

活性汚泥法水処理プロセスの最適化

— 流入廃水と返送汚泥の曝気槽への分配法 —

(京都大学工学部) 高松武一郎, 内藤正明, 橋本伊織, 李錦栄

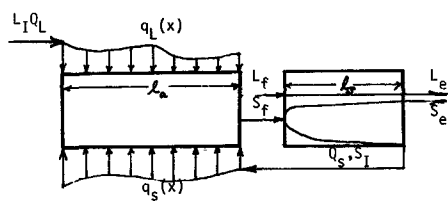
1. はじめに

活性汚泥法による処理効率を、より経済的、能率的なものに高めようという試みが数々の変法を生み出している。中でもステップエアレーション法は、我国で、標準法と共にもっとも多く用いられている活性汚泥変法プロセスの一つである。しかしこれらの処理法に対する設計基準や運転管理の基準はまだ従来の経験に頼るところが多い。たとえばステップエアレーション法については、流入基質を分散注入することにより、BOD負荷を徐々に変える方式をとり、質的なショックに対処し汚泥の活性度を維持しようというやり方がある。しかしまだこれについては確められた確定的なものとは云えないようである。また定常流入の基質除去を処理の主目的とする面からみて、ステップエアレーション法を標準法に比べて、その優劣が議論されてもいるが、この点についても定量的に両者の優劣を比較できるデータはほとんどみられず、理論的な解析を行なった報告も僅かである。

そこで本研究は、活性汚泥プロセスを、従来の研究、並びに我々が新たに行なった実験結果に基づいて妥当と思われる一般的な数学モデルで表示することを試み、その理論的解析から活性汚泥プロセスのもっとも合理的な操作法を数理的に検討してみた。

2. プロセスの設定

活性汚泥プロセスは、曝気槽および最終沈殿池が主体になっているが、この両プロセスは、汚泥が返送されることによってサイクルを形成し、両者は一体とみなす方が便利であろう。ステップエアレーション法では、一般に返送汚泥を曝気槽に返し、基質を3~4段に分けて曝気槽に注入しているが、この点を問題を一般的にするために、汚泥と基質の両方を同時に分散注入する操作を考慮する。(図-1) 図示の如く基質と汚泥は流れの方向に沿ってそれぞれ $q_L(x)$, $q_S(x)$ なる分布で注入されるとする。 L_I は流入基質濃度 (BOD ppm), S_I は返送汚泥濃度 (weight ppm), Q_L , Q_S は流入基質, 返送汚泥の流量 (m^3/d), L_f , L_e はそれぞれ曝気槽流出水及び沈殿池放流水の上澄溶解性基質濃度, S_f , S_e はそれぞれ曝気槽出口, 及び最終沈殿池放流水中の浮遊物濃度 (ppm) L , S は槽入口より距離 x の地点における基質及び汚泥濃度を表わす。



3. 曝気槽における基礎方程式

曝気槽内流動を一次元混合流動方程式で表示することにすれば、

図-1

(基質について)
$$\frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(E_L \frac{\partial L}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} (uL) + \frac{L_I q_L + L_e q_S}{A} - \phi_L \quad (1)$$

(汚泥について)
$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(E_S \frac{\partial S}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} (uS) + \frac{S_I q_S + S_e q_L}{A} - \phi_S \quad (2)$$

また汚泥の活性度(単位汚泥あたりの基質除去に active な汚泥 site の割合) を α で表わし(これについては後述する) 返送汚泥は一応均ばつ気を受け、 α_L なる活性度を持つてばつ気そうに注入され、ばつ気そう内で変化するものと想定すれば、 αS の物質収支は

$$\frac{\partial(\alpha S)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}(E_s \frac{\partial(\alpha S)}{\partial x}) - \frac{\partial(u \alpha S)}{\partial x} + \frac{\alpha_L S_L q_s}{A} - \phi_{\alpha S} \quad (3)$$

となる。ここで L_s は返送汚泥中に含まれる基質濃度、 S_L は流入水中の SS、 ϕ_L は基質の反応速度過程を表わす項、 ϕ_s は汚泥の増殖速度過程を表わす項、 u は汚泥と下水混合液の流速、 E_L 、 E_s は混合係数、 A はばつ気そう断面積を表わす。今ばつ気そう断面内では、濃度を均一とみなせるほど混合は十分であるとみなし、かつ汚泥と基質は零動をともにするとする。更に流水方向の混合を無視し得るものとして、 $L_s \ll L_L$ 、 $S_L \ll S_L$ とすれば、定常状態において上式は次の様に簡単化される。

$$\frac{d(uL)}{dx} = \frac{L_L q_L}{A} - \phi_L \quad (4)$$

$$\frac{d(uS)}{dx} = \frac{S_L q_s}{A} - \phi_s \quad (5)$$

$$\frac{d(u \alpha S)}{dx} = \frac{\alpha_L S_L q_s}{A} - \phi_{\alpha S} \quad (6)$$

