

7. 水質汚濁防止と下水道計画の最適化に関する研究

京都大学工学部衛生工学科 末 石 富太郎

1. 緒 論

下水道の整備目標は、浸水防止や都市衛生の問題よりさらに広範囲な、水質汚濁による公害防止とか、より積極的な水資源保全と水利用形態の改善などのきわめて重要な意義をもつに至った。したがって各関連分野において、汚水・廃水の処理、公共水域における汚濁物質の挙動、あるいはその上水源その他産業への影響と云った問題が、重要な研究課題となっている。さらにこれらを基礎として合理的な設計・管理を行なうとともに、公共水域の水質汚濁を考察するためには、その水域に関係した広域的な観点に立つことが重要で、逆に下水道自体の機能、経済性、運営の最適解が見出されねばならない。

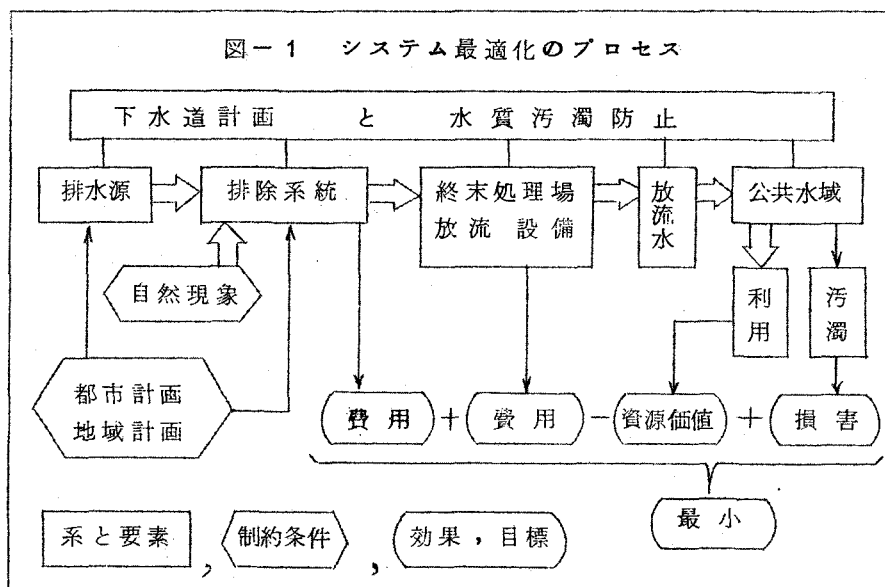
そこで本研究では、まず水質汚濁防止と下水道計画を一括したシステムについて考察を加え、合理的な水質規制したがって放流水質基準、ひいては下水処理法選択の基準がいかにあるべきかについて検討を行なう。次いで上記システムの各要素のモデル化とその最適化の方法について線型計画法の導入を試み、具体的な問題として、特に水質規制の変化が終末処理計画に与える影響を及ぼすかについて論をすすめることにした。

2. 水質汚濁防止と下水道計画の最適化

下水道の整備は水質汚濁防止に直接効果があるが、下水道施設の経済的設計が必要であるとともに、水質規制による一方的条件を下水道に課することは非常に困難で、当然下水処理によって可能な水質改良価値が反映された放流水規制でなければならない。この問題を最も合理的に解決するには、緒論

で述べたような多くの基礎要素を包含するシステムを考え、下水道計画、水質汚濁防止さらに放流水規制に対する最適解を同時に得なければならない。

このような計画を行なうプロセスを概念的に示すと図-1のようになる。下水道および放流水域を含めたものを大きな一水系と考え、これを構成する要素である排水源（排水区域規模）、排除系統、終末処理場、放流水、水域



