

漏水を考慮した管路の設計

新日本技術コンサルタント

雄倉 幸昭

1. 概要

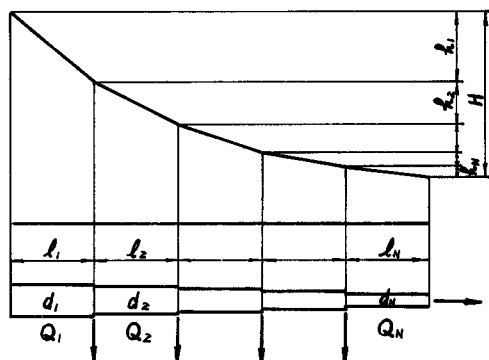
都市上水道の運営にあたり、その水量管理は水源確保の困難性も一因となって、最近とくに重要視されているが、現実には漏水量の多いことも事実である。この大量の漏水に対し、各都市ともその防止対策は十分講じているし、また漏水はできるだけ少ないに越したことはないが、実際には時間と経費と技術の関係でおのずと限度がある。漏水は管の新旧、施工の良否、地盤の良否あるいは荷重に対する防護の程度などによってその進行は一率ではないが、時間の経過により漸次増加してゆくのは明らかであり、このことから当然経済的未防止漏水量は常に存在する¹⁾。

今まで管網計画法と維持管理面における漏水問題とは別のものとして取りあつかわれてきたが、この多額の損失となる漏水を計画時に考慮することにより、より合理的な設計が可能となるので、実際の都市埋設管による漏水量と水圧との関係²⁾をもとに、最適管網により一歩近づくための前提として、まず途中に分岐合流のある1本の管路の最適化を試みたものである。

2. 漏水を考慮しない場合

鋼管で布設された導水管あるいは工業用水道の配水管などは、漏水の生じやすい末しよう管が接合されていないので、source head が与えられておればこの場合は管布設費のみを取りあげて検討

オ1 図



すればよい。すなわち、与えられた始終点間の総損失水頭 H を各節点間の損失水頭 h_n に割り振る問題となる。これを水頭 H の1次元最適配分問題³⁾として解くと、つぎようになる。

一般に管路布設費は、

$$E_n = (\alpha + \beta d_n^r) l_n \quad \text{----- (1)}$$

で表わされる。

α, β, r ; 定数

d_n ; n 番目の管路の管径 (m)

l_n ; " 延長 (m)

(1)式は Hazen-Williams 公式を用いるとつぎのように変形される。

$$E_n = \left[\alpha + \beta \left(\frac{Q_n}{0.27853C} \right)^{0.38r} \left(\frac{l_n}{d_n} \right)^{0.205r} \right] l_n \quad \text{----- (2)}$$

Q_n ; n 番目の管路の流量 (m³/s)

h_n ; " 損失水頭 (m)

C ; 流速係数

ゆえに総管路布設費は、

$$E = \sum_{n=1}^N \left[\alpha + \beta \left(\frac{Q_n}{0.27853C} \right)^{0.38\gamma} \left(\frac{l_n}{h_n} \right)^{0.205\gamma} \right] l_n \quad \dots\dots\dots (3)$$

となり、この目的関数に下記の条件式

$$h_1 + h_2 + \dots\dots\dots + h_n = H \quad \dots\dots\dots (4)$$

のもとに最小とすればよい。この問題は(3)式にラグランジェ乗数 λ を導入した式

$$F = \sum_{n=1}^N \left[\alpha + \beta \left(\frac{Q_n}{0.27853C} \right)^{0.38\gamma} \left(\frac{l_n}{h_n} \right)^{0.205\gamma} \right] l_n + \lambda \sum_{n=1}^N h_n \quad \dots\dots\dots (5)$$

の最小値を求める問題に変換できる。

$$\frac{\partial F}{\partial h_n} = -0.205\beta\gamma \left(\frac{Q_n}{0.27853C} \right)^{0.38\gamma} \left(\frac{l_n}{h_n} \right)^{-(1+0.205\gamma)} + \lambda = 0$$

$$h_n = \left(\frac{0.205\beta\gamma}{\lambda} \right)^{\frac{1}{1+0.205\gamma}} \left(\frac{Q_n}{0.27853C} \right)^{0.38\gamma} \cdot l_n \quad \dots\dots\dots (6)$$

