

活性汚泥法における基質添加と浄化速度

京都大学工学部 正員 エ博 合田 健^{*}

1. はじめに

この報文内容の1部は、昭和42年5月28日広島で開催の第22回土木学会年次学術講演会で口述した。また、大阪府による、昭和41年度の下水道終末処理方式に関する調査研究の報告にも述べている。本報文では、その詳細について論じたい。

活性汚泥法の浄化速度を論ずる一般的な議論は、第3回衛生工学研究討論会（東京）の論文集¹⁾に述べており、その理論的根拠に立脚して変法、とくにステップエアレーションのように、基質添加法を標準法と異にすること自体が変法としての特徴であるような方法が、浄化速度に関してどのような意義をもつのか検討を試みた。この場合比較の標準となるのは標準法 (conventional method) の浄化速度であり、基質の酸化やスラッジ合成の速度はつぎのような力学モデルを基礎として論ずることができる。すなわち L を溶解性基質の濃度、 S を VSS の濃度、 a を除去基質のスラッジ化効率率、 k_3 を自家呼吸によるスラッジ減少速度恒数、 k_n および k_m を Michaelis-Menten 型基質濃度変化式における速度恒数とすると、

$$\frac{dL}{dt} = -\frac{k_n LS}{k_m + L} \quad \text{----- (1)}$$

$$\frac{dS}{dt} = -\frac{a dL}{dt} - k_3 S \quad \text{----- (2)}$$

であらわされる。基質濃度の高くない状態で、エアレーションタンク流入の基質濃度は $L_b = (L_i + rL_r)/(1+r)$ であらわされるが、この L_b について近似的に

$$\frac{dL_b}{dt} = -k_1 SL_b + k_3 b \exp[-k_2 t] \quad \text{----- (3)}$$

が成立し、 S を一定としてこれを解いた濃度変化式により観測値があまり矛盾なく説明できることをすでに示した¹⁾。

これに対し、エアレーションタンクに対する基質や汚泥の添加法が変わればその影響はどうあらわれるかを以下に論ずるのであるが、そこに用いる力学モデルは(3)式を基礎に考えればよい。基質の添加が任意のパターンである場合、タンク内でのスラッジ濃度変化の影響を考慮せねばならぬし、また基質の実滞留時間も変化する。エアレーションタンクの容量、形状および汚泥返送率が同一であっても、基質の平均滞留時間は減少することに注意せねばならない。

* 京都大学工学部衛生工学教室、教授

以下、まず基質添加がタンクの長軸方向に任意の分配率で行なわれる場合を論じ、その特殊な例として i) 一様な分配率で添加が行なわれる場合、ii) スタツプエアレーション、等間隔4段添加の場合、をそれぞれとりあげ、基質濃度の変化特性を論じ、 $\tau = k_1 S t_a$ (引用文献1)で論じた無次元指標)に該当する指標値のことを検討してみる。

2. 一般の場合

基質添加がエアレーション・タンクの流下方向に任意強度で行なわれる場合、汚水およびその中の基質、活性汚泥の出入を模型化して図示すると図-1 のようになり、関係する諸量の記号や単位をつぎのようにとる。

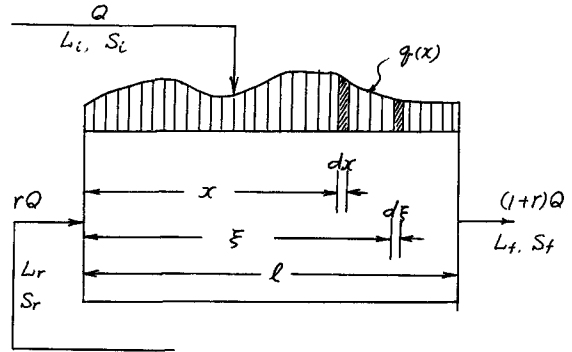


図-1 説明図

Q : 下水流量 (m^3/hr)

r : 汚泥返送比, $g(x)$: エアレーションタンクに対する流量分布関数, $Q = \int_0^l g(x) dx$ (m^3/hr)

l : タンクまたは水路の長さ (m), A : 流向に直交なタンク断面積 (m^2)

V : タンク実容積 (m^3), L : 溶解性基質の濃度 (ppm)