水質の最適規模を決定することになる。図中太い矢印で示したプロセスでは必ず水質・水量の変化を伴っており、下水道学の主要な基礎分野に属する。これら要素をさらに詳細にみれば、一段小さな種々の要素を含む工学系であることが明らかであり、この補助系が水質汚濁防止および下水道計画の総合効果に及ぼす直接的な影響のみをとり挙げれば、これらは合理的管きょ系の計画、合理的処理方式の選択、合理的な放流水水質基準の設定、公共水域における合理的な水質管理を個々に検討することに相当する。このような水質汚濁防止を含めた広義の下水道整備目標の実効を挙げるためには、現在わが国でも実施段階に入った広域的な下水道がより効果的であることは疑いの余

地はないが、工学的ないしは経済的な立場からすれば、広域化した下水道系の構成も図-1と全く等しい。

図-1では都市計画または地域計画を制約条件としたが、これが都市または地域開発計画などにおいて広義の下水道計画と同一の位置にある他のシステムであることもあれば、場合によっては下水道が都市計画に対する重大な制約条件となることもあろう。一方逆に、効果または目標の決定プロセスが、図-1のシステムの各要素において同等に行なわれ難いため、一部補助系を分離してこれを一括制約条件におきかえねばならぬ場合もある。この問題が主要な障害となって、現在図-1の全システムを同時に最適化することは非常に困難であり、次章以下に示すように要素（補助系）ごとの最適化の研究に焦点がしぼられることになる。たとえば、図-1に示した効果・目標はすべて金銭価値に換算はできるが、資源価値と損害は費用の価値に比してきわめて複雑であるので、水利用の要素を省略し、損害のみを考慮して放流水→公共水域→汚濁の補助系を分離してこれを制約条件（放流水水質基準）として与えれば、図-1は狭義の下水道計画プロセスとなる。

しかしながら、こうした補助系ごとの最適化もきわめて重要であって、各補助系間でフィードバックを行なうことによって全システムの最適化に近づく一方、その過程において、放流水質基準の設定とか、下水道最適規模の特性、合流式か分流式かなどの種々の問題を明らかにすることが可能である。

3. システム要素のモデル化と最適化手法

図-1の各要素に共通して云えることは、それらの中の現象がきわめて多くの変数のきわめて複雑な関数で拘束されており、関数関係を表示することさえ困難な場合が多い。また、どの変数を管理変数とすべきかも明らかでないときもあり、かりに管理または最適化の目標を定めても適当な最適化手法が見当たらない場合もある。したがって用いようとする最適化手法に応じてこれら現象を修正モデル化することが必要となる。その結果答は近似解にとど

まるが、最適解の挙動や、管理変数の重要度の位置づけなども解明されるので、現象の究明にも大いに役立つはずである。

著者がすでに取り扱った補助系の問題には、希釈水量とその断面内分布を管理変数とし、放流負荷を制約条件に、溶存酸素平衡を拘束関数として、市内河川のDO、BOD分布を最適化する問題¹⁾、豪雨時の汚水の希釈倍率に対し、終末処理費用と水質汚濁による損害を最小化するような放流管理の問題²⁾、分流式下水道の管きょ系および排除設備の最適配置の問題や、終末処理方式の選択の問題があるが、ここでは紙数の都合もあるので、排水管きょ系および終末処理場について、線型計画法を導入するためのモデル化とその基本表示について述べることにする。