λ を $\sum_{n=1}^N h_n = H$ から求めて(6)式に代入すれば

$$h_n = \frac{Q_n^{\frac{0.38\gamma}{1+0.205\gamma}} \cdot l_n}{\sum_{n=1}^N \left(Q_n^{\frac{0.38\gamma}{1+0.205\gamma}} \cdot l_n \right)} \cdot H \quad \dots\dots\dots (7)$$

をうる。すなわち、総損失水頭 H が与えられた場合の各管路の損失水頭は、 H を $\sum_{n=1}^N \left(Q_n^{\frac{0.38\gamma}{1+0.205\gamma}} \cdot l_n \right)$ の比に配分すればよいことになる。

ここで(5)式の2次微分を求めると、

$$\frac{\partial^2 F}{\partial h_n^2} = 0.205(1+0.205\gamma)\beta\gamma \left(\frac{Q_n}{0.27853C} \right)^{0.38\gamma} \cdot l_n^{-(2+0.205\gamma)} \quad \dots\dots\dots (8)$$

となり、変数 h_n のとりうる範囲は $H > h_n > 0$ であるから、常に $\frac{\partial^2 F}{\partial h_n^2} > 0$ が成立し、解(7)式は唯一の極小点であると同時に最小点である。

【例-1】

$$\begin{cases} \gamma = 1.935 \quad (d = 400 \sim 1500^{\text{mm}}) \\ \gamma = 1.494 \quad (d = 75 \sim 350^{\text{mm}}) \end{cases}$$

$$H = 30^{\text{m}}$$

$$C = 100$$

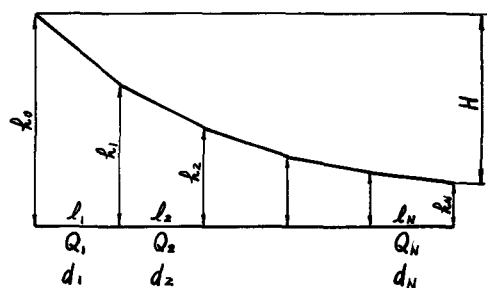
管路No	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	計
Q_n (ℓ/sec)	1,500	1,100	80	10	200	500	1,000	
l_n (m)	150	300	550	1,500	800	1,200	300	4,800
適用管径(径)	(400~1500)		(75~350)		(400~1500)			
$Q_n^{\frac{0.38\gamma}{1+0.205\gamma}} \cdot l_n$	7,000	12,000	3,650	4,000	13,500	31,500	11,700	83,350
h_n (m)	2.52	4.32	1.31	1.44	4.86	11.33	4.22	30.00
解 I_n (%)	16.8	14.4	2.38	0.96	6.07	9.45	14.06	
d_n (mm)	760	700	375	205	440	570	680	

この解の動水圧線を示す図に示すが、この図からわかるように最適動水圧線は分岐節点では下に凸に、合流節点では上に凸に屈折する。

3. 漏水を考慮した場合

この場合は管路布設費 E_1 と漏水損失費 E_2 との合計を最小とする問題となり、管路布設費については

オ2図



(2)式と同じようにして

$$E_{1n} = \left[\alpha + \beta \left(\frac{Q_n}{0.27853C} \right)^{0.38\beta} \left(\frac{l_n}{h_{n-1} - h_n} \right)^{0.205\beta} \right] l_n \dots (9)$$

がえられる。一方漏水損失費については、漏水量に
関係する諸因子のうち、管内水圧を重要なものとして
とりあげれば、単位延長あたりの漏水量 g はつぎのよ
うに表わされる。

$$g = a h^\gamma \dots (10)$$

a, γ ; 定数

ここで各管路は基準面に水平・直線に布設されているものとすれば、 n 番目の管路の管内水圧は h_n
→ h_{n-1} に変化するから、 n 番目の管路の漏水量 g_n は、

$$g = \frac{\int_{h_n}^{h_{n-1}} a h^\gamma dh}{h_{n-1} - h_n} \cdot l_n = \frac{a l_n (h_{n-1}^{1+\gamma} - h_n^{1+\gamma})}{(1+\gamma)(h_{n-1} - h_n)} \dots (11)$$

