$) で、 $-\frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{q_1}{\rho C k_z} (= -G_1 = \text{const})$ 、上部躍層面 ($z=H$) で、 $\frac{\partial \theta}{\partial z} = 0$

流入端 ($x=0$) で、 $\theta = a + b z + c z^2$ のとき、

$\theta = \theta + a$ とおき、(i) と同様にラプラス変換で $\frac{\partial \theta}{\partial x} = D \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}$ の解を求めると、

$$\theta = a + b z + c z^2 + 2 D C x - 2 D C \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left[\left(x + \frac{(2n+1)H-z}{2D} \right) \operatorname{erfc} \frac{(2n+1)H-z}{2\sqrt{Dx}} - \left\{ (2n+1)H-z \right\} \left(\frac{x}{\pi D} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{(2n+1)H-z}{2\sqrt{Dx}}} \right. \\ \left. + \left(x + \frac{(2n+1)H+z}{2D} \right) \operatorname{erfc} \frac{(2n+1)H+z}{2\sqrt{Dx}} - \left\{ (2n+1)H+z \right\} \left(\frac{x}{\pi D} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{(2n+1)H+z}{2\sqrt{Dx}}} \right] + 2(b-G_1) \sqrt{\frac{x}{D}} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left[\operatorname{erfc} \frac{2nH+z}{2\sqrt{Dx}} - \operatorname{erfc} \frac{2nH-z}{2\sqrt{Dx}} \right] \quad (7-4)$$

(ii) 表水面 ($z=0$) で、 $-\frac{\partial \theta}{\partial z} = k_1(\theta_a - \theta)$ 、上部躍層面 ($z=H$) で、 $\frac{\partial \theta}{\partial z} = 0$

流入端 ($x=0$) で、 $\theta = a + b z + c z^2$ のとき、

$\frac{\partial \theta}{\partial x} = D \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}$ の解は、同様に、

$$\theta = a + b z + c z^2 + 2 D C x + \frac{-2 G_1 C}{D} \left[\frac{D}{(-k_1)^2} e^{-k_1(H+z)+Dx(-k_1)^2} \operatorname{erfc} \frac{(H-z)}{k_1\sqrt{Dx}} - k_1\sqrt{Dx} \right] - \frac{D}{(-k_1)^2} \sum_{n=0}^{\infty} \left[-2(-k_1)\sqrt{Dx} \right] \operatorname{erfc} \frac{H-z}{2\sqrt{Dx}} \\ - \frac{D}{(-k_1)^2} e^{-k_1(H+z)+Dx(-k_1)^2} \operatorname{erfc} \frac{(H+z)}{k_1\sqrt{Dx}} - k_1\sqrt{Dx} + \frac{D}{(-k_1)^2} \sum_{n=0}^{\infty} \left[-2(-k_1)\sqrt{Dx} \right] \operatorname{erfc} \frac{H+z}{2\sqrt{Dx}} \\ + \frac{2(-k_1)C}{D} \left[\frac{D}{(-k_1)^2} e^{-k_1(H+z)+Dx(-k_1)^2} \operatorname{erfc} \frac{(H+z)}{k_1\sqrt{Dx}} - k_1\sqrt{Dx} \right] \\ - \frac{D}{(-k_1)^2} \sum_{n=0}^{\infty} \left[-2(-k_1)\sqrt{Dx} \right] \operatorname{erfc} \frac{H-z}{2\sqrt{Dx}} - \frac{D}{(-k_1)^2} e^{-k_1(2H-z)+Dx(-k_1)^2} \operatorname{erfc} \frac{(2H-z)}{k_1\sqrt{Dx}} - k_1\sqrt{Dx} \\ + \frac{D}{(-k_1)^2} \sum_{n=0}^{\infty} \left[-2(-k_1)\sqrt{Dx} \right] \operatorname{erfc} \frac{2H-z}{2\sqrt{Dx}} \\ - 2C \left[\frac{2}{(-k_1)^2} \right] e^{-\frac{(H-z)^2}{4Dx}} - \frac{1-k_1(H-z)}{(-k_1)^2} \operatorname{erfc} \frac{H-z}{2\sqrt{Dx}} + \frac{1}{(-k_1)^2} e^{-k_1(H+z)+Dx(-k_1)^2} \operatorname{erfc} \frac{(H-z)}{k_1\sqrt{Dx}} - k_1\sqrt{Dx} \\ + \frac{1-k_1(H+z)}{(-k_1)^2} \operatorname{erfc} \frac{H+z}{2\sqrt{Dx}} - \frac{1}{(-k_1)^2} e^{-k_1(H+z)+Dx(-k_1)^2} \operatorname{erfc} \frac{(H+z)}{k_1\sqrt{Dx}} - k_1\sqrt{Dx} \\ + \{ b - k_1(\theta_a - a) \} \left[\frac{1}{(-k_1)} \operatorname{erfc} \frac{H-z}{2\sqrt{Dx}} \right. \\ \left. - \frac{1}{k_1} e^{-k_1(H-z)+Dx(-k_1)^2} \operatorname{erfc} \frac{(H-z)}{k_1\sqrt{Dx}} - k_1\sqrt{Dx} \right] - \frac{1}{k_1} \operatorname{erfc} \frac{H+z}{2\sqrt{Dx}} + \frac{1}{k_1} e^{-k_1(H+z)+Dx(-k_1)^2} \operatorname{erfc} \frac{(H+z)}{k_1\sqrt{Dx}} - k_1\sqrt{Dx} \} + \dots \quad (7-5)$$