またばつ気そう内に流れに沿って下水または汚泥の注入があれば、下水汚泥混合液の流速が変化する。すなわち u は x の関数となり、その流速変化は次式で表わされる。

$$\frac{du}{dx} = \frac{1}{A} (q_L + q_s) \quad (7)$$

(4), (5), (6), 式の左辺の速度項 u をくくりだし、移項すると次式の様になる。

$$\frac{dL}{dx} = \frac{1}{u} \left(\frac{L_L q_L}{A} - \phi_L - L \frac{du}{dx} \right) \quad (8)$$

$$\frac{dS}{dx} = \frac{1}{u} \left(\frac{S_L q_s}{A} - \phi_s - S \frac{du}{dx} \right) \quad (9)$$

$$\frac{d(\alpha S)}{dx} = \frac{1}{u} \left(\frac{\alpha_L S_L q_s}{A} - \phi_{\alpha S} - \alpha S \frac{du}{dx} \right) \quad (10)$$

ただし活性度 α を持つ汚泥は、ばつ気そうに入る前は常に一定とみなし、ばつ気そう内で下水と混合した際、基質を吸着、酸化していく過程において、 α の増減があることが予想される。

汚泥の初期吸着現象は、一般に浮遊性またはコロイド性の固形物の吸着とみなされている場合が多いが、溶解性基質の初期吸着もおこることは、数多くの研究から知られている。溶解性基質は固形性基質に比べて酸化速度が早く、吸着と分解代謝は同時におこるものと考えられ、ただ初期の 10~20 分間には、吸着現象が支配的になり、汚泥は一旦基質を吸着することにより、一時体内に貯蔵し、続いてこれを酸化分解すると説明されるであろう。すなわち汚泥表面に基質を吸着によって貯蔵し、この貯蔵された基質の量が、一種の *driving force* になり、体内への吸収酸化を促すという吸着、酸化分解の二つの現象の直列過程を考える。この仮説において、活性度は、汚泥表面に基質を吸着できうる

Space の割合を示すとみなし、またこの space は吸着された量に比例して酸化分解され、その結果 space が再び増大すると考え、ばつ気う内での活性度 α の変化は、次式で表現する。

$$\frac{d[(1-\alpha)S]}{dt} = -K_2(1-\alpha)S + K_4K_1\alpha SL \quad (11)$$

ここで α は活性度 ($\alpha_{\max} = 1$)、 K_4 は単位 BOD あたり吸着に対する α 、(11) 式の左辺は

$$\frac{d[(1-\alpha)S]}{dt} = \frac{dS}{dt} - \frac{d\alpha S}{dt}$$

になり、 αS の時間変動は

$$\phi_{\alpha S} = \frac{d\alpha S}{dt} = \frac{dS}{dt} - \frac{d[(1-\alpha)S]}{dt} \quad (12)$$

$$\text{尚} \quad \frac{d(\alpha S)}{dx} = S \frac{d\alpha}{dx} + \alpha \frac{dS}{dx} \quad \therefore \frac{d\alpha}{dx} = \frac{1}{S} \left[\frac{d(\alpha S)}{dx} - \alpha \frac{dS}{dx} \right] \quad (13)$$

となる。

3. 反応速度過程の検討

(1), (2), (3) 式で示された ϕ , ϕ_s , $\phi_{\alpha S}$ は、ばつ気う内でおこる反応の速度過程を表す項で、前二者については、数多くの研究がなされている。先づ ϕ についてみると、一般に活性汚泥プロセスにおける微生物反応は複雑で、生物相の変化、 O_2 , PH, 温度等の影響を受ける酵素反応によるものとされ、Michaelis-Menten の式がよく用いられているが、Eckenfelder 等は二相説を主張し、一次式を用いている。一般都市下水の場合、下水基質濃度は BOD で約 100~300 PPM 程度で、いづれの式によってもかなりうまく表現できる場合が多い。ここでは計算の簡単のため、一次式を用い、更に活性度というパラメータを用いて表わすことにした。またこのモデル同定には従来のデータと、人工下水を用いたバッチ試験を行なった。

$$\phi_L = K_1\alpha LS - \beta K_3S \quad (14)$$

ここで、 K_1 : 反応速度定数 ($1/hr$) K_3 : 自己酸化速度定数 ($1/hr$)