となる。単位漏水損失費を e 、計画年数 T 年間の建設時への割引率 $\times$ 日数を $D[T]$ とすれば、 n 番目
の管路の漏水損失費はつぎの(12)式のようになる。

$$E_{zn} = \frac{D[T] e a l_n (h_{n-1}^{1+\gamma} - h_n^{1+\gamma})}{(1+\gamma)(h_{n-1} - h_n)} \dots (12)$$

$$E_n = E_{1n} + E_{zn} = \left[\alpha + \beta \left(\frac{Q_n}{0.27853C} \right)^{0.38\beta} \left(\frac{l_n}{h_{n-1} - h_n} \right)^{0.205\beta} \right] l_n + \frac{D[T] e a l_n (h_{n-1}^{1+\gamma} - h_n^{1+\gamma})}{(1+\gamma)(h_{n-1} - h_n)} \dots (13)$$

$$E = \sum_{n=1}^N \left[\alpha + \beta \left(\frac{Q_n}{0.27853C} \right)^{0.38\beta} \left(\frac{l_n}{h_{n-1} - h_n} \right)^{0.205\beta} \right] l_n + \frac{D[T] e a}{(1+\gamma)} \sum_{n=1}^N \frac{(h_{n-1}^{1+\gamma} - h_n^{1+\gamma})}{(h_{n-1} - h_n)} l_n \dots (14)$$

$$\frac{\partial E}{\partial h_1} = \frac{0.205\beta\gamma}{(0.27853C)^{0.38\beta}} \left[Q_1 \left(\frac{l_1}{h_0 - h_1} \right)^{1+0.205\beta} - Q_2 \left(\frac{l_2}{h_1 - h_2} \right)^{1+0.205\beta} \right] + \frac{D[T] e a}{(1+\gamma)} \left\{ \frac{l_1 [h_0 (h_0^\gamma - \gamma h_1^\gamma) - h_1^\gamma (h_0 - \gamma h_1)]}{(h_0 - h_1)^2} + \frac{l_2 [h_2 (h_2^\gamma - \gamma h_1^\gamma) - h_1^\gamma (h_2 - \gamma h_1)]}{(h_1 - h_2)^2} \right\} \dots (15)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ここで} \quad Q_1 \left(\frac{l_1}{h_0 - h_1} \right)^{1+0.205\beta} &= A_1, \quad \frac{D[T] e a l_1}{(1+\gamma)(h_0 - h_1)^2} [h_0 (h_0^\gamma - \gamma h_1^\gamma) - h_1^\gamma (h_0 - \gamma h_1)] = B_1, \\ \frac{D[T] e a l_1}{(1+\gamma)(h_0 - h_1)^2} [h_1 (h_1^\gamma - \gamma h_0^\gamma) - h_0^\gamma (h_1 - \gamma h_0)] &= B_1', \quad \frac{0.205\beta\gamma}{(0.27853C)^{0.38\beta}} = G \end{aligned} \right\} \dots (16)$$

とし、 h_1 の最初の仮定値 $h_{1,1}$ から h_2 を求めるためには、つぎの(17)式を近似式として用いる。

$$h_2 = h_{2,1} - \frac{\frac{\partial E}{\partial h_1} \big|_{h_2=h_{2,1}}}{\frac{\partial^2 E}{\partial h_1 \partial h_2} \big|_{h_2=h_{2,1}}} \dots (17)$$

結局、 h_1 の仮定値から h_2 の近似解を求めるもので、つぎの式がえられる。

$$h_2 = h_{2,1} + \frac{(h_1 - h_{2,1}) [G(A_{1,1} - A_{2,1}) + B_{1,1} + B_{2,1}']}{(1+0.205\beta)G A_{2,1} + B_{2,1} - B_{2,1}'} \dots (18)$$

この(18)式を用いて順次 h_n まで求めるには、最適性の原理³⁾が応用できる。すなわち、最適解が与

えられた状態では管路1～Nまでの全区間をいくつかのある連続な管路に分割しても、それぞれの部分はその条件下で最適解であると同時に、それぞれの部分同志が全体として最適な状態でなければならない。ここで用いる h_n はオ1図で規約した h_n とする。

$$\min_{h_n > 0} E[h_1 + h_2 + \dots + h_N = H] = \min_{0 < h_n < H} E[h_1 + h_2 + \dots + h_{N-1} = H - h_N] \dots\dots (19)$$