(iii) 表水面 ($z=0$) で、 $-\frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{q_1}{\rho C k_z} (= -G_1 = \text{const})$ 、躍層面で、 $\frac{\partial \theta}{\partial z} = 0$

流入端 ($x=0$) で、 $\theta = \theta_0 e^{-\frac{z}{H}}$ のとき、同様に、

$$\theta = \theta_0 e^{-\frac{z}{H-Hx}} + 2 G_1 \sqrt{\frac{x}{D}} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left[\operatorname{erfc} \frac{2(n+1)H-z}{2\sqrt{Dx}} - \operatorname{erfc} \frac{2nH+z}{2\sqrt{Dx}} \right] + G_1 \theta_0 \sqrt{\frac{x}{D}} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left[e^{-\frac{1}{4} \frac{(2(n+1)H-z)^2}{Dx}} \operatorname{erfc} \frac{(2(n+1)H-z)}{2\sqrt{Dx}} \right. \\ \left. - e^{-\frac{1}{4} \frac{(2nH+z)^2}{Dx}} \operatorname{erfc} \frac{2nH+z}{2\sqrt{Dx}} - \frac{1}{H\sqrt{Dx}} \right] + e^{-\frac{1}{4} \frac{(2(n+1)H-z)^2}{Dx}} \operatorname{erfc} \frac{(2(n+1)H-z)}{2\sqrt{Dx}} + \frac{1}{H\sqrt{Dx}} \\ - e^{-\frac{1}{4} \frac{(2nH+z)^2}{Dx}} \operatorname{erfc} \frac{2nH+z}{2\sqrt{Dx}} - \frac{1}{H\sqrt{Dx}} \left[\operatorname{erfc} \frac{2(n+1)H-z}{2\sqrt{Dx}} + H e^{-\frac{1}{4} \frac{(2(n+1)H-z)^2}{Dx}} \operatorname{erfc} \frac{2(n+1)H-z}{2\sqrt{Dx}} \right. \\ \left. + H \operatorname{erfc} \frac{2nH+z}{2\sqrt{Dx}} - H e^{-\frac{1}{4} \frac{(2nH+z)^2}{Dx}} \operatorname{erfc} \frac{2nH+z}{2\sqrt{Dx}} \right] \\ + \frac{G_1 \theta_0}{e^{-\frac{1}{4} \frac{(2(n+1)H-z)^2}{Dx}}} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left[\operatorname{erfc} \frac{2(n+1)H-z}{2\sqrt{Dx}} - H e^{-\frac{1}{4} \frac{(2(n+1)H-z)^2}{Dx}} \operatorname{erfc} \frac{2(n+1)H-z}{2\sqrt{Dx}} \right. \\ \left. - H \operatorname{erfc} \frac{2nH+z}{2\sqrt{Dx}} + H e^{-\frac{1}{4} \frac{(2nH+z)^2}{Dx}} \operatorname{erfc} \frac{2nH+z}{2\sqrt{Dx}} \right] \quad (7-6)$$

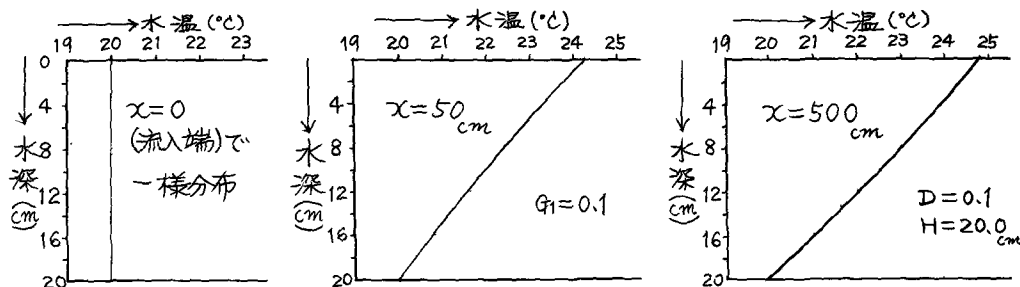


図-4 式(7-4)において $b=c=0$ の場合

(b) 変水層

上部躍層面 ($z=H_1$) で, $\frac{\partial \theta}{\partial z}=0$, 下部躍層面 ($z=H_2$) で, $\frac{\partial \theta}{\partial z}=0$