α : 基質除去活性度, β : 自己酸化により下水に戻る基質の量 ($\frac{BOD}{SS}$)

一旦除去された基質は、酸化分解され、一部は汚泥の活動エネルギーに用いられ、一部は新しい汚泥に合成される。この場合、初期において汚泥の合成は、外表的な基質除去に比較して“遅水”の現象がみられるが、汚泥体内に貯蔵基質がある場合、新たな基質が吸着されなくても、汚泥の合成はおこることから、定常状態において除去された基質は、“遅水”がなく汚泥に合成されるとし。

$$\phi_s = -\alpha K_1\alpha SL + K_3S \quad (15)$$

として表わせよう。ここで α は汚泥の転換率で、常に一定とする。(11) 式と (15) 式を (14) 式に代入すると

$$\phi_{\alpha S} = S[-K_1\alpha L(\alpha + K_4) - K_2\alpha + (K_2 + K_3)] \quad (16)$$

となる。

処理量(%) が与えられるものとする。ばつ気そう単位距離の流量を $q_L(x)$ (mg/m) なる分布でさうへ配分するなら、 $q_L(x)$ の x についての総和は、処理量に等しくなければならぬ。したがって、 $q_L(x)$ にはある束縛条件が必要である。これを次式で表わす

$$Q_L = \int_0^L q_L dx \quad (17)$$

この場合返送汚泥の配分 $q_L(x)$ には何ら束縛条件がないものとする。

4. 最終沈殿池における汚泥の挙動

ばつ気そうから流出した混合液は、最終沈殿池において、汚泥と上澄液とに分けられる。この種の沈殿現象は、単なる固形物の沈殿とは異なり、活性汚泥はフロックを形成しながら凝集沈殿し、かつ初期の数分において、汚泥はすみやかに沈降し、混合液から分離される。上澄液に残された小さなフロックは、沈殿池を流れていく間に、徐々に沈降する。これらの現象は、種々な要素に影響されるが、いまだ十分に解明されていない。我々は、この残留浮遊物質のみが、沈殿池内での除去対象であるとし、この沈降過程を沈殿池の混合度およびばつ気そうの滞留時間の関数として、ばつ気そうに対すると同様の次式で表わした。

$$\frac{\partial S_u}{\partial x} = \frac{1}{\tau_{ss}} \frac{\partial^2 S_u}{\partial y^2} - \frac{\partial S_u}{\partial \eta} - \phi_{ss} T_s \quad \phi_{ss} = K_{so} (1 - \epsilon_1 e^{-\alpha_1 \eta} / (1 + \epsilon_3 e^{-\alpha_3 \eta})) S_u \quad (18)$$

ここで τ_{ss} は混合ベクレル数、 S_u は残留浮遊物、 T_s は沈殿池滞留時間、 ϕ_{ss} は沈殿除去速度、 η は無次元距離、 K_{so} , ϵ_1 , ϵ_3 , α_1 , α_3 は定数。更に $S_u(0)$ は最終沈殿池流入時の汚泥濃度の関数として表わされ

$$S_u(0) = B(S_f)^r \quad B, r \text{ は定数, } S_f \text{ は流入口での汚泥濃度,} \quad (19)$$

沈殿さうによる我々の実験結果から、 $B=1.72$, $r=0.476$ が得られた。沈殿池での流れを押し出し流れとすれば、定常時において(18)式は、次式で表わされる。

$$\frac{dS_u}{dx} = -\phi_{ss} \quad (20)$$

$$\text{すなわち} \quad S_e = S_u \exp \left[-\frac{V_s}{(1+r)Q_L} \cdot \frac{1}{\tau_0} \right] \quad (21)$$