L_i : 流入下水中の溶解性基質濃度 ($\circ$), L_r : 返送汚泥の溶解性基質濃度 ($\circ$)

S : タンク中の active mass の濃度 ($\circ$), S_i : 流入下水中の active mass の濃度 ($\circ$)

S_r : 返送汚泥中の $\circ$ ($\circ$), $\bar{\tau}$: 基質の平均ばつ気時間 (hr)

$t_a = -V/(1+r)Q$ (hr), $t_o = -V/Q = (1+r)t_a$ (hr)

v : タンク任意断面での x 方向の平均流速 (m/hr), $v_o = Q/A$ ($\circ$)

z : x/l または z/l , x, z はそれぞれタンク流入端からの距離 (m)

k_1, k_2 : それぞれ L, S に関する基本則 $dL/dt = -k_1 S L$, $dS/dt = -k_2 S$ における常数で、次元は $k_1 [ppm \cdot hr]^{-1}$, $k_2 [hr]^{-1}$

K_1, K_2 : $K_1 = k_1 t_o (S_r - S_i)$, $K_2 = k_2 t_o S_i$ で t_o に無次元

仮定

数学的取扱いを容易にするためつぎの仮定を設ける。すなわち i) 返送汚泥の量的比率は一定でその供給は連続的である, ii) 流入下水中の基質濃度は一定である。iii) タンク内の流れは一遇式である。ただし、流向に直交な断面内での混合は完全とする。iv) 活性汚泥による、基質除去速度は $dL/dt = -k_1 S L + \text{添加項}$ の形のモデルを適用する。

基質の滞留時間

上記の仮定にもとづき、まず基質の平均滞留時間を求める。これは流入基質の、エアレーションタンク内での、活性汚泥との平均接触時間を意味し、活性汚泥濃度 S が $g(x)$ に応じて変わるわけであるから、この接触時間が標準法の場合と同じ意味をもつものではない。しかしそれは、over-all の基質除去率に対し重要な意味をもっている。

$q(x)$ が図-1 のように任意の形で与えられた場合、断面 x において流入した基質がタンクを流出するまでに要する時間を求める。 $0 \leq x \leq \xi \leq l$ なる条件に合う ξ をとり、断面 ξ における平均流速 $v(\xi)$ を求めると次式のようにあらわされる。

$$v(\xi) = \left\{ rQ + \int_0^\xi q(x) dx \right\} / A \quad \text{----- (4)}$$

この断面において、微小区画 $d\xi$ を混合液が通過するに要する時間は $d\xi/v(\xi)$ であるから、断面 x においてタンクに添加された基質が x から ξ まで流通するに要する時間 T_x は

$$T_x = \int_x^\xi d\xi / v(\xi)$$

となる。流通時間 T_x にあたる流入基質が、全体に対して占める割合は $q(x)dx/Q$ であるから、この比を乗じた $\left\{ q(x)dx/Q \right\} \int_x^\xi d\xi / v(\xi)$ は T_x の $\bar{v}$ に対するシェアをあらわしている。よって、流入基質全体についてこの値を計算しその平均値をとれば $\bar{v}$ が求まる。

$$\begin{aligned} \bar{v} &= \frac{1}{Q} \int_0^l q(x) \int_x^l d\xi / v(\xi) \cdot dx, \quad \text{または (4) 式を入れて} \\ \bar{v} &= \frac{1}{Q} \int_0^l q(x) \int_x^l d\xi \left\{ v_0 r + \frac{1}{A} \int_0^\xi q(\xi) d\xi \right\} \cdot dx \quad 0 \leq x \leq \xi \leq l \quad \text{----- (5)} \end{aligned}$$

S(x) と (3) 式の附加項

(3) 式を解く場合に S が問題になる。かんがい(3)は基質濃度のあまり大でない時に適合するモデルで、 S は一定でないとして扱うこともできる。いま返送汚泥の挙動が bulk flow によく追従するとすれば、断面 x において返送汚泥による VSS 量が単位時間に $rQSr$ 、流入下水による寄与が $S_i \int_0^x q dx$ である。本来、ばう気行程では基質の合成による SS の増分があり、また一方自家呼吸の影響がある。だから厳密には $dS/dt = a dL/dt - k_3 S$ と連立的に取扱うべきであるが、基質濃度が相対的に低いとしているから、ここでは近似的に

$$S(x) = \left\{ rQSr + S_i \int_0^x q(x) dx \right\} / \left\{ rQ + \int_0^x q(x) dx \right\}$$