流入端 ($x=0$) で, $\theta = a + bz + cz^2$ のとき, $\frac{\partial \theta}{\partial x} = D \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}$ の解は同様に,

$$\theta = a + bz + cz^2 + 2DCx - 2DC \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left[\left(x + \frac{n(H_2-H_1)+H_2+H_1}{2D} \right) \operatorname{erfc} \frac{n(H_2-H_1)+H_2+H_1}{2\sqrt{Dx}} - \left(n(H_2-H_1)+H_2+H_1 \right) \frac{1}{(\pi D)} e^{-\frac{(n(H_2-H_1)+H_2+H_1)^2}{4Dx}} \right. \\ \left. + \left(x + \frac{n(H_2-H_1)+H_2+H_1}{2D} \right) \operatorname{erfc} \frac{n(H_2-H_1)+H_2+H_1}{2\sqrt{Dx}} - \left(n(H_2-H_1)+H_2+H_1 \right) \frac{1}{(\pi D)} e^{-\frac{(n(H_2-H_1)+H_2+H_1)^2}{4Dx}} \right] \quad (7-7)$$

(c) 深木層

(i) 下部躍層面 ($z=H_2$) で, $\frac{\partial \theta}{\partial z}=0$, 池底面 ($z=H$) で, $-\frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{q_2}{\rho c k z_0} (= -q_2 = \text{const})$

流入端 ($x=0$) で, $\theta = a + bz + cz^2$ のとき, 同様に $\frac{\partial \theta}{\partial x} = D \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}$ の解は,

$$\theta = a + bz + cz^2 + 2DCx - 2DC \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left[\left(x + \frac{2n(H+H_2)-H_2+H_1}{2D} \right) \operatorname{erfc} \frac{2n(H+H_2)-H_2+H_1}{2\sqrt{Dx}} - \left(2n(H+H_2)-H_2+H_1 \right) \frac{1}{(\pi D)} e^{-\frac{(2n(H+H_2)-H_2+H_1)^2}{4Dx}} \right. \\ \left. + \left(x + \frac{(2n+1)(H-H_2)+H_2+H_1}{2D} \right) \operatorname{erfc} \frac{(2n+1)(H-H_2)+H_2+H_1}{2\sqrt{Dx}} - \left((2n+1)(H-H_2)+H_2+H_1 \right) \frac{1}{(\pi D)} e^{-\frac{((2n+1)(H-H_2)+H_2+H_1)^2}{4Dx}} \right] \\ + 2(b-q_2+2CH)\sqrt{Dx} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left[i \operatorname{erfc} \frac{(2n+1)(H-H_2)-H+H_1}{2\sqrt{Dx}} - i \operatorname{erfc} \frac{2n(H+H_2)+H-H_1}{2\sqrt{Dx}} \right] \quad (7-8)$$

(ii) 下部躍層面 ($z=H_2$) で, $\frac{\partial \theta}{\partial z}=0$, 池底面 ($z=H$) で, $-\frac{\partial \theta}{\partial z} = h_2(\theta - \theta_e)$

流入端 ($x=0$) で, $\theta = a + bz + cz^2$ のとき, $\frac{\partial \theta}{\partial x} = D \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}$ の解は, 同様に,