S_e : 放流水 SS, r : 汚泥返送率, V_s : 沈殿池容積, τ_0 : 0.916

いま V_s を一定とし、かつ汚泥は沈殿池に流入して間もなく沈殿分離され、汚泥貯留さうに集められ、返送されるとすれば、 $\exp \left[-\frac{V_s}{(1+r)Q_L} \cdot \frac{1}{\tau_0} \right]$ は、ほぼ一定になり、 $S_e = S_u \cdot Z$ となる。ここで $Z = \exp \left[-\frac{V_s}{(1+r)Q_L} \cdot \frac{1}{\tau_0} \right]$ である。(19)式と(21)式から

$$S_e = 1.72 Z (S_f)^{0.5} \quad (22)$$

になる。

放流水中の基質濃度を表わす場合、放流水中の SS による BOD をも考えなければならぬ。放流水の SS 単位量あたりの BOD 値を P とすれば、放流水濃度は、次式で示される。

$$L_T = L_e + p S_e \quad (23)$$

P は流入基質や汚泥の性質によって異なり、 $0.2 \sim 0.4$ ($\frac{100\%}{100\%}$) 値の場合が多い。我々の実験では、約 0.3 ($\frac{100\%}{100\%}$) が得られた。今考えているプロセスの中で、沈殿池での汚泥除去は(22)式で与えられるとしているので、ばつ気そう出口での汚泥濃度 S_f 比溶解性基質濃度 L_e が得られれば L_T が直ちに得られる筈である。また $L_e = C_1 L_f$ とすれば、放流水の基質濃度を最小にする操作を考える場合、ばつ気そう出口での溶解性基質濃度 L_f 、および S_f のある関数値を最小にする操作を求めれば良い。 C_1 は L_e/L_f で、汚泥の種類や基質および沈殿時間によって異なるが、通常の沈殿時間では $C_1 = 1$ とみなしてもよい。したがって目的関数 $P.I.$ は

$$P.I. = C_1 L_f + C_2 (S_f)^{\frac{1}{2}} \quad (24)$$

$C_2 : 1.72 P \cdot Z$

すなわち $P.I.$ が最小になる様な $q_L(x)$, $q_S(x)$ を考えれば良いことになる。

5. 最適分布の定式化:

上で述べられた様な活性汚泥プロセスについて、ある与えられた一定容積のばつ気そうと最終沈殿池において、除去率を最大にする問題を考えてみよう。除去率をよくする要素や操作は多いが、ここで我々が考えているのは、除去効率の観点に立った場合、流入下水と返送汚泥の配分は効率にどのような影響を与えるのかどうかということである。したがって便宜上、汚泥も一応配分されるとしてあり、果してスワップエーション法の様な配分法に最適性が存在するかも、併せて検討してみよう。この問題を取扱うには、色々な数学的手法があるが、ここでは最大値原理により考察を試みる。

(1) (1) (4) 式で示されたプロセス方程式の中で、基質濃度 L 、汚泥濃度 S 、活性度 α 、流速 u を状態変数と定義し、 $L=y_1$, $S=y_2$, $\alpha=y_3$, $u=y_4$ と置き変える。また目的関数を最大にするために制御する量 q_L , q_S を操作変数とし、 $q_L=\theta_1$, $q_S=\theta_2$ と置き変えれば、プロセス方程式は:

$$f_1 = \frac{dy_1}{dx} = \frac{1}{y_4} \left(\frac{L_0 \theta_1}{A} - K_1 y_1 y_2 + \beta K_2 y_2 - y_1 \frac{\theta_1 + \theta_2}{A} \right) \quad (25-1)$$

$$f_2 = \frac{dy_2}{dx} = \frac{1}{y_4} \left(\frac{S_0 \theta_2}{A} + \alpha K_1 y_1 y_2 - K_2 y_2 - y_2 \frac{\theta_1 + \theta_2}{A} \right) \quad (25-2)$$

$$f_3 = \frac{dy_3}{dx} = \frac{1}{y_4} \left[(1 - y_3) \alpha K_1 y_1 y_2 - K_2 y_3 + K_1 K_2 y_1 y_2 \right] \quad (25-3)$$

$$f_4 = \frac{dy_4}{dx} = \frac{\theta_1 + \theta_2}{A} \quad (25-4)$$

更に(1)式で、 x 地帯までの配分量の和 $Q_x = y_5$ と置き、新たな状態変数を導入すれば

$$f_5 = \frac{dy_5}{dx} = \theta_1 \quad (25-5)$$

となる。I.C: $y_1(0) = 0$, $y_2(0) = 0$, $y_3(0) = 0$, $y_4(0) = 0$, $y_5(0) = 0$

B.C: $y_5(l_0) = Q_L$

目的関数 P.I.