ゆえに目的関数

$$f_N(H) = \min_{\{h_n\}} E(h_1, h_2, \dots, h_N) \dots\dots\dots (20)$$

は(21)式のように分割できる。

$$\begin{aligned} f_N(H) &= \min_{h_n > 0} (h_1 + h_2 + \dots + h_N = H) \{E_1(h_1) + E_2(h_2) + \dots + E_N(h_N)\} \\ &= \min_{0 < h_n < H} \left\{ E_N(h_N) + \min_{h_1 + h_2 + \dots + h_{N-1} = H - h_N} [E_1(h_1) + E_2(h_2) + \dots + E_{N-1}(h_{N-1})] \right\} \\ &= \min_{0 < h_n < H} \{E_N(h_N) + f_{N-1}(H - h_N)\} \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

この関係を上流側あるいは下流側から順次求め、さらにこの操作を $\sum_{n=1}^N h_n = H$ が満足されるまで繰り返しせば最適解がえられる。

漏水量と水圧との関係については、すでに発表した²⁾ように(10)式において $\gamma = 1$ という結果がでている。さらに今後十分な検討を行なわなければ $\gamma = 1$ を確定することは早計であろうが、ここでは漏水を考慮しない場合との比較という意味において $\gamma = 1$ の場合を求めてみる。

この場合、オ1図で規約した h_n を用いると、(15)式はつぎのようになる。

$$\frac{\partial E}{\partial h_i} = \frac{0.205\beta\delta}{(0.27853C)^{0.398}} \left[Q_1^{0.398} \left(\frac{h_i}{h_1} \right)^{1+0.205\delta} - Q_2^{0.398} \left(\frac{h_i}{h_2} \right)^{1+0.205\delta} \right] + D(T)ea \left(\frac{h_1 + h_2}{2} \right) = 0 \dots\dots\dots (21)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} Q_1^{0.398} \left(\frac{h_i}{h_1} \right)^{1+0.205\delta} &= A_i \\ D(T)ea \frac{h_i}{2} &= B_i \\ \frac{0.205\beta\delta}{(0.27853C)^{0.398}} &= G \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

とし、前と同じように1次化すれば、つぎの(23)式の連立式を解くことになる。

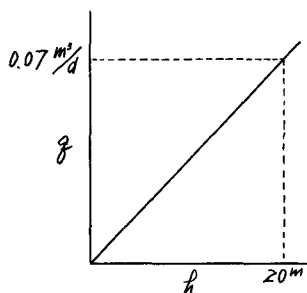
$$\frac{A_{n,1}}{h_{n,1}} h_n - \frac{A_{n+1,1}}{h_{n+1,1}} h_{n+1} = \left(\frac{2+0.205\delta}{1+0.205\delta} \right) (A_{n,1} - A_{n+1,1}) + \frac{B_n + B_{n+1}}{G(1+0.205\delta)} \dots\dots\dots (23)$$

この解は、つぎの式で与えられる。

$$\begin{aligned} h_i &= \frac{\frac{h_{i,1}}{A_{i,1}}}{\sum_{n=1}^N \left(\frac{h_{n,1}}{A_{n,1}} \right)} \left\{ H - \frac{A_{i,1}}{h_{i,1}} \left(\frac{2+0.205\delta}{1+0.205\delta} \right) \left[\frac{h_{i,1}}{A_{i,1}} (h_{2,1} + h_{3,1} + \dots + h_{N,1}) - h_{i,1} \left(\frac{h_{2,1}}{A_{2,1}} + \frac{h_{3,1}}{A_{3,1}} + \dots + \frac{h_{N,1}}{A_{N,1}} \right) \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{1+0.205\delta} \left[\left(\frac{h_{2,1}}{A_{2,1}} + \frac{h_{3,1}}{A_{3,1}} + \dots + \frac{h_{N,1}}{A_{N,1}} \right) \frac{B_1 + B_2}{G} + \left(\frac{h_{3,1}}{A_{3,1}} + \frac{h_{4,1}}{A_{4,1}} + \dots + \frac{h_{N,1}}{A_{N,1}} \right) \frac{B_2 + B_3}{G} + \dots + \frac{h_{N,1}}{A_{N,1}} \frac{B_{N-1} + B_N}{G} \right] \right\} \dots\dots (24) \end{aligned}$$

