

円座標モデルによる河道屈曲部の流れの計算

日本大学工学部土木工学科

学生会員

濱津 瞭

日本大学工学部土木工学科

正会員

金山 進

1. はじめに

近年, 温暖化の影響が懸念される激烈な豪雨が相次いでいるが, 洪水が氾濫災害に結びつく過程において, 河道の特性の影響を無視することはできない. 様々な要因によって氾濫の生じやすさは異なり, 同じ流量が流下する中で, 沿川が一挙に氾濫がするわけではない.

畑井・濱津¹⁾は河道の特性のうち屈曲状況に着目し, 洪水時の水位上昇と河道曲率の関係を検討した. この際, 河道中心線の流下距離と横断距離の2つの変数に対する浅水方程式を用いたが, 基礎方程式の誘導において横断距離が曲率半径に比して無視できるほど小さいという仮定を用いており, 検討の余地が残されていた. 本研究では, この点に修正を施した新たな方程式を提案し, 同様の検討を行う. また, 方程式の誘導過程を一般曲線座標系に対する基礎方程式との比較により検証した.

2. 座標系および変数

本研究で用いる座標系および変数の定義を図-1に示す.

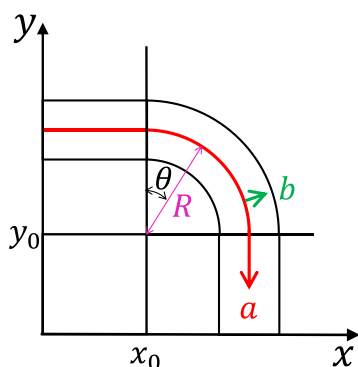


図-1 座標系および変数

河道中心線の流下距離 a と横断距離 b の2つの変数を導入する.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} &= \frac{R}{b+R} \cos \theta \frac{\partial}{\partial a} + \sin \theta \frac{\partial}{\partial b} \\ \frac{\partial}{\partial y} &= -\frac{R}{b+R} \sin \theta \frac{\partial}{\partial a} + \cos \theta \frac{\partial}{\partial b} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} q_x &= q_a \frac{R+b}{R} \cos \theta + q_b \sin \theta \\ q_y &= -q_a \frac{R+b}{R} \sin \theta + q_b \cos \theta \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

3. 直交座標系の基礎方程式からの導出

直交座標の浅水方程式に対して, (1)を用いて演算子の変換, (2)を用いて線流量の変換を行い, 以下の通り, 連続式(3). 運動方程式(4)および(5)を得る.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial q_a}{\partial a} + \frac{\partial q_b}{\partial b} + \frac{q_b}{b+R} = 0 \quad (3)$$

$$\begin{aligned} &\frac{\partial q_a}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial a} \left(\frac{q_a^2}{d} \right) + \frac{\partial}{\partial b} \left(\frac{q_a q_b}{d} \right) \\ &+ 3 \frac{q_a q_b}{d(R+b)} + g d \frac{R^2}{(b+R)^2} \frac{\partial \eta}{\partial a} \\ &+ \frac{g n^2}{d^{7/3}} \cdot q_a \sqrt{\frac{(b+R)^2}{R^2} q_a^2 + q_b^2} = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} &\frac{\partial q_b}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial a} \left(\frac{q_a q_b}{d} \right) + \frac{\partial}{\partial b} \left(\frac{q_b^2}{d} \right) + \frac{q_b^2}{d(R+b)} \\ &- \frac{R+b}{d R^2} q_a^2 + g d \frac{\partial \eta}{\partial b} \\ &+ \frac{g n^2}{d^{7/3}} \cdot q_b \sqrt{\frac{(b+R)^2}{R^2} q_a^2 + q_b^2} = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