3.1 分流式下水排除計画の最適化

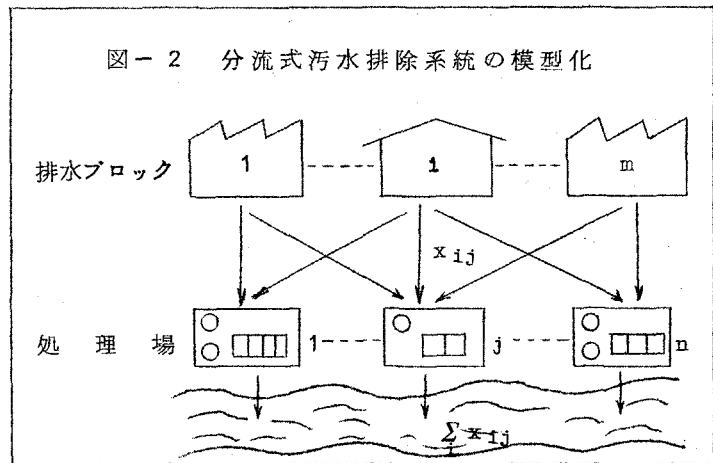
下水管きょ群の配置法には、平行式、段帯式、遮集式、放射式などがあるが、これらの選択はある程度自由であり、幹線の配置法が、管きょ総費用、終末処理場、放流ポンプ場の位置および費用にかなりの影響を与えるものと考えらるべきである。特に地形が均一でも、用途地域分布および工場業種分布に伴う排出汚水の水量水質、流出係数の相違による雨水流出高などの不均一分布は当然管きょ配置方式に考慮されねばならない。理論的には、最大埋設可能管径に対して道路幅などから制限を設けつつ、あらゆる候補路線に管きょを想定し、一方可能なかぎり多くの終末処理場あるいは排水ポンプ場の候補地点を設定し、おののちに許容受入れ水量・水質を与えた後、全体として最も合理的な流量流下状態を求めれば、管きょ路線および排除地点を取捨するとともに、各管きょの分担区域も定まる。

いま図-2のように与えられた排水区域を m 個に分け、近接河川に n 個の処理地点を想定すると、モデルは

$$\text{制約条件 } \sum_{i=1}^m x_{ij} = Q_j, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\left. \begin{aligned}
 \sum_{j=1}^n x_{ij} &\leq P_j, \quad j = 1, 2, \dots, n \\
 x_{ij} &\geq 0, \\
 \text{目的関数 } Z &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \text{最小}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots (1)$$

のごとく、一応線型表示することができる。 Q_j は i 番目のブロックで発生する汚水流量、 P_j は j 番目の処理地点での最大放流制限量で、放流河川の容量などに



よって定められ、より詳細には他の地点の P によっても影響を受ける。 x_{ij} は i から j へ輸送される水量で、 c_{ij} はその単価である。

さらに水質を取り扱うので次の制約条件が加わる。

$$\sum_{j=1}^m a_{ij} x_{ij} \leq \beta_{j1} \sum_{i=1}^m x_{ij}, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad i = 1, 2, \dots \quad (2)$$

a_{ij} は i ブロックの排水の項目 1 の水質で、通常考えられる処理法に対する阻害物質の制限濃度を β_{j1} とする。(1)式の c_{ij} はさらに j 処理場流入水質 $\sum_{i=1}^m a_{ij} x_{ij} / \sum_{i=1}^m x_{ij}$ を放流水質基準に合致するように処理放流するための費用を含み、したがって途中路線および処理場での流量併合による修正を必要とする。処理方式は次項で述べるような方法で選択することになるが、BODあるいはSSなどが高濃度で処理できないようなときには、これら水質

項目をも(2)式で制約するか、または予備処理、希釈放流などの費用を加えねばならない。なお管きよ候補路線Pの道路幅員による制限は、幅員→管径→流量の操作から制限値 Q_p^* を定めると、Pを通るr個のi~jの組みあわせについて、

$$0 \leq \sum_{k=1}^r x_{ijkp} \leq Q_p^* \quad \dots\dots\dots (3)$$

とあらわせる。

(1)式の表示はすでに著者らが発表した工業用水源の選定とその水量配分³⁾に関する線型モデルと全く同様であるので、 c_{ij} の求め方あるいは x_{ij} の増加とともに漸減する c_{ij} に対する計画改良の評価法などをほとんどそのまま適用することができ、計算プロセスを(2)、(3)式によって修正するだけで十分である。一般に管きよ費は処理費に比してかなり小さいので、管きよ併合による費用修正はほとんど不要であり、またそのような条件を満たす排水区域では、放流水質基準の緩やかな地点の大規模処理場が選択されることが明らかとなった。