を (3) 式に代入することによって大きい誤差は生じないであろう。

つぎに附加項であるが、これは基質の新たな流入によるもの $(dL/dt)_2$ と、自家呼吸に伴う増加とが考えられ、全体で $dL/dt = (dL/dt)_1 + (dL/dt)_2 + (dL/dt)_3$ とかくことができる。先ず右辺第 2 項は、断面 x を通過する流速を $v(x)$ とすれば、 Δt 時間中の混合液通過量 $A v(x) \Delta t$ に対し $L_i q(x) \cdot v \cdot \Delta t$ の基質が新たに加えられることから、 $(dL/dt)_2 = L_i q(x)/A$ である。つぎに第 3 項は前述のように $(dL/dt)_3 = b k_3 S(x) \exp[-k_3 t]$ である (b はスラッジの基質転換率、 k_3 は自家呼吸係数)。よって、

$$\frac{dL}{dt} = -k_1 L \frac{rQSr + S_i \int_0^x q(x) dx}{rQ + \int_0^x q(x) dx} + \frac{L_i q(x)}{A} + b k_3 e^{-k_3 t} \frac{rQSr + S_i \int_0^x q(x) dx}{rQ + \int_0^x q(x) dx} \quad \text{----- (6)}$$

で基質濃度変化を求めることができる。 $q(x)$ を与えれば (6) 式は線形常微分方程式であるから容易にその解析解を求めることができる。以下 (5), (6) をもとにして各例を検討してみる。

3 等分布基質添加の場合

図-2 に示すように $q(x) = q_0 = \text{一定}$ であれば、まず $v(x)$ はつぎのようになる。

$$v(x) = \frac{1}{A}(rQ + q_0 x), \quad q_0 \ell = Q \quad \dots (7)$$

これを用いて平均基質滞留時間 $\bar{t}$ は

$$\begin{aligned} \bar{t} &= \frac{1}{\ell} \int_0^\ell \int_x^\ell \frac{d\xi}{v_0(r + \xi/\ell)} \cdot dx \\ &= (1+r)t_a (1 + r \ell q_0 / (1+r)) \quad \dots (8) \end{aligned}$$

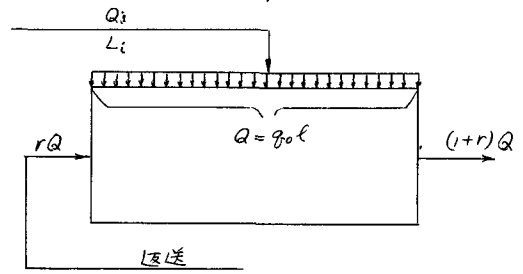


図-2 $q(x) = q_0$ の場合

式中の t_a は同様な条件下での標準法運転における滞留時間 $V/(1+r)Q$ であるから、返送率 r の変化に応ずる $\bar{t}$ 値を比較のため求めてみるとつぎのようである。

$r =$	0	0.25	0.50	1.00
$\bar{t} =$	1.00 t_a	0.748 t_a	0.675 t_a	0.614 t_a

すなわち、等分布添加の場合の実質的滞留時間は返送比の増加とともに相対的に減り、 $r = 0.25$ の場合でいうと、標準法運転の場合のほぼ $3/4$ になるに注目すべきことである。

つぎに (6) 式を解くにあたり、簡単のため右辺第3項を省略して dL/dt を表現すると

$$\begin{aligned} \frac{dL}{dt} &= -k_1 L \frac{rQS_r + QS_c x/\ell}{rQ + Qx/\ell} + \frac{L_i q_0}{A} \\ &= -k_1 L (rSr + qSi)/(r + \eta) + L_i/t_0 \quad \dots (9) \end{aligned}$$