$$\theta = a + bz + cz^2 + 2DCx - 2h_2c \left[\frac{1}{k_2} e^{\frac{h_2(z-H_2)+Dxk_2^2}{2\sqrt{Dx}}} \operatorname{erfc} \left\{ \frac{z-H_2}{2\sqrt{Dx}} + h_2\sqrt{Dx} \right\} - \frac{1}{k_2} \sum_{n=0}^{\infty} [-2h_2\sqrt{Dx}]^n i \operatorname{erfc} \frac{2n(H+H_2)-H_2+H_1}{2\sqrt{Dx}} \right. \\ \left. - \frac{1}{k_2} e^{\frac{h_2(2H+H_2-Z)+Dxk_2^2}{2\sqrt{Dx}}} \operatorname{erfc} \left\{ \frac{2H+H_2-Z}{2\sqrt{Dx}} + h_2\sqrt{Dx} \right\} + \frac{1}{k_2} \sum_{n=0}^{\infty} [-2h_2\sqrt{Dx}]^n i \operatorname{erfc} \frac{2n(H+H_2)-H_2+H_1}{2\sqrt{Dx}} \right] - 2C \left[\frac{Dx}{k_2} \right]^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{(2H+H_2)^2}{4Dx}} \\ - \frac{1+h_2(z-H_2)}{k_2} \operatorname{erfc} \frac{z-H_2}{2\sqrt{Dx}} + \frac{1}{k_2} e^{\frac{h_2(z-H_2)+Dxk_2^2}{2\sqrt{Dx}}} \operatorname{erfc} \left\{ \frac{z-H_2}{2\sqrt{Dx}} + h_2\sqrt{Dx} \right\} + \frac{2}{k_2} \left(\frac{Dx}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{(2H+H_2)^2}{4Dx}} - \frac{1+h_2(2H+H_2)}{k_2} \operatorname{erfc} \frac{2H+H_2}{2\sqrt{Dx}} \\ + \frac{1}{k_2} e^{\frac{h_2(2H+H_2-Z)+Dxk_2^2}{2\sqrt{Dx}}} \operatorname{erfc} \left\{ \frac{2H+H_2-Z}{2\sqrt{Dx}} + h_2\sqrt{Dx} \right\} - (b+2CH+h_2(bH+CH^2+a-\theta_e)) \left[\frac{1}{k_2} \operatorname{erfc} \frac{H-Z}{2\sqrt{Dx}} - \frac{1}{k_2} e^{\frac{h_2(H-Z)+Dxk_2^2}{2\sqrt{Dx}}} \operatorname{erfc} \left\{ \frac{H-Z}{2\sqrt{Dx}} + h_2\sqrt{Dx} \right\} \right. \\ \left. - \frac{1}{k_2} \operatorname{erfc} \frac{H+Z-2H_2}{2\sqrt{Dx}} - \frac{1}{k_2} e^{\frac{h_2(H+Z-2H_2)+Dxk_2^2}{2\sqrt{Dx}}} \operatorname{erfc} \left\{ \frac{H+Z-2H_2}{2\sqrt{Dx}} + h_2\sqrt{Dx} \right\} \right] - 2C \left[\frac{1}{k_2} e^{\frac{h_2(H-Z)+Dxk_2^2}{2\sqrt{Dx}}} \operatorname{erfc} \left\{ \frac{H-Z}{2\sqrt{Dx}} + h_2\sqrt{Dx} \right\} \right. \\ \left. - \frac{1}{k_2} \sum_{n=0}^{\infty} [-2h_2\sqrt{Dx}]^n i \operatorname{erfc} \frac{H-Z}{2\sqrt{Dx}} - \frac{1}{k_2} e^{\frac{h_2(H+Z-2H_2)+Dxk_2^2}{2\sqrt{Dx}}} \operatorname{erfc} \left\{ \frac{H+Z-2H_2}{2\sqrt{Dx}} + h_2\sqrt{Dx} \right\} + \frac{1}{k_2} \sum_{n=0}^{\infty} [-2h_2\sqrt{Dx}]^n i \operatorname{erfc} \frac{H+Z-2H_2}{2\sqrt{Dx}} \right] + \dots \quad (7-9)$$

(3) 2層状態の場合

表木層と深木層の2層が境界を接している場合と考え, 表木層と深木層の各物理量に suffix 1, 2 をつけ, 各層においてそれぞれ熱拡散方程式を立て, 次のような境界条件と初期条件で解けばよい。

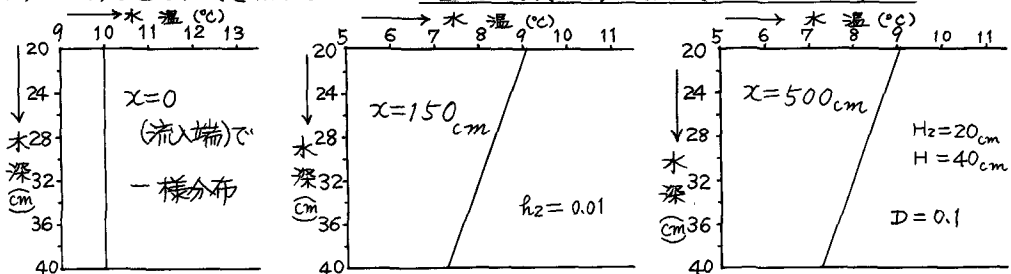
(木表面 ($z=-H_1$) で, $-\frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{q_1}{\rho c k z_0} (= q_1 = \text{const})$, 池底面 ($z=H_2$) で, $-\frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{q_2}{\rho c k z_0} (= -q_2 = \text{const})$)