汚水量を最大雨水量とよみかえると、図-1、(1)、(3)式などはそのまま雨水排除計画の表示となるが、合流によって最大流量が平滑化されるための c_{ij} の補正が必要となる。雨水排除では一般に管きよ建設費の比重が高く、各ブロックからなるべく近い地点を選んで放流すればよいことになる。

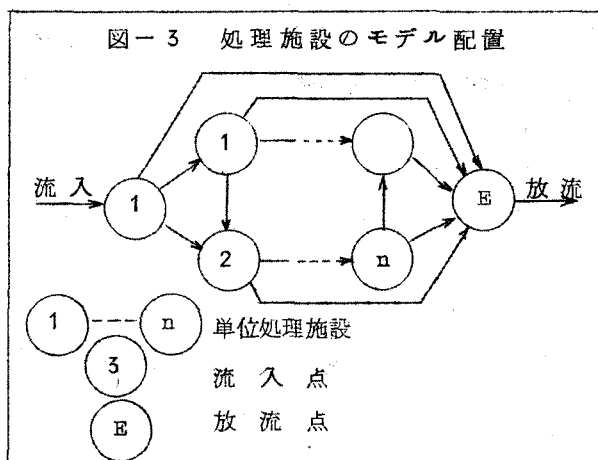
3.2 合理的処理方式の選択

前項で述べた方法によって処理場位置と流入水規模が定まれば、これを放流水基準に合致するようにまたなるべく安価に処理しなければならない。活性汚泥法1つをとっても数種の変法があり、またそれぞれが多くの施設に細分されるうえ、各施設の滞流時間や運転条件を変えることによって幾種類にもわたる処理方式が想定される。Lynnらは図-3のようなn個の単位処理施設⁴⁾の中から最適なものを選択するため、輸送問題の変法を提案したが、並列処

理の問題には適用できなかった。

このモデルはAを流入水質負荷量，Wを放流制限値として，

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j \in I} X_{ij} &= A, \sum_{j \in E} X_{ij} = W \\ \epsilon_j \sum_i X_{ij} - \sum_k X_{jk} &= 0, \\ X_{ij} &\geq 0, \\ i, j, k &= 1, 2, \dots, n \\ Z = \sum_j c_j \sum_i X_{ij} &\rightarrow \text{最小} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4)$$



と書きかえられるが，さらにj施設の設計・運転条件に対して，水量負荷制限 $q_j \pm \Delta q_j$ ，水質制限 $c_j \pm \Delta c_j$ を与え， $i \sim j$ 間の水質負荷量 X_{ij} の制約条件

$$(q_j - \Delta q_j)(c_j + \Delta c_j) \leq \sum_i X_{ij} \leq (q_j + \Delta q_j)(c_j - \Delta c_j) \dots (5)$$

を導入することによって， $\sum_i X_{ij}$ に対する処理単価 c_j および除去率 $(1 - \epsilon_j)$ も定数と考えることができ，完全に線型となるので，シンプレックス解法を直接利用する方が有利となる。かくして同一処理槽での循環処理を含め，各処理単位の配列と規模が同時に定められる。このようなプロセスを経て定まるZの最適値はWおよびW/Aの関数となり，これが図-1のシステムの目的関数に含まれることになる。

4. 水質規制と終末処理計画

本章では水質汚濁防止と下水道計画を関連づける意味で，最も重要な位置を占める水質規制と終末処理の問題に焦点ををしぼり，数値例を用いて検討し

てみよう。従来の下水道計画では、現在各河川で施行中の放流水質基準や水域自体の流水基準が、計画の最初の段階から直接考慮されることはなかったとみてよい。現に下水処理水の放流基準も、処理法別にその処理で可能な標準値を許容値とした便宜的なものに過ぎない。将来さらに都市・産業圏が拡大して汚水量が増大したとき、処理施設の改良・機能向上によって対処すべきか、あるいは処理機能の経済的価値ないしは限界が放流水質基準設定の重要要素となりうるかなどの問題解決の基礎は、水質規制の変化が終末処理計画に及ぼす影響を把握することにある。またその結果逆に、より合理的な水質規制法も見出されるであろう。