$\gamma = 1$ の場合と同時に $\gamma = 1/2$ の場合も比較する意味で、つぎにその2つの例題を示す。

[例-2]



$$\eta = 1, \quad a = 0.0035, \quad \gamma = 1.935, \quad \beta = 70,000$$

$$C = 100$$

$$D(T) = 365^B \times 20^{\frac{1}{2}} \times 0.5296 = 3,860 \quad (\text{年利率 } 7\% \text{ の場合})$$

$$e = 15 \text{ 円/m}^2$$

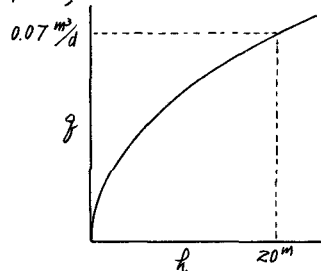
$$B_n = 101.3 \text{ 円}, \quad G = 2,410$$

$$h_i = \frac{\frac{h_{i,1}}{A_{i,1}}}{\sum_{n=1}^N \left(\frac{h_{n,1}}{A_{n,1}} \right)} \left\{ H - 1.715 (h_{2,1} + h_{3,1} + \dots + h_{N,1}) + 1.715 A_{i,1} \left(\frac{h_{2,1}}{A_{2,1}} + \frac{h_{3,1}}{A_{3,1}} + \dots + \frac{h_{N,1}}{A_{N,1}} \right) \right. \\ + 0.0301 (l_1 + l_2) \left(\frac{h_{2,1}}{A_{2,1}} + \frac{h_{3,1}}{A_{3,1}} + \dots + \frac{h_{N,1}}{A_{N,1}} \right) + 0.0301 (l_2 + l_3) \left(\frac{h_{3,1}}{A_{3,1}} + \frac{h_{4,1}}{A_{4,1}} + \dots + \frac{h_{N,1}}{A_{N,1}} \right) \\ \left. + \dots + 0.0301 (l_{N-1} + l_N) \left(\frac{h_{N,1}}{A_{N,1}} \right) \right\}$$

[例-1] と同じ問題を、その解を第1次仮定値として解く。

管径 N_h	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦		①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
$Q_n (\text{m}^3/\text{s})$	1.50	1.10	0.08	0.01	0.20	0.50	1.00								
$l_n (\text{m})$	150	300	550	1,500	800	1,200	300								
$h_{n,1}^{(A)}$	2.50	4.30	1.30	1.50	4.90	11.30	4.20		3.05	5.22	1.75	1.81	4.73	10.23	3.21
累計(A)	30.00	27.50	23.20	21.90	20.40	15.50	4.20		30.00	26.95	21.73	19.98	18.17	13.44	3.21
$A_{n,1}$	410	400	720	525	375	405	380		305	305	470	400	390	470	555
$h_{n,1}^{(B)}$	0.00610	0.01075	0.00181	0.00286	0.01306	0.02790	0.01105		0.01000	0.01710	0.00372	0.00452	0.01212	0.02178	0.00579
累計(B)	0.07353	0.06743	0.05668	0.05487	0.05201	0.03895	0.01105		0.07353	0.06503	0.04793	0.04421	0.03969	0.02757	0.00579
$l_n + l_n^{(C)}$	—	450	850	2050	2300	2000	1500		—	450	850	2050	2300	2000	1500
(C) × (D)	—	30.3	48.2	112.3	119.7	77.9	16.6		—	29.2	40.7	90.7	91.3	55.1	8.69
累計(E)	—	405.0	374.7	326.5	214.2	94.5	16.6		—	315.7	286.5	245.8	155.1	63.8	8.69
h_n	3.51	6.02	2.02	2.09	5.45	11.80	3.70		3.64	6.16	2.37	2.12	4.72	10.17	3.27
補正	3.05	5.22	1.75	1.81	4.73	10.23	3.21		3.37	5.70	2.19	1.96	4.36	9.40	3.02
								4th	3.69	5.93	2.51	1.91	4.08	8.90	2.98