である。左辺を変数変換し、 $dx/dt = (rQ + \eta Q)/A$ 、 $dL/dt = (dL/d\eta)(d\eta/dx)(dx/dt)$ を用いて書き改めると

$$\frac{dL}{d\eta} = -k_1 t_0 L \cdot \frac{rSr + qSi}{(r + \eta)^2} + \frac{L_i}{r + \eta} \quad \dots (9)_1$$

となる。これは $p + P(\eta) \cdot L = Q(\eta)$ の形の線形微分方程式であり、任意常数を含むその解は

$$L = \exp\left[-k_1 t_0 \int \frac{rSr + qSi}{(r + \eta)^2} d\eta\right] \left[\int \frac{L_i}{r + \eta} \exp\left\{k_1 t_0 \frac{rSr + qSi}{(r + \eta)^2} d\eta\right\} d\eta + C \right]$$

で与えられる。この関数は変域 $0 \leq \eta \leq 1.0$ で微分可能、連続でなければならぬ。積分の上、下限をそれぞれ η 、0 とすると、起算、すなわち $\eta = 0$ で $L = L_b \geq L_i$ として $C = 1$ がえられる。よって L/L_i はつぎのように示せる。

$$\frac{L}{L_i} = \exp\left[-k_1 t_0 \int_0^\eta \frac{rSr + qSi}{(r + \eta)^2} d\eta\right] \left[\int_0^\eta \frac{1}{r + \eta} \exp\left\{k_1 t_0 \frac{rSr + qSi}{(r + \eta)^2} d\eta\right\} d\eta + 1 \right] \quad \dots (10)$$

$\eta = 1.0$ として上式の積分を計算し、タンク末端での基質除去率 E をあらわすと、つぎの (11) 式のようになる。

$$E = 1 - (1+r)^{-K_2} e^{-\frac{K_1}{1+r}} \left[\int_0^1 (\eta+r)^{K_2-1} e^{\frac{K_1 \eta}{2+r}} d\eta + r^{K_2} \right] \quad \dots (11)$$

$$0 \leq \eta \leq 1$$

4. 等間隔4段添加ステップエアレーションの場合

ステップエアレーションでは下水の階段の添加により、最終段流出混合液のMLSSは標準法に比し相対的に低く、最終沈殿池の負担は確かに軽い。しかしながら有機基質の除去能力においてすぐれているか否かは、種々議論のあるところで、現在までに充分な理論的説明はなされていない。2.で論じた一般論により、こうした角度から階段添加操作の技術的評価にアプローチを試みることは有意義なことと思う。

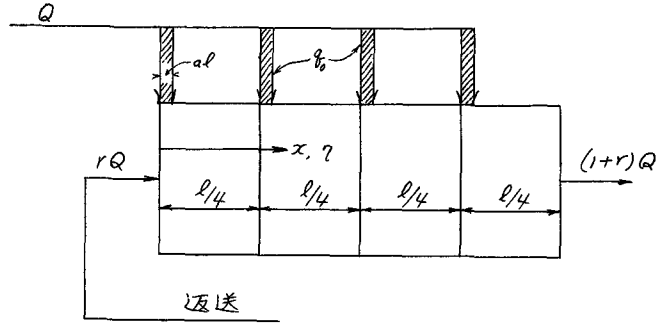


図-3 等間隔4段添加ステップエアレーションのモデル (計算例では $a=0.05$)

便宜上、エアレーション水路を均等に4分割し、各流路の始端で図-3のごとく等しい幅、等しい分配度で下水を流入させ場合を考へる。この分割の間隔や分配度が任意の場合は結局、2.の一般論にまで戻つて計算しなければならぬが、回路が等分されていて注入点がいずれも各流路の始端であれば、その特性、数値的取扱いは以下の展開と大同小異である。

この場合 $\eta = x/l$ に応ずる流入関数 $q(\eta)$ はつぎのようにならわされる。

$$\begin{aligned} 0 \leq \eta \leq a &: q(\eta) = q_0, & a \leq \eta \leq 0.25 &: q(\eta) = 0, & 0.25 \leq \eta \leq 0.25+a &: q = q_0, \\ 0.25+a \leq \eta \leq 0.5 &: q = 0, & 0.5 \leq \eta \leq 0.5+a &: q = q_0, & 0.5+a \leq \eta \leq 0.75 &: q = 0, \\ 0.75 \leq \eta \leq 0.75+a &: q = q_0, & 0.75+a \leq \eta \leq 1.0 &: q = 0. \end{aligned}$$