いま対象にしているシステムを最も簡単にモデル化するには、前章で述べた分流式の污水排除システムのモデルに、放流規制をうけたときの処理方式選択のプロセスを結合すればよいが、水量・水質を同時に管理変数とするため問題はかなり複雑となる。そこで処理方式の差異は処理場の水量規模のみによって与え、また水質負荷量（＝水量×水質）を結合モデルの管理変数にとる。さらに現在のわが国での下水道規模を考えると、処理場の用地費、建設費、維持管理・運転費の現価総和が、污水管きよ費を加えた総費用中の大部分を占めると思われるので、管きよ費を無視することにする。

以上の仮定によって結合モデルの数学表示は、

$$\begin{aligned}
 \sum_{j=1}^n x_{ij} &= Q_i, \quad \sum_{j=1}^n x_{ijl} = Q_i a_{il} = L_{il} \\
 \sum_{i=1}^m x_{ij} &\leq P_{jJ}, \quad \sum_{j=1}^n P_{jJ} = P_J \\
 \sum_{i=1}^m x_{ijv} &\geq 0 \text{ のとき } \sum_{i=1}^m x_{ij} = P_{jJ}, \quad J < v \\
 \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m x_{ijl} &\leq w_{j1} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m x_{ij} / \epsilon_{j1} \leq w_{j1} \sum_{j=1}^n P_{jJ} / \epsilon_{j1} = \beta_{j1} r'_j \dots (6) \\
 \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m x_{ijl} &\leq W_{j1} / \epsilon_{j1}
 \end{aligned}$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad x_{ij} \geq 0$$

$$i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad J = 1, 2, \dots, u_j, \quad \ell = 1, 2, \dots, s$$

を制約条件とし、目的関数が

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{J=1}^{u_j} c'_{ijJ} x_{ijJ} \rightarrow \text{最小}, \quad c'_{ijJ} = c_{ijJ} x_{ijJ} / X_{ijJ} = c_{ijJ} / a_{ij} \dots (7)$$

となる。記号はすべて前同様であるが、 J は j の候補処理地点での処理水量規模の増分 P_{jJ} に応ずる番号で、該地点での最大放流量を P'_j とする。 w_{j1} は ℓ に対する j での放流水質基準、 w_{j1} は同じお放流負荷量制限であり、(6) の第 6, 7 式が放流水質規制を示す。第 5 式は処理水量の段階に応じ、 J の選択順位を規定している。 c'_{ijJ} は単位水質負荷量を除去率 $(1 - \epsilon_{j1})$ で処理するための費用で、 J に関する総数 u を多くとればほぼ定数とみなせる。

1 例として、I, II の河川に挟まれた区域の排水の水量・水質 (BOD₅) を表-1 のように仮定する。両河川はともに $w_j = 20 \text{ ppm}$, $P'_j = 360,000 \text{ m}^3/\text{日}$ の放流水を受容し得るが、I へは w_I として $360,000 \text{ m}^3/\text{日} \times 20 \text{ ppm} = 7,200 \text{ Kg}/\text{日}$ の放流を許すが、II に対しては $w_{II} = 2520$ と規制すると、I へは約 86% 除去の処理で放流できるが、II へ放流するには約 95% にして放流水

表-1 排水源の水量・水質

i	$Q_i (\text{m}^3/\text{日})$	$a_i (\text{ppm})$	$L_i (\text{Kg}/\text{日})$
1	110,000	160	17,600
2	90,000	120	10,800
3	60,000	150	9,000
4	60,000	180	10,800
5	40,000	100	4,000
計	360,000	145	52,200

質を 7 ppm に下げねばならない。したがって II に接するブロックの a_i が 100 ppm より低いようなときでも、処理場は I に接した $360,000 \text{ m}^3/\text{日}$ のものが選択される。いま w_I がさらに上記の 3/4 に規制される場合を考える。I, II に設置される処理場がともに除去率 88% の活性汚泥処理を行なうものとする。かくして I の処理場のみでは全汚水を処理してこの基準に収