流入端 ($x=0$) で, $\theta_1 = a_1$; $\theta_2 = a_2$, さらに, 境界面の上下での連続条件として,

境界面 ($z=0$) で, $\theta_1 = \theta_2$, かつ, $K_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial z} = K_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial z}$

この場合, $\frac{\partial \theta}{\partial x} = D_1 \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}$ と $\frac{\partial \theta}{\partial x} = D_2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}$ の解は, H_2 が H_1 に比べて著しく大きいときなどの特別な場合のみしか得ることができない。

図-5 式(7-8)において $b=c=0$ の場合



(4) 1次元化の簡略解

5. の解析モデルの適用例の図-2で示した最も簡略化された1次元の取り扱いの場合の(4)については、各層において、混合が十分に行なわれた結果と見なすことができ、鉛直方向に平均化された水質量が問題にされる場合であり、流下方向のみの1次元流動における水温変化の解析として取り扱い、拡散方程式を常微分化して、途中の変化が説明できる。

定常状態の2次元熱拡散方程式において、各層の水が十分な混合の結果ほぼ一様に熱せられた状態を考え、定数項としての内部熱発生項の形で原式を書く³⁾、

$$u \frac{\partial \theta}{\partial x} + w \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} (K_x \frac{\partial \theta}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial z} (K_z \frac{\partial \theta}{\partial z}) + \frac{Q}{\rho c h} \quad (7-10)$$

ここで、 Q は厚さ h の層に境界面を通して加えられた熱量であり、 ρ と c は水の密度と比熱である。次に、鉛直方向の移流項 $w \frac{\partial \theta}{\partial z}$ と拡散項 $\frac{\partial}{\partial z} (K_z \frac{\partial \theta}{\partial z})$ はまとめて新たな拡散項 $K_z \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}$ で代表させ、さらに、鉛直方向と水平方向の拡散項の2項を併せて、新しい拡散項 $K_L \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}$ の1つにまとめてしまうと、

$$u \frac{\partial \theta}{\partial x} = K_L \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{Q}{\rho c h} \quad (7-11) \Rightarrow \quad \frac{d^2 \theta}{dx^2} - \frac{u}{K_L} \frac{d\theta}{dx} = -\frac{1}{K_L} \frac{Q}{\rho c h} \quad (7-12)$$

ここで、 K_L はlongitudinal diffusion coefficientであり、定数である。左の式を x についての常微分形になおしたものが右の式である。流速 u を定定と考え、 $x=0$ で $\theta=\theta_0$ 、 $x=L$ で $\theta=\theta_L$ の条件で上式を解くと次のようになる。

$$\theta = \frac{Q}{\rho c h} \cdot \frac{x}{u} - \frac{(1-e^{\frac{K_L x}{u}})}{(1-e^{\frac{K_L L}{u}})} (\theta_0 - \theta_L + \frac{Q}{\rho c h} \cdot \frac{L}{u}) + \theta_0 \quad (7-13)$$

L が十分大きい場合、微小項が無視できて、次式のようになり、流入端($x=0$)での水温 θ_0 から流下距離 x に対する θ の関係がわかる。

$$\theta = \frac{Q}{\rho c h} \cdot \frac{x}{u} + \theta_0 \quad (7-14)$$

8. 模型実験

実際の貯水池においての観測は、種々の不便や制約が伴ない、いろいろな条件に対する必要情報や測定値が不十分になりやすいので、図-6のように、長さ500cm、幅60cm、深さが最浅部の流入端で30cm、最深部の流出端で130cm、池底面勾配1/5の底部冷却式模型実験槽に、同幅

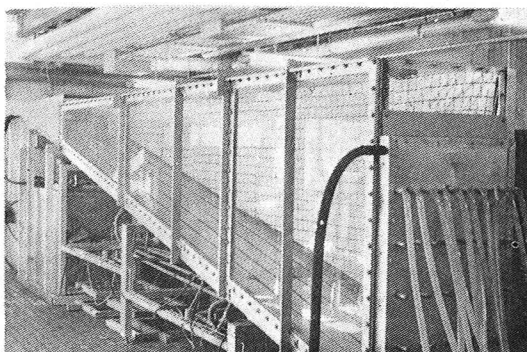


図-6 水質実験用貯水池模型

、同勾配、長さ100cmの補助水路をつけて実験を行なった。この温度成層流の実験装置は、一側面が流動などの観察や写真撮影のためにガラス張りであり、他面は外部との熱の遮断のために断熱材を入れたステンレス張りである。鉛直方向に水温勾配を人工的に作り出して成層状態を生ぜしめるために、池底面からパイプ冷却する。実験は水温を制御しながら定常状態に達した後、水温・流速・気温などの測定を行なった。