数値的取扱いの便宜上 $q(\eta)$ を級数表示するならば、フーリエ余弦級数として

$$\left. \begin{aligned} q(x) &= \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n' \cos 2n\pi(x - \frac{1}{2}al)/(l/4), \text{ または} \\ q(\eta) &= \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos 2n\pi(z\eta - a), & A_n &= 2 \int_0^1 q(\eta) \cos 2n\pi(z\eta - a) d\eta \end{aligned} \right\} \dots (12)$$

この A_n を計算すると

$$A_n = 2(I_1 + I_2 + I_3 + I_4), \text{ ただし}$$

$$I_1 = \frac{q_0}{4n\pi} \cdot 2 \sin 2n\pi a, \quad I_2 = \frac{q_0}{4n\pi} (-1)^n \cdot 2 \sin 2n\pi a, \quad I_3 = \frac{q_0}{4n\pi} \cdot 2 \sin 2n\pi a, \quad I_4 = \frac{q_0}{4n\pi} \cdot 2 \sin 2n\pi a (-1)^n$$

であつて、

$$A_n = \frac{4q_0}{n\pi} \sin 2n\pi a \quad (n=2, 4, 6), \quad A_n=0 \quad (n=1, 3, 5, \dots)$$

となり、結局 $q(\eta)$ を次のようにならわすことができる。

$$q(\eta) = 4aq_0 + \sum_{n=2,4,6} \frac{4q_0 \sin 2n\pi a}{n\pi} \cos 2n\pi(z\eta - a) \dots (13)$$

平均基質滞留時間を(5)式により求めよとすれば、 $\int_0^5 q(\eta) d\eta$ が演算に必要である。

$$\int_0^5 q(\eta) d\eta = 4aq_0 \eta + \sum_{n=2,4,6} \frac{q_0 l \sin 2n\pi a}{n^2 \pi^2} \left[\sin \left(\frac{4n\pi \eta}{l} - 2n\pi a \right) + \sin 2n\pi a \right] \dots (14)$$

(13)の級数よりも(14)の方が収れんは早い。(しかし実用計算には図式の方が便利であろう)。

基質の平均滞留時間は、(5)式により

$$\bar{T} = \frac{1}{Q} \int_0^l q(x) \int_x^l d\xi / \{ v_0 r + \frac{1}{A} \int_0^\xi q(\xi) d\xi \} \cdot dx$$

を計算すればよい。無次元変数 η を用い、式を無次元化してあらわすと次式になる。

$$\bar{T}_* = \frac{\bar{T}}{t_0} = \int_0^{1.0} q_*(\eta) \int_\eta^{1.0} \frac{d\eta}{4ar + \int_0^\eta q_*(\eta) d\eta} \cdot d\eta \quad \dots \dots \dots (15)$$

$$q_*(\eta) = q(\eta) / q_0$$

この計算も図式に行なう方が簡単である。すなわちまず異なる q を分割添加条件から $q_*(\eta)$ および $\int_0^\xi q_*(\xi) d\xi$ をグラフ用紙に描き、これをもとにして $\{ v_0 r + (1/A) \int_0^\xi q(\xi) d\xi \}^{-1}$ を ξ に応じてプロットする。この曲線に囲まれる $x \sim l$ 間の面積を I_x とすれば、求める $\bar{T}$ の値は

$$\bar{T} = \int_0^l q(x) \cdot I_x \cdot dx$$

であるから、 $q(x) \times I_x$ の曲線をプロットして $0 \sim l$ 間の面積を求めればよく、無次元表示の(15)式による場合も同様である。

つぎに(6)式の右辺第3項を省いて(自家呼吸の影響を省略して)基質濃度変化を求める。

表現の便宜上 $q(\eta)/(Q/L)$ および $\int_0^\eta q(\eta) d\eta / (Q/L)$ の2つの関数の級数形をそれぞれ $F_{\Sigma 1}$ および $F_{\Sigma 2}$ とあらわすと、

$$F_{\Sigma 1}(n, \eta) = q(\eta)/(Q/L) = 1 + \frac{1}{a} \sum_{n=1, 3, \dots}^{\infty} \frac{\sin 2n\pi a}{n\pi} \cos 2n\pi(2\eta - a)$$

$$F_{\Sigma 2}(n, \eta) = \int_0^\eta q(\eta) d\eta / (Q/L) = \eta + \frac{1}{4a} \sum_{n=2, 4, \dots}^{\infty} \frac{\sin 2n\pi a}{n^2 \pi^2} \{ \sin 2n\pi(2\eta - a) + \sin 2n\pi a \}$$