$$P.I. = [C_1 y_1 + C_2 (y_2)^{\frac{1}{2}}]_{x=l_0} \Rightarrow \text{Min.}$$

操作変数 θ_1, θ_2 はそれぞれ M_1, M_2 なる最大限量があるものとする。すなわち、 $0 \leq \theta_1 \leq M_1, 0 \leq \theta_2 \leq M_2$ なる拘束条件が課せられるとする。そこで目的は、この拘束条件と $y_1(l_0) = \theta_2$ なる束縛条件のもとで目的関数 P.I が最小になる様な θ_1, θ_2 をみつめだそうという問題に帰着される。

今補助ベクトル $\psi_\alpha(x)$ を次の様に定義する。

$$\frac{d\psi_i}{dx} = - \sum_{j=1}^n \psi_j \frac{\partial f_j}{\partial y_i} \quad i = 1, 2 \dots n \quad (26)$$

$$\psi_\alpha(l_0) = - \left\{ \frac{\partial \Phi(y(l_0))}{\partial y_\alpha} + \sum_{\alpha=1}^l \lambda_\alpha \frac{\partial F_\alpha}{\partial y_\alpha} \right\}_{x=l_0} \quad \alpha = 1, 2 \dots n \quad (27)$$

ここで Φ は目的関数 P.I で、 F_α は束縛条件を規定する方程式、すなわち等号束縛条件がある場合、

$$F_\alpha[y(l_0)] = 0 \quad (28)$$

となる。入は未知のラグランジュの常数である。更に、 ψ_α なる随伴関数を導入することによって、Hamiltonian は次の様に定義される。

$$H(\psi, y, \theta) = (\psi, f(y, \theta)) = \sum_{i=1}^n \psi_i f_i(y, \theta) \quad (29)$$

$$\frac{d\psi_i}{dx} = \frac{\partial H}{\partial \psi_i} \quad i = 1, 2 \dots n$$

$$\frac{d\psi_i}{dx} = - \frac{\partial H}{\partial y_i} \quad i = 1, 2 \dots n$$

したがって最適操作量は $\frac{\partial H}{\partial \theta_i} \rightarrow \text{最大}$ なる式を満足しなければならない。

式(29)の各随伴関数を求めてみると：

$$\frac{d\psi_1}{dx} = \frac{1}{y_4} \left[\psi_1 (K_1 y_2 y_3 + \frac{\theta_1 + \theta_2}{A}) - \psi_2 \alpha K_1 y_2 y_3 - \psi_3 (K_1 y_3 a + K_1 K_2 y_3) \right] \quad (30-1)$$

$$\frac{d\psi_2}{dx} = \frac{1}{y_4} \left[\psi_1 (K_1 y_2 y_3 - \beta K_3) - \psi_2 (\alpha K_1 y_2 y_3 - K_3 - \frac{\theta_1 + \theta_2}{A}) \right] \quad (30-2)$$

$$\frac{d\psi_3}{dx} = \frac{1}{y_4} \left[\psi_1 K_1 y_2 y_3 - \psi_2 \alpha K_1 y_2 y_3 - \psi_3 (K_1 K_2 y_1 - 2 \alpha K_1 y_2 y_3) \right] \quad (30-3)$$

$$\frac{d\psi_4}{dx} = \frac{1}{y_4} \left\{ \frac{\psi_1}{y_4} \left(\frac{L_2 \theta_1}{A} - K_1 y_1 y_2 y_3 + \beta K_3 y_2 - y_1 \frac{\theta_1 + \theta_2}{A} \right) + \frac{\psi_2}{y_4} \left(\frac{L_2 \theta_2}{A} + \alpha K_1 y_1 y_2 y_3 - K_3 y_2 - y_2 \frac{\theta_1 + \theta_2}{A} \right) \right. \quad (30-4)$$

$$\left. + \frac{\psi_3}{y_4} \left\{ (1 - y_3) (\alpha K_1 y_2 y_3 - K_2 - K_3) + K_1 K_2 y_1 y_3 \right\} \right\}$$

$$\frac{d\psi_5}{dx} = 0 \quad (30-5)$$

境界条件： $\psi_1(l_0) = -C_1, \quad \psi_2(l_0) = -\frac{1}{2} C_2 (y_2)^{\frac{1}{2}}, \quad \psi_3(l_0) = 0, \quad \psi_4(l_0) = 0, \quad \psi_5(l_0) = -\lambda_5$