また、この実験は室内で行なったため、風の影響はなく、水表面上からの熱供給については、太陽からの直接の放射熱がなく、そのため、主に大気と水体との間の伝導と対流による熱交換になるのである。実際の貯水池の場合の熱収支と比べて、その内容比量の点で異なっている。この点については、赤外線ランプなどの熱源の代用によって改良できるものと考えられる。

この実験装置で、流入水量・流入水温・水深・取水(放流)位置・気温水温差などの各種条件に対

する流動と水温の変化を調べる実験を行なった。その結果の水温分布と流速分布（図-7～図-10）は、流動と水温変化の解析に対する実験値として使用するほか、これから次のことが言える。

- (1) 流入水量の増加に対してリニヤーに躍層面が低下する。（図-12）
- (2) 取水（放流）位置の低下に対する躍層位置の低下も直線的である。（図-13）
- (3) すでに松原茂・奥田節夫両氏によって指摘された⁴⁾越流堰取水による取水口付近での躍層の上昇傾向が確認できた。（図-11）
- (4) 水深の増加に対して、深水層の増加が見られた。
- (5) 流下方向および鉛直方向の成層安定度と拡散係数の変化が求まった。

以上より明らかなように、躍層の位置は流動状態によって鉛直にその影響を受ける。

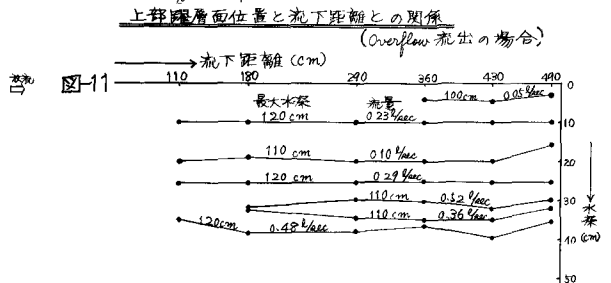
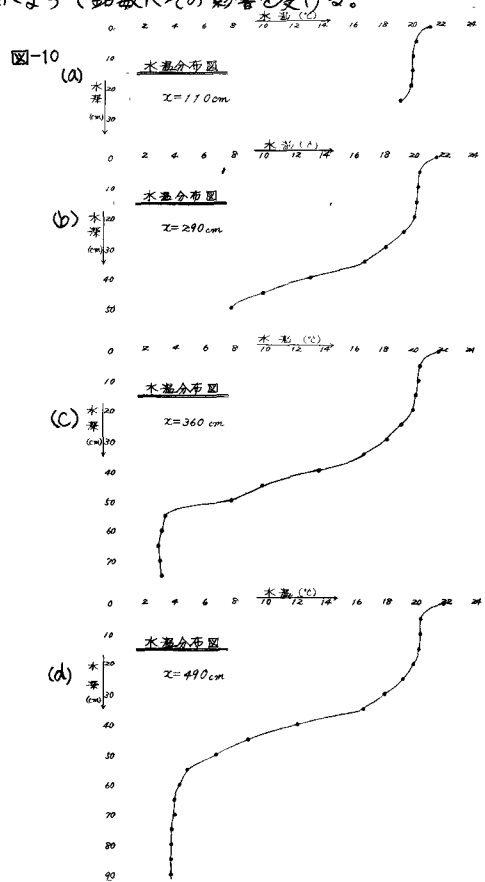
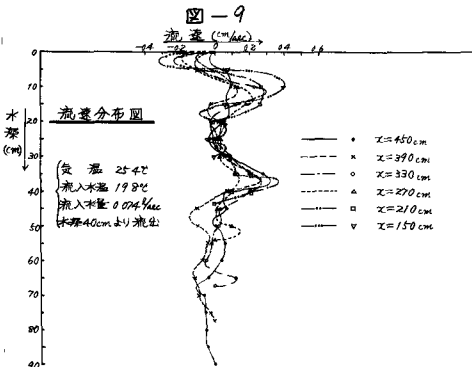
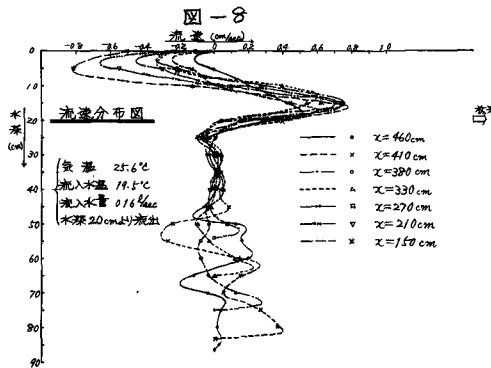
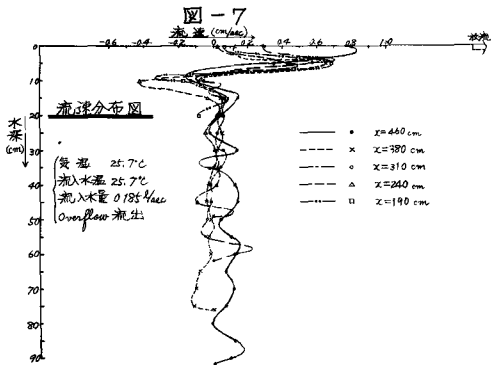