表一 2 候補処理場と許容流入汚水負荷量(1)

j	1-ε _j	J	$\sum_j P_{jJ} (m^3/日)$	$W_j/\epsilon_j (Kg/日)$	$\sum_j W_{jJ}/\epsilon_j (Kg/日)$	$C_{1j} (10^3 \text{ 円}/m^3/日)$
I	0.88	1	120,000	45,000	※ 20,000	3 6.1
		2	270,000	※ 45,000	※ 45,000	3 2.7
		3	360,000	※ 45,000	60,000	3 1.7
II	0.88	1	126,000	※ 21,000	※ 21,000	3 5.8
		2	270,000	※ 21,000	45,000	3 2.7
		3	360,000	※ 21,000	60,000	3 1.7

※印によって規制する。

めることはできなくなる。両地点にそれぞれ3種の処理規模を想定すると、放流基準に応ずる処理場流入負荷量の制限は表一2のようになる。表中の C_{1j} は処理規模のみによって定めてある。これらI, IIの処理場をさらに3つずつに分類し、合計6個の処理場を考える。すなわちおのおのの処理場は、表一2の処理水量規模の増分 P_{jJ} のみを受持つものとする。このようにすると各増分のみに対する処理単価 C_{1jJ} の値は、表一2の C_{1j} を用いて、たとえば、 $jJ=13$ については、 $(3.17 \times 360,000 - 32.7 \times 270,000)/90,000 = 28.7 (10^3 \text{ 円}/m^3/日)$ として求められる。以上の関係を表一3に示した。

配分表による輸送問題の解法を若干修正して(6), (7)式を解くと、 x_{1jJ} (あるいは x_{1jJ})の最適配分結果が表一4のようになり、最終的にはIの処理場で316,800 $m^3/日$, IIでは43,200 $m^3/日$ を処理することになる。この場合の総費用現価総和は 1.172×10^7 円である。

はじめに述べた $W_1 = 7,200 \text{ Kg/日}$ の場合に、全汚水をIに集約して同じ88%除去率の処理を行なうと、総費用は 1.141×10^7 円、放流水質は17.4 ppm であるから、表一4の場合費用は少し増加したが放流水質は逆に低下

している。

表-3 候補処理場と許容流入汚水負荷量(2)

jJ	$P_{jJ} (m^3/日)$	W_j/ϵ_j または $\sum_j^J W_j P_{jJ}/\epsilon_j (Kg/日)$	$w_j (ppm)$	$C_{iJ} (10^3 円/m^3/日)$
I1	120,000	} 20,000 } 45,000 } 45,000	20	36.1
I2	150,000		20	30.0
I3	90,000		—	28.7
II1	126,000	} 21,000 } 21,000 } 21,000	20	35.8
II2	144,000		—	30.0
II3	90,000		—	28.7

表-4 水量・水質の最適配分表

j	J	i					水 量		負 荷 量		放流 水質
		1	2	3	4	5	$\sum x_{ij}$	余 裕	$\sum X_{iJ}$	余 裕	
I	1	90,500		5,500	24,000		120,000	0	45,000	0	ppm 17.05
		14,480		825	4,320						
	2	5,500	90,000	54,500			150,000	0			
		880	10,800	8,175							
	3	14,000				32,800	46,800	43,200			
		2,240				3,280					
II	1				36,000	7,200	43,200	82,800			ppm 20.0
					6,480	720			7,200	13,800	
	2						0	144,000			—
	3						0	90,000			—
計		110,000	90,000	60,000	60,000	40,000	360,000	360,000			—
		17,600	10,800	9,000	10,800	4,000			52,200	13,800	