となる。これを用いて(6)式を無次元変数 η に関する式に書き直すと結局次式が得られる。

$$\frac{dL}{d\eta} = -k_1 L t_0 \frac{r S_r + S_i F_{\Sigma 2}}{(r + F_{\Sigma 2})^2} + \frac{L_i F_{\Sigma 1}}{r + F_{\Sigma 2}} \quad \dots \dots \dots (16)$$

$\eta \rightarrow 0$ で $L = L_i$ とし、変域 $0 \leq \eta \leq 1.0$ で物理的の条件を満たす解を求めると

$$\frac{L}{L_i} = \exp[-B] \left\{ 1 + \int_0^\eta \frac{F_{\Sigma 1}}{r + F_{\Sigma 2}} \exp[B] \cdot d\eta \right\}$$

ただし

$$B = \int_0^\eta k_1 t_0 \frac{r S_r + S_i F_{\Sigma 2}}{(r + F_{\Sigma 2})^2} d\eta = \int_0^\eta \frac{(K_1 + K_2) r + \frac{K_2}{4a} \int_0^\eta q_*(\eta) d\eta}{(r + \frac{1}{4a} \int_0^\eta q_*(\eta) d\eta)^2} d\eta \quad \dots \dots \dots (17)$$

$$K_1 + K_2 = k_1 t_0 S_r, \quad K_2 = k_1 t_0 S_i$$

となる。

タンク末端における基質残存率 L_{out}/L_i は上式の積分上限値 η を 1.0 とすればよい。(17)式による基質量変化の計算は、すでに $q_*(\eta)$, $\int_0^\eta q_*(\eta) d\eta$ が求められておれば、結局は積分 B の計算であって図式、電算により行なうことができる。

4. 数値計算例による比較

2.に述べた基質の均等添加の場合と、3.の階段添加の場合とが、標準式運転の場合とくらべ相乗条件のもとでどのような意義をもつかを調べるには数値計算や実験的検討が必要である。しかしここで

は、本報文中で誘導した理論式の特性を2枚のグラフで示すことに主眼をおく。

基質濃度変化、および基質の平均滞留時間を計算比較するため、仮定として i) 標準法, ii) 等分布添加, iii) 4段添加ステップエアレーションのいずれの場合も、自家呼吸の影響は無視し、力学モデル式中の速度恒数 k_1 , およびその関係の指標 K_1, K_2 , 活性汚泥返送率 r を一定にとつてみた。

$r=0.25$, $K_1=90$, $K_2=0.27$ (東大段パイロットプラント実験等のデータより) として、ステップエアレーションの場合は $a=0.05$ を用い、先ず平均基質滞留時間を比較すると次のとおりである。

標準法運転	等分布添加	4段均分ステップ
$\bar{t}/t_a = 1.00$	0.748	0.839

3者の場合の r に応ずる $\bar{t}/t_a$ 値をプロットすると図-4 のようになり、後2者では返送率の増加とともに実質平均滞留時間が減じ、 $r=1.0$ の場合の等分布添加法では標準法より38.6% 減になる。ステップエアレーションの場合、添加段数を4段以上にふやして行くとき図の実線は下降し、究極的には破線と一致する。こうした傾向は図-5 に示す基質濃度変化率特性にも影響している。

図-5 に示した L/L_i の変化特性を見ると、等分布添加、ステップエアレーションの場合は L/L_i が単調に減少しない。むしろ後段において上昇を示す臭が注目される。こうした傾向は k_1 , すなわち K_1, K_2 等の多少の変化によって変わるものではないが、 L/L_i の数値そのものは主として K_1, K_2 (すなわち k_1) によって上下するので、標準法の方が常に優位、すなわち基質除去能力が高いということにはならない。

