

## 移動硬化則を用いた弾塑性構成モデルの構築と三軸繰返し挙動の再現解析

八戸工業高等専門学校 学生会員 ○田中 菜優  
八戸工業高等専門学校 正会員 清原 雄康

## 1 はじめに

地盤は力学特性や境界条件が複雑で、実験を容易に行うことができず、液状化挙動やそれに対する対策効果を数値解析手法により予測することが必要となる。本研究では、繰返し変形や応力が作用する条件下での移動硬化則を用いた土の弾塑性構成則を構築し、ひずみ制御の陽解法プログラムにより、実測値と解析値の比較を行った。

## 2 ひずみ制御繰返し三軸試験の概要

2011年東北地方太平洋沖地震において、岩手県二戸市で起きた、しらす宅地地盤の泥流状崩壊現場から採取した試料土を用いた。直径5cm、高さ10cmで現場乾燥密度に近い相対密度  $D_r$ : 60%~65%を目標に作製し、飽和化を行なった。表1に供試体諸元を示す。拘束圧100kPaで等方圧密後、排水条件を維持し、ひずみ速度0.01mm/minで図1に示すような圧縮と伸張の繰返しが行われた。

## 3 解析方法

## 3.1 弾塑性構成式

弾塑性マトリックスの構築において降伏関数  $f$ 、塑性ポテンシャル関数  $g$  には式(1)、(2)を用いる。

$$f = \bar{\eta} - k \quad (1)$$

$$g = \bar{\eta} + M_m \ln(p'/p'_a) \quad (2)$$

ここで、 $\bar{\eta}$ :相当応力比( $=\sqrt{(3/2)(\eta_{ij} - \alpha_{ij})(\eta_{ij} - \alpha_{ij})}$ )、 $k$ :弾性域の大きさを表す定数、 $\eta_{ij}$ :応力比テンソル( $=s_{ij}/p'$ )、 $\alpha_{ij}$ :背応力テンソル、 $s_{ij}$ :偏差応力テンソル( $=\sigma'_{ij} - p'\delta_{ij}$ )、 $M_m$ :限界応力比、 $p'$ :平均有効応力( $=\sigma'_{ii}/3$ )、 $p'_a$ : $\eta = 0$ での平均有効応力である。

$\eta$ 中の $\alpha_{ij}$ には、非線形移動硬化則を基にしたArmstrong-Frederick model(AFモデル)の式(3)が用いられている。

$$\dot{\alpha}_{ij} = a \left( (2/3)b \dot{\epsilon}_{ij}^p - \alpha_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^p \right) \quad (3)$$

ここで、 $a, b$ :材料パラメータ、 $\dot{\epsilon}_{ij}^p$ :塑性偏差ひずみ

表1 供試体諸元

$\rho_s$ (g/cm <sup>3</sup> )	$\rho_d$ (g/cm <sup>3</sup> )	間隙比 $e$	$D_r$ (%)
2.60	1.53	0.686	62.5

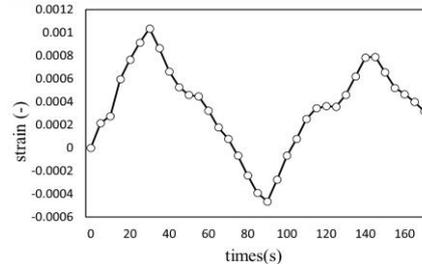


図1 実測から得られた軸ひずみの経時変化

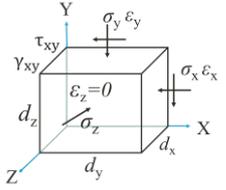


図2 二次元平面ひずみ条件下における微小立方体に作用する応力

速度テンソル( $=\dot{\epsilon}_{ij}^p - (1/3)\dot{\epsilon}_{ij}^p \delta_{ij}$ )、 $\dot{\epsilon}_{ij}^p$ :塑性ひずみ速度テンソル、 $\dot{\epsilon}_s^p$ :相当塑性偏差ひずみ速度( $=\sqrt{(2/3)\dot{\epsilon}_{ij}^p \dot{\epsilon}_{ij}^p}$ )である。式(3)は両辺に $\alpha$ があるため非線形になるが、本研究では陽的に、前回ステップの増分を足し合わせながら計算を進めた。これらの式を用いて、弾塑性構成行列 $D^{ep}$ を作成した。

