

フェーズフィールド法を用いたマクロ不飽和浸透流解析

○東北大学工学部 学生会員 石黒 俊輔
 東北大学大学院工学研究科 正会員 山田 正太郎
 東北大学大学院工学研究科 正会員 京谷 孝史

1. はじめに

混合体理論を土骨格と間隙水の二相に適用することで、飽和土の変形を解析することが行われている。地盤工学が対象としている問題を解決するためには不飽和土の解析が必要である。不飽和土に混合体理論を適用するには土骨格、間隙水、間隙空気の三相の連成解析を行うことになるが、飽和領域では間隙空気が存在しないために安定的に解析ができない等の問題がある。そこで、不飽和土を三相に分けて扱うのではなく、間隙水と間隙空気を同一の間隙流体とみなすことで二相混合体として解析できると考えられる。本研究ではその解析の前段階として水と空気を同列に扱えるフェーズフィールド法を用いて、間隙水と間隙空気の運動を解析する。

2. 支配方程式

間隙流体と土骨格の二相混合体理論より、間隙流の運動方程式と連続式は以下で表される。

$$\rho^f \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} + \frac{\rho^f}{n} \left(\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \mathbf{x}} - \frac{1}{n} \mathbf{w} \otimes \frac{\partial n}{\partial \mathbf{x}} \right) \mathbf{w} = -n \nabla p$$

$$+ \nabla \cdot \left\{ \mu \left[\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \mathbf{x}} + \left(\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \right] - \frac{\mu}{n} \left(\mathbf{w} \otimes \frac{\partial n}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial n}{\partial \mathbf{x}} \otimes \mathbf{w} \right) \right\}$$

$$+ n \rho^f \mathbf{g} - \frac{\rho^f g n}{k} \mathbf{w} + n f_{sv} \quad (1)$$

$$n(\rho^l - \rho^g) \frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho^f \mathbf{w}) = 0 \quad (2)$$

ここで、 ρ^l は流体の密度、 \mathbf{w} は間隙流体の土骨格に対する相対平均流速、 t は時間、 n は間隙率、 \mathbf{x} は直行座標、 p は間隙流体の圧力、 μ は粘性係数、 \mathbf{g} は重力加速度、 k は透水・透気係数、 f_{sv} は表面張力、 ρ^l は間隙水の密度、 ρ^g は間隙空気の密度を意味する。運動方程式は粘性、慣性力、表面張力が無視できる場合、ダルシー則に帰着する。また、非土中の場合 ($n=1, k=\infty$)、ナビエ・ストークス方程式に帰着す

る。ただし、本稿では、理論を単純化するため、間隙水に加え間隙空気のみ非圧縮性を仮定している。実問題では、間隙空気が大気に開放されていることが多く、このような状況において、この仮定は妥当であると考えられる。

フェーズフィールド変数の時間発展方程式は以下で表される。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{n} \mathbf{w} \cdot \nabla \phi = \nabla \cdot (M_c \nabla \eta) \quad (3)$$

$$\eta = \xi(\phi) - k_\phi (\nabla^2 \phi + \kappa |\nabla \phi|) \quad (4)$$

$$\xi(\phi) = \frac{\partial \varphi}{\partial \phi}, \quad \varphi(\phi) = \phi^2 (\phi - 1)^2 \quad (5)$$

ここで、 ϕ はフェーズフィールド変数、 M_c はモビリティ係数、 η は化学ポテンシャル、 κ は界面の曲率を意味する。 ϕ は $0 \leq \phi \leq 1$ の範囲で連続的に変化し、 $\phi=0$ で空気を $\phi=1$ で水を表す。 ϕ は土中の飽和度と一致する。移流項により ϕ の動きを計算し、化学ポテンシャルの項により、界面幅が一定に保たれる。式(3)は Cahn-Hilliard 方程式と呼ばれ、連続式を満たすため、 ϕ は保存される。

ϕ の値に応じて、式(1)と(2)で用いる ρ^l μ k を以下の式によって内挿する。

$$\rho^l = \phi \rho^l + (1 - \phi) \rho^g \quad (6)$$

$$\mu = \phi \mu^l + (1 - \phi) \mu^g \quad (7)$$

$$k = \phi k^l + (1 - \phi) k^g \quad (8)$$

ここで、 μ^l と μ^g は水と空気の粘性係数であり、 k^l と k^g は飽和状態での透水係数と乾燥状態での透気係数である。

解くべき未知関数は \mathbf{w} p ϕ の3つである。本稿では弱連成解析によりこれらを求める。まず、式(3)~(5)により ϕ を求める。次に、 ϕ の値から f_{sv} に加え、