[例-3]



$$\eta = 1/2, \quad a = 0.015, \quad \gamma = 1.935, \quad \beta = 70,000$$

$$C = 100, \quad D(T) = 3,860, \quad e = 15 \text{ 円/m}^2, \quad G = 2,410$$

水頭 h_n については、*2図と同じ規約に従う。

$$h_0 = 40 \text{ m}, \quad h_T = 10 \text{ m}$$

$$h_2 = h_{2,1} + \frac{(h_1 - h_{2,1})[2410(A_{1,1} - A_{2,1}) + B_{1,1} + B_{2,1}']}{3365A_{2,1} + B_{2,1} - B_{2,1}'}$$

$$\frac{D(T)e\eta}{1+\eta} = 579$$

[例-1] と同じ問題を、 $h_1 = 35 \text{ m}$ から順次始めて解いた結果をつぎに示す。

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦		①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
$Q_n (m^3/s)$	1.50	1.10	0.08	0.01	0.20	0.50	1.00								
$l_n (m)$	150	300	550	1,500	800	1,200	300								
$h_{n,1}$	35.00	27.00 26.80	23.00 23.26	20.06 20.63	13.90 14.74	0.26			37.00	32.10 32.10	29.88 29.84	27.80 27.88	23.08 23.25	12.40 12.66	9.16 9.08
$A_{n,1}$	155	168 160	160 178	178 240	240 290				320	327 327	342 330	340 360	380 415	440 450	500 —
$B_{n,1}$	5550	12230 11890	26500 30560	80600 62600	46100			4th	4,820	12,300 12,300	45300 37000	15500 57200	29200 36600	66200 65100	21600 —
$B'_{n,1}$	—	11950 —	25400 —	76300 —	39900				—	11600 —	0 —	31000 —	36200 —	59400 —	18830 —
補正值									37.03	32.19	30.02	28.36	23.88	13.52	10.00

(例-2)および(例-3)の解の動水圧線は次の図に示す。

ところで、実際の配水管網において配水支管を相当省略して計算する場合には、このような1路線ごとの検討において、管径によりその分担配水面積が異なり、それに連絡されている支管延長も異なり、したがって漏水量は管径の関数となってくる。いま、かりに単位延長あたりの漏水量を

$$g = a h^d d^d \quad \dots \dots \dots (25)$$

で表わされるものとするば、前と同じような手法で

$$E = \sum_{n=1}^N \left[\alpha + \beta \left(\frac{Q_n}{0.27853 C} \right)^{0.387} \left(\frac{l_n}{h_{n-1} - h_n} \right)^{0.205} \right] l_n + \frac{D(T)ea}{(1+\gamma)} \sum_{n=1}^N \left(\frac{h_{n-1}^{1+\gamma} - h_n^{1+\gamma}}{h_{n-1} - h_n} \right) \left(\frac{Q_n}{0.27853 C} \right)^{0.387} \left(\frac{l_n}{h_{n-1} - h_n} \right)^{0.205} l_n \quad \dots \dots (26)$$

がえられる。 $\frac{\partial E}{\partial h_i} = 0$ から、近似的に1次式を求めると(27)式をうる。

$$h_2 = h_{2,1} + \frac{(h_1 - h_{2,1})[G(A_{1,1} - A_{2,1}) + B_{1,1} + B'_{2,1}]}{(1+0.205\gamma)GA_{2,1} + (1+0.205\gamma)B'_{2,1}} \quad \dots \dots \dots (27)$$