排水条件でのひずみ増分計算式(4)を示す。

$$\Delta \epsilon_x = -(D_{12}^{ep} \cdot \Delta \epsilon_y / (D_{11}^{ep} + D_{14}^{ep})) \quad (4)$$

ここで、 $\Delta \epsilon_x$ :せん断ひずみ増分、 $\Delta \epsilon_y$ :軸ひずみ増分である。

## 3.2 解析手順

図2に示すような、二次元平面ひずみ条件下における応力状態を仮定し、ひずみ増分を与えて陽解法により逐次応力増分を求めた。図3にプログラムのフローを示す。文献1)の付録プログラムをベースに、実測で得られた軸ひずみ増分に対応するように入力部を変更した。さらに降伏関数 $f \geq 0$ となる場合の応力状態が降伏面での適合条件を満たすよう、リターンマッピング(RM)手法を導入した。式(5)が弾性試行応力、式(6)が塑性修正の式となる。この式での $\Delta \gamma \cdot D^e \cdot \partial g / \partial \{\sigma\}$ が引き戻し量となる。

$$\sigma_{n+1}^{tr} = \sigma_n + D^e \cdot \Delta \epsilon \quad (5)$$

$$\sigma_{n+1} = \sigma_{n+1}^{tr} - \Delta \gamma \cdot D^e \cdot \partial g / \partial \{\sigma\} \quad (6)$$

ここで、 $\sigma_{n+1}^{tr}$ :求めるステップの弾性試行応力、 $\sigma_n$ :前ステップの応力、 $\Delta \epsilon$ :与えられたひずみ増分、 $\Delta \gamma$ :塑

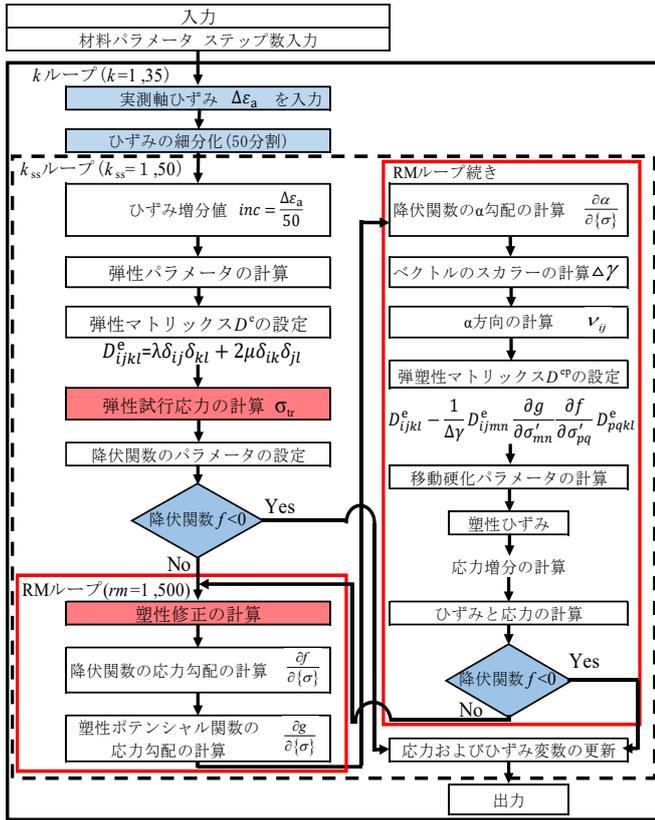


図3 プログラムのフロー

性乗数( $>0$ ),  $D^e$ :弾性構成行列である。表 2 にひずみ制御プログラムでの解析に用いた材料定数を示す。排水条件の RM ありと RM なしの 2 ケースで解析を行なった。

#### 4 解析結果

図 4 にひずみと軸差応力関係の解析値と実測値を示す。載荷時に  $\epsilon_a(0.001)$  に対し、 $\sigma_y(0.1 \text{ kPa})$  まで増加し、その後の除荷過程では  $\epsilon_a : -0.00039$ ,  $\sigma_y : -25.6 \text{ kPa}$  へと低下した。再載荷では  $\sigma_y : .2 \text{ kPa}$  ほどのずれが生じたが RM あり, なしとも解析値と実測値の比較では良好な整合性が得られた。また,  $f < 0$  (弾性状態) から  $f \geq 0$  (塑性状態) に変化したのは  $k:1$  ステップ,  $k_{ss} : 20$  分割目 ( $\epsilon_a(0.0000.2)$ ) であることが確認できた。図 5 に RM ありで解析した応力の降伏面の変化を示す。図 4 中の A (原点)  $\rightarrow$  B  $\rightarrow$  C  $\rightarrow$  D  $\rightarrow$  E の順に変化するにつれて, 降伏面が  $\eta_{11}$  軸方向に移動する移動硬化の様子が確認できる。

