

フェーズフィールド法を用いたマイクロ不飽和浸透流解析

○東北大学工学部 学生員 岩葉 柗志
 東北大学大学院工学研究科 正員 山田 正太郎
 東北大学大学院工学研究科 正員 京谷 孝史

1. はじめに

土中水のポテンシャルと含水率を表す水分特性曲線は土の保水性を表す指標として使われている。本研究では、フェーズフィールド法を用いた気液二相流解析によって、土の保水性試験をシミュレーションする。供試体内を水分が移動する様子を可視化し、水分特性曲線にヒステリシスが生じる理由などについて考察する。また、土粒子の濡れ性が土の間隙での水の動きに与える影響についても考察する。

2. フェーズフィールド法

本研究では界面関数 ϕ が、 $\phi = 1$ は水、 $\phi = 0$ は空気、 $0 < \phi < 1$ は界面を表すとし、その時間発展方程式を解くことで、自由表面の移動を表現する。本研究では、以下の移流を考慮した Allen-Cahn 方程式¹⁾を時間発展方程式として用いる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + v \cdot \nabla \phi = -M_a \eta \quad (1)$$

$$\eta = \frac{\partial \phi(\phi)}{\partial \phi} - k_\phi (\nabla^2 \phi + \kappa |\nabla \phi|) \quad (2)$$

ここで M_a は易動度係数、 η は化学ポテンシャル、 k_ϕ は界面の滑らかさを表す係数、 κ は界面の曲率である。化学ポテンシャルとしてダブルウェルポテンシャル $\phi(\phi)$ と勾配エネルギー密度を考える。

流速、圧力に関する計算を行うナビエーストックス方程式（以下、N-S 方程式）の外力項において ϕ を元に表面張力を考慮する。式(2)の右辺第3項はフェーズフィールド法の計算ではその効果を取り除くための項である。N-S 方程式の計算における表面張力 f_{sv} ¹⁾は以下のように表せる。

$$f_{sv} = \sigma \kappa \nabla \phi \quad (3)$$

$$\kappa = -\nabla \cdot \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) \quad (4)$$

ここで、 σ は表面張力係数である。この表面張力を

ナビエーストックス方程式に外力として作用させる。

3. 濡れ性

本研究では以下の Neumann 型境界¹⁾を規定することで土中水の挙動における土粒子のもつ濡れ性の効果を表す。

$$n \cdot (k_\phi \nabla \phi) = t_\phi \quad (5)$$

ここで n は物体表面の法線ベクトル、 t_ϕ は濡れ性に関するパラメータである。 t_ϕ は大きくすることで親水壁面を、小さくすることで撥水壁面を表現することができる。式(5)を用いて物体内部の仮想点のフェーズフィールド変数を外挿する。

4. 解析手法

本研究ではフェーズフィールド法を用いて各点の界面関数 ϕ の計算を行い、N-S 方程式を解くことで各点の流速、圧力に関する計算を行う。今回は数値解法にはフラクショナルステップ法を用いる。格子の配置には Arakawa-B 型スタッガード格子を用い、フェーズフィールド変数は圧力と同じ点に配置することとした。

5. 数値解析結果

吸引法による土の保水性試験のシミュレーションを行う。豊浦砂の粒径加積曲線を元に3つのサイズの土粒子から成るモデルを考え、間隙比が $e = 0.787$ となるようにした。表面張力係数は20℃での水の値を参考に $\sigma = 0.0728 \text{ N/m}$ とし、土粒子の濡れ性については $t_\phi = 7.6 \times 10^{-6}$ 、 $t_\phi = 4.2 \times 10^{-6}$ の2パターンを考えた。

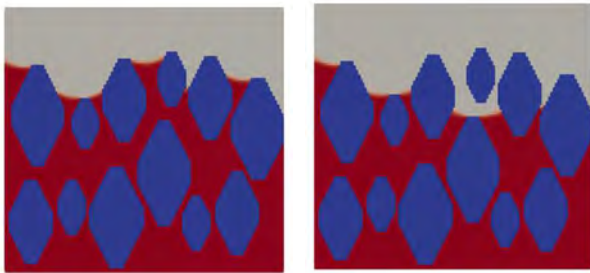
間隙空気圧を大気圧とし、マトリックスポテンシャル ψ_m は次式で定めた。

$$\psi_m = u_a - u_w = -u_w \quad (6)$$

ここで、 u_a は間隙空気圧、 u_w は間隙水圧である。解

析領域の上端面で指定する圧力を u_a ，下端面で指定する圧力を u_w とする。

図 1 に $t_\phi = 7.6 \times 10^{-6}$ と $t_\phi = 3.8 \times 10^{-6}$ の含水分布の初期状態を示す。土粒子を青色で示し、間隙水が存在する領域を赤色で示している。初期に、 u_a と u_w を共に 0 Pa に指定し、定常状態に落ち着いた状態を初期状態とする。接触角の大きさにより表面張力の働きに違いが出るため初期条件として同じ圧力条件を課しても飽和度に違いが生じる。濡れ性が高い $t_\phi = 7.6 \times 10^{-6}$ の方が毛管圧が低くなるため、初期含水率が高くなるのが分かる。