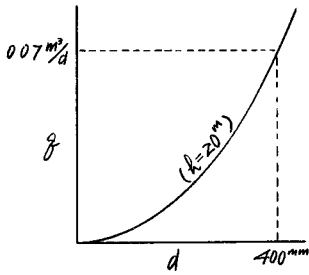
$$\left. \begin{aligned} Q_1^{0.387} \left(\frac{l_1}{h_0 - h_1} \right)^{1+0.205\gamma} &= A_1 \\ \frac{D(T)eaQ_1^{0.387} l_1^{1+0.205\gamma}}{(1+\gamma)(0.27853 C)^{0.387\gamma}} \left[- \frac{(1+\gamma)h_1^\gamma}{(h_0 - h_1)^{1+0.205\gamma}} + \frac{(1+0.205\gamma)(h_0^{1+\gamma} - h_1^{1+\gamma})}{(h_0 - h_1)^{2+0.205\gamma}} \right] &= B_1 \\ \frac{D(T)eaQ_1^{0.387} l_1^{1+0.205\gamma}}{(1+\gamma)(0.27853 C)^{0.387\gamma}} \left[\frac{(1+\gamma)h_0^\gamma}{(h_0 - h_1)^{1+0.205\gamma}} - \frac{(1+0.205\gamma)(h_0^{1+\gamma} - h_1^{1+\gamma})}{(h_0 - h_1)^{2+0.205\gamma}} \right] &= B'_1 \\ \frac{D(T)eaQ_1^{0.387} l_1^{1+0.205\gamma}}{(1+\gamma)(0.27853 C)^{0.387\gamma}} \left[0.205\gamma \frac{(h_0^{1+\gamma} - h_1^{1+\gamma})}{(h_0 - h_1)^{2+0.205\gamma}} \right] &= B''_1 \\ \frac{0.205\beta\gamma}{(0.27853 C)^{0.387\gamma}} &= G \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (28)$$

(例-4)

(例-2)と同じ問題を、 $\gamma = 1$, $d = 2$, $a = 0.022$ として解く。

$$A_1 = Q_1^{0.735} \left(\frac{l_1}{h_0 - h_1} \right)^{1.97} , \quad B_1 = \frac{50.8 Q_1^{0.76} l_1^{1.41}}{(h_0 - h_1)^{1.41}} (1.41 h_0 - 0.59 h_1)$$

$$B'_1 = \frac{50.8 Q_1^{0.76} l_1^{1.41}}{(h_0 - h_1)^{1.41}} (0.59 h_0 - 1.41 h_1) , \quad B''_1 = \frac{50.8 Q_1^{0.76} l_1^{1.41}}{(h_0 - h_1)^{1.41}} \times 0.41 (h_0 + h_1)$$

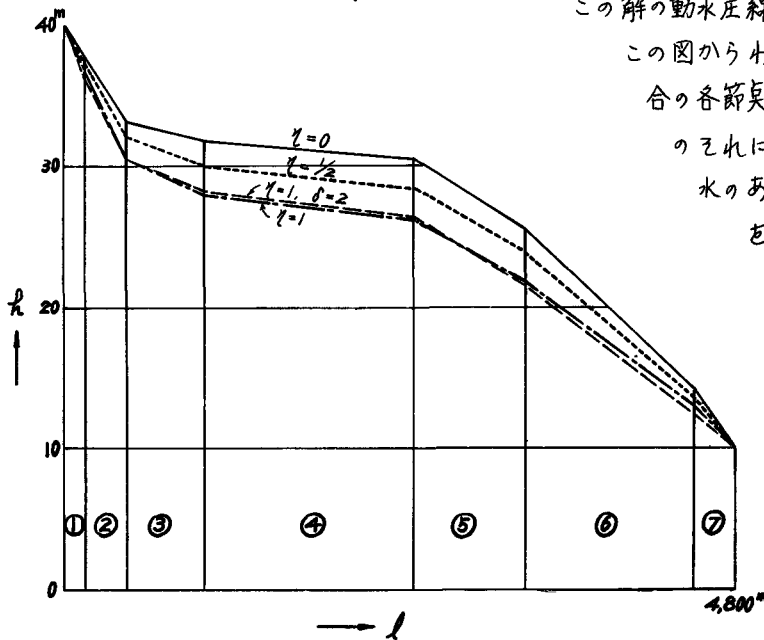


$$(B_i - B'_i \geq B''_i), \quad G = 2.410.$$

$$h_0 = 40\text{m}, \quad h_7 = 10\text{m}$$

管路No.	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
Q_n (m ³ /s)	1.50	1.10	0.08	0.01	0.20	0.50	1.00
l_n (m)	150	300	550	1,500	800	1,200	300
1st	$h_{n,1}$	35.50	29.50 28.55	25.35 25.88	23.70 23.66	18.10 18.36	6.36
	$A_{n,1}$	180	250 205	205 260	300 285	315 330	380
	$B_{n,1}$	337000	— 365000	— 348000	— 338000	— 407000	—
	$B'_{n,1}$	—	— 290000	— 197000	— 280000	— 197000	—
	$B''_{n,1}$	—	373000 —	232000 —	314000 —	291000 —	—
3rd. 補正	36.09	30.35	28.04	26.10	21.50	12.60	10.00