図-12

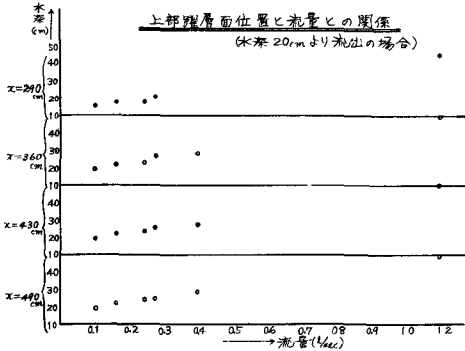
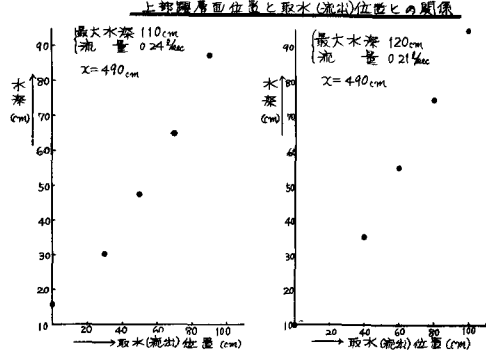


図-13



9. 相似律についての検討

貯水池のように流動を伴う水質変化を取り扱う場合、模型実験の結果を実際現象に応用するためには、熱移動現象や物質移動現象の相似の他に、流動に関して水理学的相似の条件が必要である。すなわち、実物と模型との間に幾何学的相似が成立しているならば、自然水路での現象は一般に、乱流場での熱移動、物質移動とみられるから、それぞれ、 Re 数と Fr 数、および Sc 数と Pr 数を一致させればよい。しかしながら、貯水池のように、水平方向と鉛直方向の縮尺を同一にとってのモデル実験で現象を再現することが困難な場合は、どうしても鉛直方向と水平方向の縮尺を異にした、歪んだ模型を使用せざるをえない。

さらに、この流動状態が成層流(密度流)であれば、それに即した取り扱いが必要である。それゆえ、密度流の内部境界面の発達段階、すなわち、成層状態によって、躍層面、または、内部境界面を $\frac{dy}{dx}=0$ の面であるとする定義を用いて、この状態が密度の鉛直分布を通して少くとも1点存在する場合と、存在しない場合の2つに分ける。前者においては、躍層面が2つ以上存在する多層の場合もあるが、ここでは最も popular で、重要でもある、主躍層が1つの2層流の場合を対象として考えてみる。

(1) 躍層が存在しない場合

この場合の流動は、鉛直方向によく混合されており、水質的にもほぼ一様に近い状態と考え、流下方向に水深が増加する開水路流れとして取り扱う。そして、流下方向に比較的長い水路区間における流れのマクロな挙動が問題になる。だから、模型実験でも、水路断面内の流れの局所的な現象よりも、その積分値、あるいは平均量の1次元挙動を考えることに価値がある。

それゆえ、力学的相似律として、ゆるやかな一様水路の平均流速に間する連続方程式と運動方程式とを、実物と模型の両方について表現し、運動の基礎方程式が明確である場合の相似条件、すなわち、同一方程式のそれぞれの各対応項が比例関係にある必要から、歪み模型の縮尺を求める。連続方程式と運動方程式、さらに、これから得られる条件式は次のとおりである。^{5), 6)}

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial (A\bar{u})}{\partial x} = 0 \\ \frac{K_A}{K_t} = \frac{K_A \cdot K_v}{K_x} \end{array} \right. \quad (9-1) \quad (9-3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -\bar{u} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{n^2 \bar{u}^3}{R^3} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\alpha \bar{u}^3}{2g} \right) + \frac{1}{g} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = 0 \\ K_i = \frac{K_R}{K_x} = \frac{K_v \cdot K_i^2}{K_R^2} = \frac{K_A \cdot K_v^2}{K_x} = \frac{K_v}{K_R} \end{array} \right. \quad (9-2) \quad (9-4)$$

ここで、 A : 流水断面積、 $\bar{u}$: 断面平均流速、 i : 水路床勾配、 R : 水深、 n : 粗度係数、 R : 径深、 α : 補正係数、 K_A : 断面積 A の縮尺、 K は各派字の縮尺である。