4. 河道屈曲部の流れに対する解析結果

ここで得られた基礎方程式(3)~(5)を用いて畑

キーワード 浅水長波モデル, 河道曲率, 河川氾濫

住所: 〒963-8642 福島県郡山市田村町徳定字中河原 1, kanayama.susumu@nihon-u.ac.jp

井・濱津¹⁾と同じ条件での計算を行い、線流量の修正がどのように反映されるかを調べた。

図-1のように領域左からの x 軸に平行な流れが屈曲部を経て、 y 軸逆方向に向きを変えるモデル河道を設定した。いずれも長さ(1400m)の助走直線区間(図-1の x_0)を有し、所定の曲率で直角に向きを変えた後、所定の水路延長(3500m)に達した時点で終端とする。河川幅200mの矩形断面、水路勾配 $i = 1/1000$ 、粗度係数 $n=0.03$ とし、水路側壁は十分に高く、越流は生じない条件とした。単位幅流量 $q = 20\text{m}^2/\text{s}$ と設定した。下流端に設けた堰は水路勾配、粗度係数、水路長が同じ直線水路に対して予備計算を行い、疑似等流が得られた高さに設定した。水路側壁ではせん断応力が生じない条件としているので、広長方形断面の条件で等流水深を算定することができ、その値は5.85mとなる。堰高を下流端の水路底高+2mとすることで、この水深での疑似等流が得られた。

図-2は (a, b) 座標系での水深の計算結果である。横軸が変数 a 、すなわち河道中心の流下距離、縦軸が河道中心からの横断距離である。いずれの曲率においても屈曲部は、 $a = 1400\text{m}$ から始まり、 $R=600\text{m}$ では2342m、 $R=400\text{m}$ では2028m、 $R=200\text{m}$ では1714mで終了する。いずれの条件でも屈曲部外縁で上昇、屈曲部内縁でも水位が低下し、曲率半径が小さいほど顕著となる。

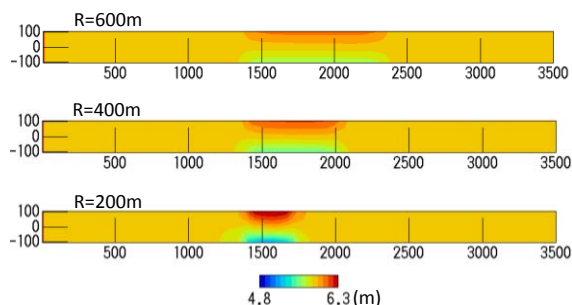
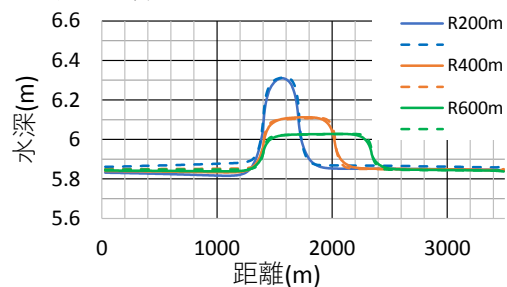


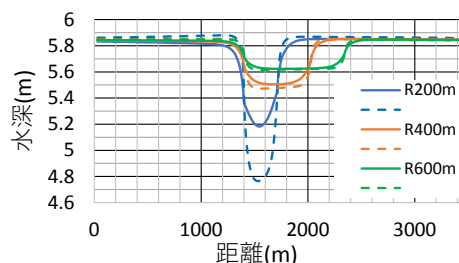
図-2 a, b 平面での水深分布

図-3は縦軸を水深として表示したものであり図-3(1)が外縁、図-3(2)が内縁を示している。点線で示された畑井・濱津¹⁾の結果と比べると今回の結果は内縁での水位低下が低減されている。いずれも屈曲部から離れた場所では直線水

路での等流水深である5.85mに近い値となっている。畑井・濱津¹⁾の場合には直線部においても屈曲部の上流でわずかながら水位上昇が起きているのに対して今回はむしろ低下している。これに関する解釈は難しく、直線部と屈曲部の接合点における解析アルゴリズムに問題がある可能性も否定できない。



(1) 外縁



(2) 内縁

図-3 側壁沿いの水深分布

5. おわりに

畑井・濱津¹⁾による一定曲率の河道中心線の流下距離と横断距離を独立変数とする浅水方程式に対して補正を加えた。河道曲率半径と河道幅が同程度となる条件を除けば大きな差異は現れなかった。一方で、河道直線部から屈曲部に入る前に堰上げではなく水位低下が発生する個所があり、直線部と屈曲部の接合点における解析アルゴリズムの確認が今後の課題として挙げられる。

参考文献

- 1) 畑井如月・濱津瞭：河道屈曲部の流れに対する円座標モデル，日本大学卒業論文，工学部土木工学科，39p.,2021.
- 2) 波平篤・高木強治・後藤真宏・小林宏康：一般座標系における平面2次元流れと河床変動のシミュレーションに関する比較研究，農村工学研究所報告，第51号，pp.165-193,2012