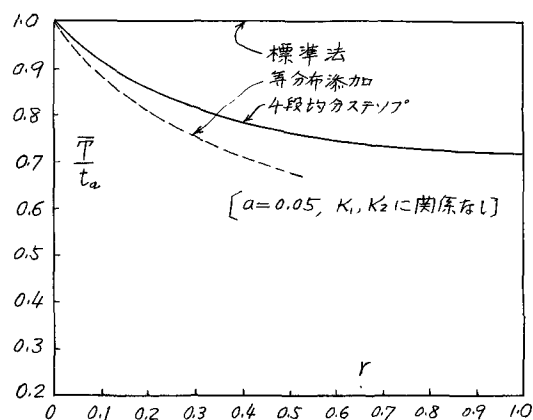


図-4 実滞留時間と返送率 r の関係

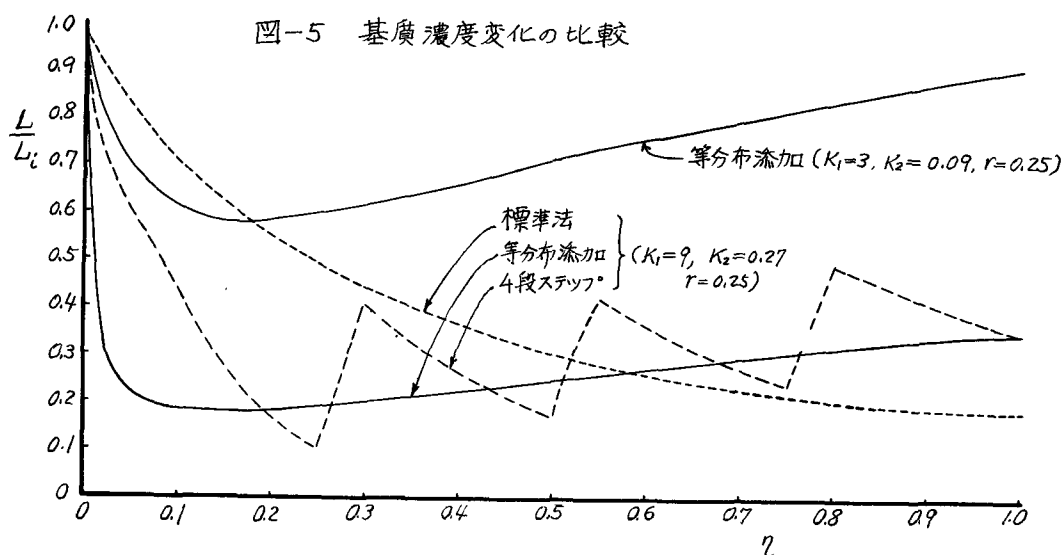


図-5 基質濃度変化の比較

しからば例えば4段添加のステップエアレーションで、ばつ気流水での基質残存率が標準法のそれよりも勝るためにはどのような条件が必要か、 R_1 , 即ち K_1 や K_2 など無次元指標がどのレベルに下げればならぬか、こうした詳細については現在なお検討中であり、ここで充分なことを述べることはできない。一応、流入基質の分散添加というものの1つの特性を示すことができたことで本報文としてはしめくくりたい。

5. 結び

基質添加法が活性汚泥運転において有する意義を明らかにするため、理論的な検討を行った。この解析は、主たる反応の機構に関し $dL/dt = -k_1SL$ 型のモデルを仮定し、許しうる範囲の近似を行なって、各モードにおける基質の平均滞留時間、基質濃度の変化率を数式的にあらわしたものである。従来、こうしたモード変化の影響については漠然とした判断しかおされていなかったが、幾何学的、物理・化学的に相等の条件下では、等分布添加や分散添加は標準法運転より不利になるとする根拠があり、ステップエアレーション等で相対的な好成績をうるための条件は指標 K_1 , K_2 の値についての制約、その実際操作における実現性、あるいは最終状態操作における差違の評価などをさらに検討してみたいとはつきりしない。

引用文献

- 1) 合田・中西・宇宮：“活性汚泥法における浄化機構の基礎的研究”，第3回衛生工学研究討論会講演論文集 1〜7頁（昭和41年11月），土木学会