$\alpha \neq 1$ より $K_\alpha = 1$ は満たされていると考え、

$$K_k = \frac{K_R}{K_x} = \frac{K_\alpha \cdot K_\beta}{K_x} = \frac{K_\beta}{K_x} = \frac{K_y}{K_z} \quad (9-5)$$

上式の第2項と第4項より、 $K_y = \sqrt{K_R}$ が導かれるが、これは $\sqrt{\frac{K_y}{K_R}} = 1$ となり、Froude の相似律であり、第3項には摩擦の項を含んでいる。未知数が7個で方程式が4個ゆえ、差し引き3個の縮尺が任意に選べる。また、定流の場合は上の式(9-5)において最後の項が消え、未知数と方程式がそれぞれ1個ずつ減るが、結果としては変わらない。

(2) 躍層が存在する場合

この躍層を境界面として上下2層に分け、その2成層流の上層において、(1)の場合と同様に運動の基礎方程式を立てて力学的相似律を考える。その基礎方程式のうち、連続方程式については(1)と同じであるが、もう1つの運動方程式は、流れが重力と粘性力を *driving force* としている場合、鉛直方向に平均した流下方向の流速を v_m として1次元的に考えると、次のようになる。

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial (Av)}{\partial x} = 0 \quad (9-6) \quad \frac{\partial v_m}{\partial t} + \frac{\partial (v_m \frac{\partial v_m}{\partial x})}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{C}{2R} v_m^2 \quad (9-7)$$

ここで、 $\frac{\partial p}{\partial x} = \rho g \frac{\partial s}{\partial x}$ 、 p : 圧力、 s : 水面上昇量、 C : 摩擦係数 である。

この両式が実物と模型の両方で成立するとみて、両者の現象が力学的相似であるため条件として、(1)と同様に各対応項の比が等しいことから、(1)の場合と同様の添字つき縮尺記号を用いて、

$$\frac{K_A}{K_x} = \frac{K_A \cdot K_v}{K_x} \quad (9-8) \quad \frac{K_v}{K_t} = \frac{K_\alpha \cdot K_\beta}{K_x} = \frac{K_y}{K_x} = \frac{K_c \cdot K_\beta}{K_R} \quad (9-9)$$

(1)の場合と同様に、 $K_\alpha = 1$ はほぼ満たされるとし、さらに、 $K_R = K_g$ とすると、

$$K_t = \frac{K_x}{\sqrt{K_R}} \quad (9-10) \quad K_c = \frac{K_R}{K_x} \quad (9-11)$$

この $K_t = \frac{K_x}{\sqrt{K_R}}$ は Froude の相似律であり、 $K_c = \frac{K_R}{K_x}$ は粗度の相似である。この場合、上層に注目しているから、粗度の相似としては、内部境界面(躍層面)の上下におけるせん断流れ(shear flow)によって生ずる内部摩擦を考え、その内部摩擦係数の相似として与えられることができる。この内部摩擦係数は内部境界面の傾きや、流速、さらに水深などによって求めることができ、淡水と塩水の場合の2成層流についてはすでに多くの人々によって研究されており、例えば、 $C = \{(1 - \frac{u_1}{u_2}) / (\frac{u_1}{u_2} - \frac{h_1}{h_2})\} \frac{\partial v}{\partial x}$ (ここで、 u_1 は上層の流速、 u_2 と h_2 は全水深と上層の水深であり、 $\varepsilon = \frac{\partial p}{\partial x}$ である。) のように内部境界面でのせん断抵抗力から求められる³⁾。しかし、温水と冷水の内部境界面での内部摩擦係数についても、淡水塩水の場合と原理的には同じであり、同様の実験によってその値を求めることができると考える。また、3層以上に分かれた場合、すなわち、躍層が2つ以上存在する場合でも、その最上層である表木層について上記の結果をそのまま利用できるものと考ええる。

10. 結 言

貯水池内の流動と水質の関係が非常に密接であることを念頭に置き、水質予知のための研究をスタートしたが、まず水質変化を取り扱う場合、流動を切り離しては考えられないことから、それを支配する要因である成層状態に注目して、流動と熱移動のみから定まる水温変化についてまず検討した。すなわち、水温にかかわらず、各種の水質量に場所的不均一性をもたらす成層状態を中心に、水温変化に拡散モデルを適用し、解析では、実際の利用に便利な差分式により数値解を得る近似的解析と、簡単場合の理論解を示した。さらに、模型実験とその相似律を歪み模型について考えた。この問題は水温についてだけでもまだ不完全なアプローチしかできていないが、今後は他の水質量も取り扱う。