Key words: フェーズフィールド法, 不飽和土, 浸透流解析

〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06, TEL 022-795-7489

式(6)~(8)より ρ^f μ k を算出した上で、式(1)と(2)により w と p を求める。

3. 数値解析手法

空間離散化手法として、直交格子を用いた差分法を適用した。空間微分項は移流項のみ計算の非線形不安定性を回避するために3次の上流差分を用い、その他の項は2次の中心差分を用いた。また、時間微分項は前進差分で近似し、間隙流体の運動方程式と連続式はフラクショナルステップ法で解いた。

提案解析手法の妥当性を検討するために、赤井・宇野¹⁾が行ったモデル実験および赤井・大西・西垣²⁾が行った解析との比較計算を行った。長さ 315cm、幅 23cm、高さ 33cm の砂模型の両端の水位を変化させ、砂模型内部の浸透流を解析した。本研究では、乾燥した砂模型の左側の水位を基盤が不透水性で水位がない状態から瞬時に水位を 20cm 上昇させた場合について解析を行った。入力した主要なパラメータとして、 $k^f = 0.33\text{cm/sec}$ 、間隙率 0.44 を示しておく。

4. 数値解析結果

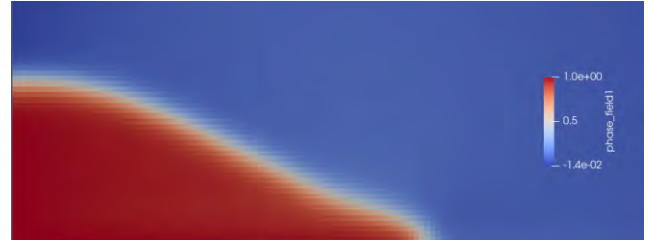
図 1 にフェーズフィールド変数の分布の推移を示す。赤が間隙水、青が間隙空気存在領域を示す。比較のため、図 2 に赤井・宇野¹⁾が行った模型実験および赤井・大西・西垣²⁾が行った解析の結果を示す。

土中に浸透した間隙水の領域を見ると、本解析は比較対象の実験結果や解析結果とよく一致していることがわかる。フェーズフィールド法を用いることで、間隙水と間隙空気を同一の間隙流体として不飽和浸透流の解析が可能であると言える。

ただし、比較対象の解析および実験結果では浸透流が下に凸な形状で進行しているが、本解析では先端付近で上に凸な形状を示している。このような結果が得られた原因としては、フェーズフィールド法では不飽和領域 ($0 \leq \phi \leq 1$) の幅が一定に保たれるように、式(4)の化学ポテンシャル項が構成されているが、実際の不飽和領域の幅は様々な要因によってこの幅が一定には保たれないことが挙げられる。そのため、この項を改良することで、よりよく浸透流の形状を表すことができると考えられる。また、土粒子の濡れ性が保水性に与える影響などを解析に取り込むことで、実験の再現性が向上すると考えられる。



(a) $t = 30[s]$



(b) $t = 60[s]$



(c) $t = 90[s]$

図 1 ϕ の分布図

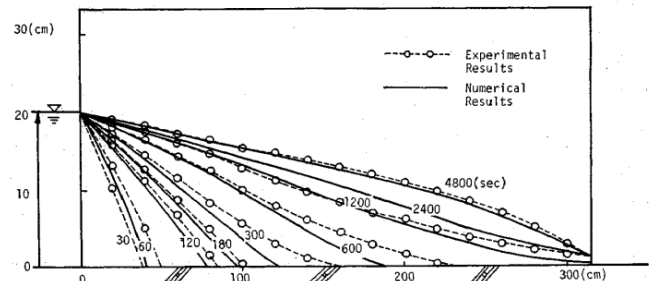


Fig. 10 Comparison of numerical and experimental results (for wetting)

図 2 浸透流の水位²⁾

5. 結論

本研究では、フェーズフィールド法を用いた土中の間隙水と間隙空気の運動の解析手法を提案した。また実験および既往の計算手法の比較を通して、本モデルの妥当性を示しつつ、フェーズフィールド変数の時間発展方程式の化学ポテンシャル項を改良する余地があることについて言及した。

参考文献

- 1) 赤井・宇野：土中の準一次元非定常流に関する研究 土木学会論文集 127 14-22 1965.
- 2) 赤井・大西・西垣：有限要素法による飽和-不飽和浸透流の解析 土木学会論文集 264 87-96 1977.