オ 3 図



この解の動水圧線をオ3図に示す。

この図からわかるように、漏水を考慮した場合の各節点の最適水頭は、考慮しない場合のそれに比べて相当低く、このことは漏水のある配水管網の経済面での最適化を図ったという目的のほかに水圧の均等化という基本要望により一歩近づいた利点もみのがせない。

これらの総費用を比較すれば、概略つぎのようである。

ただし、この例題の漏水に關する定数 a については、若干少なめに仮定しすぎたきらいがあり、さらに source

head がもっと高い場合には、漏水損失費の差が顕著にでてくるであろう。

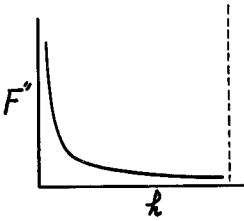
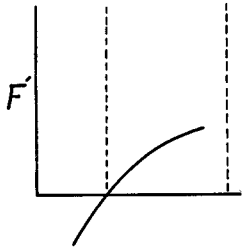
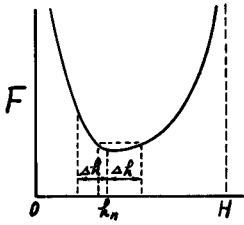
解法	費用	管路布設費	漏水損失費	合計
平均動水に配		15.49×10^7 円	3.60×10^7 円	19.09×10^7 円
$\gamma = 0$		14.37×10^7	3.38×10^7	17.75×10^7
$\gamma = 1, \delta = 2$		14.51×10^7	2.96×10^7	17.47×10^7

$$(a = 14,000 \text{ 円/m})$$

4.

以上4 caseを代表して、最初のcaseを検討してみる。最適解から与えられる管径は、実際の施工に際し規格管に適合されなければならない。すなわち、 h_n を a だけ変動しなければならぬが、それにはまず(8)式の示す sensitivity $\frac{\partial^2 F}{\partial h_n^2}$ の高いもの ($F-h_n$ 曲線が鋭角をなし、 h_n のわずかな変動

に対し最適解がくずれやすい)。すなわち $\frac{Q_n^{1+0.205f} Q_n^{0.28f}}{h_n^{2+0.205f}}$ の大きいもの



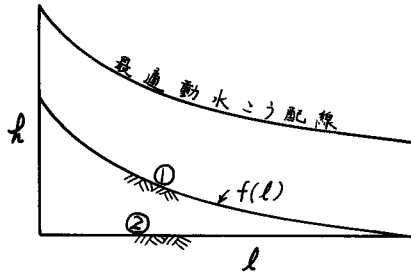
から順次より近い規格管に適合させてゆくべきである。その際、最適解から与えられた h_n の移動の方向は、sensitivityの低い方(h_n の大きくなる方)。すなわち管径の細い方へ移動するのが好ましいが、その振り分けの限界は Q_n および h_n に依り、一概には論じられない。

今回は管路布設費と漏水量のみの損失をとりあげたが、さらに source head を確保するための費用(漏水の管内流量に及ぼす影響)あるいは許容漏水量を維持するための漏水修理費を考慮することにより、逆に最適 source head あるいは最適漏水率といったものが把握でき、またそれら相互間の sensitivity を比較することにより、計画に際しての重篤策を何にとるべきかがわかる。

地形については、漏水を考慮した場合に問題となるが、①の地形の場合

は〔例-1〕、②の地形の場合は〔例-2〕または〔例-3〕に近いことは容易に想像できる。

実際には、式中の漏水損失費の項において h_n の代りに $h_n - f(l)$ を用いることによって求めることができる。



最後に、この研究にあたり終始御指導いただいた京都大学工学部合田健教授ならびに末石富太郎助教授に謝意を表す。

— 参 考 文 献 —

- 1) 小林重一「漏水防止計画とその経済的考察」 水道協会誌 p.12 6月 昭.36
- 2) 末石、雄倉「漏水量と水圧との関係」 第17回全国水道研究発表会講演集 p.118 昭.41
- 3) R Bellman & S. Dreyfus, "Applied Dynamic Programming", Princeton University Press, 1962
- 4) 土木学会編集「水理公式集」 p.330 昭.38