図 6 に計算中の降伏関数の値の変化を示す。RM ありの解析では,  $f \leq 0$  の適合条件が満たされている。

#### 5 まとめ

弾塑性構成式の構築を行なった後, 繰返し三軸試

表 2 プログラムの材料定数

せん断弾性係数 $\mu_0$ (kPa)	$2.7 \times 10^4$
ポアソン比 $\nu$	0.3
AFモデルのパラメータ $a$	500
AFモデルのパラメータ $b$	1.5
塑性域の大きさを表す定数 $k$	0.05
限界応力比 $M_m$	1.0

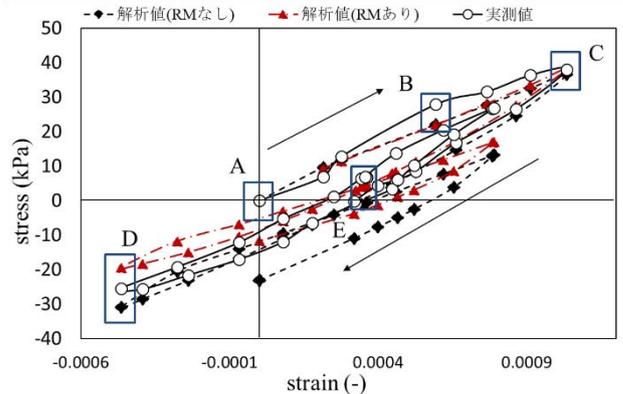


図4 ひずみ-軸差応力関係

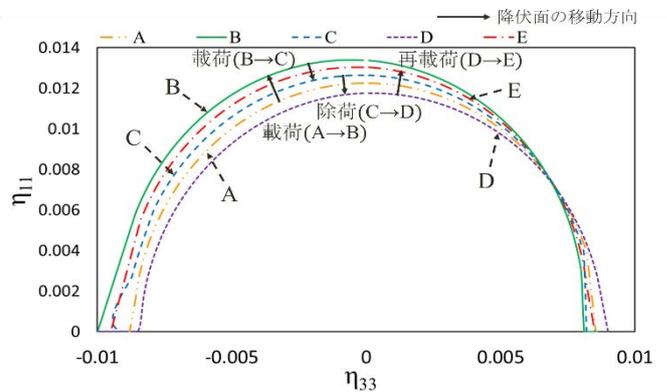


図5 降伏面の変化

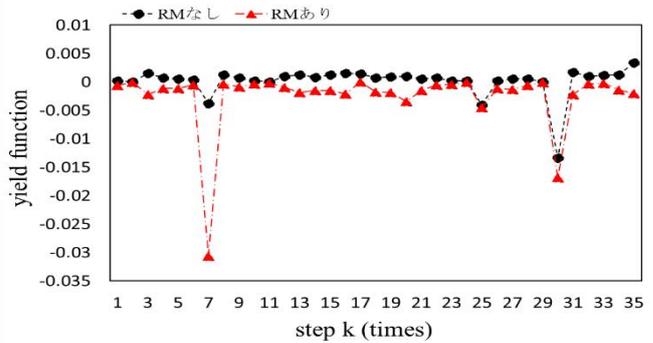


図6 解析における降伏関数の値の変化

験を想定したひずみ制御の陽解法プログラムを作成し, 計算を行い, 実測値と比較したところ, 良好な整合性が得られた。降伏関数  $f$  の変化の様子を確認できた。

謝辞: 本研究は JSPS 科研費 1. K04356 の助成を受けた。ここに謝意を表します。

#### 参考文献

- 1) 社団法人地盤工学会:土の弾塑性構成モデル, 丸善, 2009.
- 2) 寺田賢二郎 訳:非線形有限要素法-弾塑性解析の理論と実践-, 森北出版, 2014.