C_1, C_2 は与えられており、また (30-5) 式から $\psi_5 = -\lambda_5$ が得られる。更に最大原理の Hamiltonian は、(29) 式で定義されており、(25) 式より

$$H = \psi_1 f_1 + \psi_2 f_2 + \psi_3 f_3 + \psi_4 f_4 + \psi_5 f_5 \\ = \left(\frac{\psi_1 C_1 - \psi_2 C_2}{A \gamma_4} - \frac{\psi_2 \gamma_2}{A \gamma_4} + \frac{\psi_4}{A} + \psi_5 \right) \theta_1 + \left(\frac{\psi_3 C_1 - \psi_4 C_2}{A \gamma_4} - \frac{\psi_1 \gamma_1}{A \gamma_4} + \frac{\psi_4}{A} \right) \theta_2 + R. \quad (31)$$

$$R = \psi_1 \frac{1}{\gamma_4} (-K_1 \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 + K_2 \gamma_3) + \psi_3 \frac{1}{\gamma_4} (K_1 \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 - K_2 \gamma_2) + \psi_5 \frac{1}{\gamma_4} \{ (1 - \gamma_3) (K_1 \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 - K_2 \gamma_2) + K_1 K_2 \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \}$$

(31) 式からみられるように、操作変数が線型であり、かつ $0 \leq \theta_1 \leq M_1$, $0 \leq \theta_2 \leq M_2$ の束縛条件があるから、このシステムの最適操作量は

$$\theta_1 = M_1 \text{Sgn } D_1 \\ \theta_2 = M_2 \text{Sgn } D_2 \quad (32)$$

となり、bang-bang 制御となることがわかる。ここで

$$D_1 = \left(\frac{\psi_1 C_1 - \psi_2 C_2}{A \gamma_4} - \frac{\psi_2 \gamma_2}{A \gamma_4} + \frac{\psi_4}{A} + \psi_5 \right) \quad D_1 \neq 0 \\ D_2 = \left(\frac{\psi_3 C_1 - \psi_4 C_2}{A \gamma_4} - \frac{\psi_1 \gamma_1}{A \gamma_4} + \frac{\psi_4}{A} \right) \quad D_2 \neq 0 \quad (33)$$

また Sgn なる記号は、 $\text{Sgn } D = 1$ ($D > 0$) $\text{Sgn } D = 0$ ($D < 0$) を表わしている。

(31) 式から分る様に、 H を最大にするためには次の条件の 1 つを満足させなければならない。式 (32) から $D_1 > 0$ ならば $\theta_1 = M_1$, $D_2 > 0$ ならば $\theta_2 = M_2$,

また $D_1 < 0$ ならば $\theta_1 = 0$, $D_2 < 0$ ならば $\theta_2 = 0$

であればよいことがわかる。上のすべての組合せについて、行なってみる必要がある。

$\gamma_1(t)$, $\gamma_2(t)$, $\gamma_3(t)$, $\gamma_4(t)$, λ_5 が与えられていないから、各々適当な値を假定して、与えられた $\psi_i(t)$ の値を用い、(25) (30) 式から、各 dx ごとに θ_1 , θ_2 を假定して、 D_1 , D_2 を (32) (33) から決めながら計算を行なえばよい。しかしながら実際の見地から、操作量 θ は、特別の場合を除く限り、制限が加えられてなく、全配分量が Q_L に等しければよいのであるから、 θ は impulse 状態になってくることが考えられる。すなわちある地点で、 Q_L 全部を注入させ、その前後では $\theta = 0$ という操作が最適になることが考えられる。一般的な下水処理更情から判断し、またばつ気そうの反応速度式が与えても、この様な impulse 注入系 (接合系) は、ばつ気そうの中間でおこなうことがなく、したがって初期地臭 ($x=0$) で起こることが予想される。すなわち基質除去の立場からみた場合、スラッパエーローン法における下水の配分量には最適性は存在し得ない。言いかえれば、いわゆるコンベンショナル式に注入するのが、もっとも除去効率の良好な配分法であることがわかる。なおばつ気そうでの反応速度式は (14) 式の一次式を用いて計算を行なったが、(31) 式からみられる様に、いかなる反応速度式を採用したにしても、操作量 θ_1 , θ_2 に関しては一次式になり、同様な形式が得られる事が知られる。このことから、反応速度式の如何にかかわらず、下水の配分には最適性は存在せず、コンベンショナル式注入法が出口 BOD 濃度を Minimum ならしめるための、最適な操作法であることがいえる。ただし θ_2 が非常に小さい場合、 θ_2 の接合系が θ_1 の接合系の前に来ることが予想される。すなわち接合地点が θ_1 と θ_2 では異なり、ばつ気そうの前一部を、 θ_1 の増大のための両ばつ気そうに用いた方がよいという結果が考えられる。