(a) $t_\phi = 7.6 \times 10^{-6}$ (b) $t_\phi = 3.8 \times 10^{-6}$
 図 1 初期含水状態

下端面を減圧して排水させた後に、増圧することで吸水させた。この過程で得られた水分特性曲線を図 2 に示す。解析領域内の間隙水がなくなる前に排水過程から吸水過程に切り替えているために、濡れ性の違いに応じてマトリックポテンシャルの最大値に違いが生じている。どちらの解析ケースでも吸水過程と排水過程で異なるルートを取っていることがわかる。また、同じマトリックポテンシャルにおいて、濡れ性が低い $t_\phi = 7.6 \times 10^{-6}$ の方が飽和度が高くなっている。ただし、土粒子形状や土粒子配置が同じであるため、水分特性曲線の形状は 2 つの解析ケースで似た形状となっている。

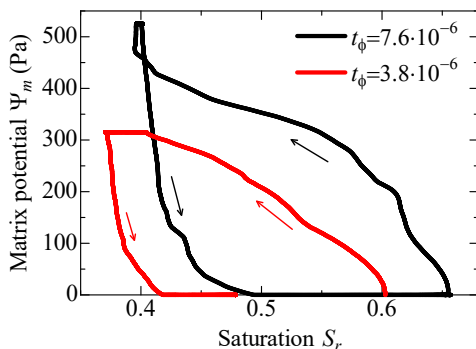
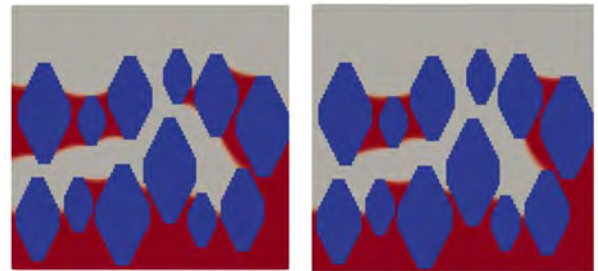


図 2 水分特性曲線

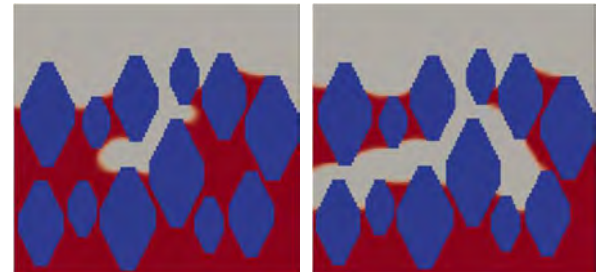
図 3 に最大負圧を作用させたときの含水分布を示す。濡れ性が低い $t_\phi = 7.6 \times 10^{-6}$ の方が、インク瓶効果により取り残されるメニスカス水の残存量が多いことが分かる。



(a) $t_\phi = 7.6 \times 10^{-6}$ (b) $t_\phi = 3.8 \times 10^{-6}$
 図 3 最大負圧で平衡時のモデル

((左) 吸水過程, (右) 排水過程)

図 4 に $t_\phi = 7.6 \times 10^{-6}$ のモデルで、マトリックポテンシャルが 315Pa に達したときの、排水過程と吸水過程の含水分布を示す。図 2 に示す水分特性曲線のヒステリシスに現れている通り、排水過程に比べて吸水過程の方が高い含水状態になることがシミュレーションにより再現できている。



((左) 吸水過程, (右) 排水過程)

図 4 $\psi_m = 315 \text{ Pa}$ における含水分布
 ($t_\phi = 7.6 \times 10^{-6}$)

6. 結論

本研究では、フェーズフィールド法を用いた気液二相流解析によって、土の保水性試験である吸引法のシミュレーションを行った。水分特性曲線のヒステリシスや、土粒子の濡れ性の違いに起因する土の保水性の違いがフェーズフィールド法を用いた数値シミュレーションにより表現できることを示した。

参考文献

- 1) 一般財団法人：第 3 版 有限要素法による流れのシミュレーション，2017，pp.87-107.