上段: $x_{ij} (m^3/日)$, 下段: $X_{iJ} (Kg/日)$

この例のみから速断することは危険であるが、線型計画の一般的性質を利用することにより、およそ次のようなことがいえる。両河川を比較するとⅡに対する放流規制が厳しいことは明らかで、このようなとき、処理場Ⅰは許容放流負荷を限度一ぱいに利用して、なるべく多量の低濃度汚水を処理し、一方Ⅱではなるべく少量の高濃度汚水を水質限度一ぱいになるように処理している。したがってもし w_{II} が20ppm以下となれば、 $(1-\epsilon_{II})$ を高くするとか、希釈放流を行なうなど、Ⅱのみにおける処理に費用をかければよいことが明らかである。以上のことから、同じ処理法を採用しても、放流水質基準を一様に決定することは正しくなく、少なくとも河川流量をもとにした放流物質量をあわせ与えなければ意味がなく、しかもそのときの放流水質基準は必ずしも【放流許容物質量】／【水量】ではない。表-4の結果は w_I が17.05ppmにまで厳しくなっても変化しないし、また、 W_{II} が8.64Kg/日(=7,200×0.12)と約1/3に規制されても最適解は同じである。したがってたとえば現在想定している $w_I=20$ ppm, $W_I=5,400$ Kg/日はちょうど合うような処理場計画は、必ず最適ではなくなるわけであり、特に上例での処理場Ⅰでは、 w_I を17.05ppmを目標として管理しなければならない。このことは逆に、1河川の水質基準が、下水処理による水質改良効果を介して、何ら連絡のない他の河川の水質基準に影響を与えていることを示している。両河川間の距離がかなり遠くても、汚水の流集方向が汚水水質や水域水質と無関係に定まるような、すなわち污水管きよ費が処理費より圧倒的に高くなるような限度まで、この影響は続くものと考えねばならない。なお、本例のように排水ブロックで発生する水量・水質に分布があるときに、単に平均水質のみで処理場計画をたてると、 W_I のみが現実の制約となり、Ⅰで約310,000 m^3 /日、Ⅱで約50,000 m^3 /日の処理を行ない、みかけの放流水質はともに17.4ppmとなるが、総費用が 1.177×10^7 円となって最適解を離れるばかりか、各ブロック位置と処理場との関連で必ずしも上記の放流水質は

実現されない。より綿密な水質汚濁防止対策のためには、排水区域内の汚水の分布と処理場分散法の効果についてさらに深く研究する必要がある。

5. む す び

本研究では、第2章に示した水域水質と下水道計画のシステムの最適化をはかるため、その要素のいくつかについて基本的な考え方を示し、最後にモデルの結合によって、下水処理と放流水質基準との関連を解明しようと試みた。しかし各要素内の現象のモデル化の方法、最適化手法とも未だ十分とは云えず、残された問題が多いが、今後水質汚濁を含めた広義の下水道問題を総合的に究明してゆくための端緒は開かれたと考える。特に合流・分流式を含め、雨水あるいは汚水のもつ非定常効果に対する検討がぜひ必要で、いわゆる動的な排除、処理、放流、水域水質の制御・管理方法の研究をすすめて行くつもりである。

終りに、本研究にあたり、種々有益な御助言を得た合田健教授に謝意を表するとともに、第3章の内容の一部に負うところが多いことを付記する。

参 考 文 献

- 1) 岩井重久，末石富太郎，保野章夫：河川下流部の水利用に関する基礎的考察——淀川下流部の水質制御を中心として——，土木学会第17回年次学術講演会講演概要，第Ⅱ部，P.123，昭和37年5月。
- 2) 末石富太郎：合流式下水道における雨水の放流計画について，土木学会第18回年次学術講演会講演概要，第Ⅱ部，P.225，昭和38年5月。
- 3) 合田健，末石富太郎，林田和久：工業用水水源の選定とその水量配分について，工業用水，第50号，P.25，昭和37年11月。
- 4) W.R.Lynn, J.A.Logan and A.Charnes : System Analysis for Planning Waste Water Treatment Plants, Journal W. P.C.F., Vol.34, No.6, P.565, June, 1962.