

Micro-sphere mode を用いたゴムの異方性損傷挙動に関する数値解析

○東北大学工学部 学生員 田中 康平
 東北大学大学院工学研究科 正 員 山田 正太郎
 東北大学大学院工学研究科 正 員 京谷 孝史

1. はじめに

ゴム材料は Mullins 効果と呼ばれる損傷履歴特性を有する。ゴム材料を対象とする従来の多くのモデルは等方性損傷のみを考慮するものであるが、異方性損傷を考慮可能なモデルとして、Miehe et al.¹⁾²⁾ によりマイクロスフィアモデルが提案されている。本研究では、マイクロスフィアモデルを有限要素解析コードに実装することで異方性損傷を再現し、その特徴に関して調べた。

2. マイクロスフィアモデルの概要

本研究では材料構成則として、マイクロスフィアモデルを導入する。このモデルでは図-1(a)に示すように、中心の点から特定の点へと向かう単位方向ベクトルとして与えた半径1の単位球体（マイクロスフィア）を考える。図-1(b)に示すのは、上下対称に分割したマイクロスフィアのステレオ投影であり、対称性を考慮した21個の離散点を用いて各方向のストレッチを算出する。

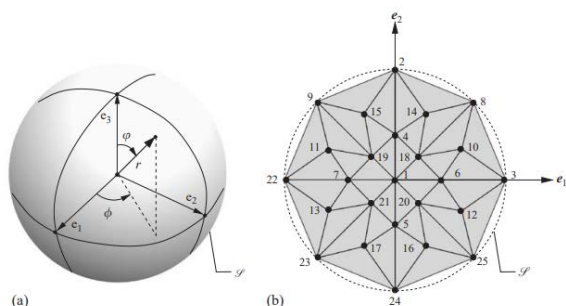


図-1 マイクロスフィアモデル¹⁾²⁾

Miehe et al.²⁾ はマイクロスフィアモデルを適用するにあたり、図-2に示すような、高分子鎖の絡まり合いによる拘束を考慮した crosslink to crosslink network (CC network) および、粒子間の結合の崩壊を考慮した particle to particle network (PP network) を提案している。

CC network では、非アフィンマイクロスフィアモデルを適用する。ここで非アフィン変形とは、ミクロな高分子鎖のストレッチとマクロなストレッチの間での高分子鎖の伸びの差が剛性に影響を与えることをいう。図-3に示すように CC ネットワークは、長さ l の要素 N 個から成る全長 $L = Nl$ の高分子鎖1本の運動を記述する stretch part、および高分子鎖1本が納まる直径 d の仮定のチューブの運動を記述す

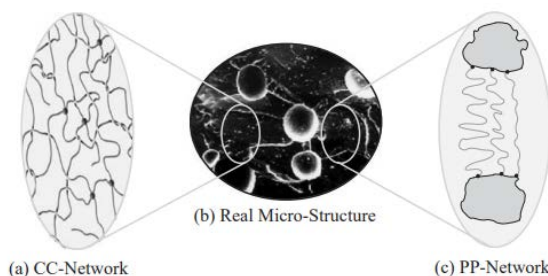


図-2 CC network および PP network¹⁾²⁾

る tube part に分けられる。tube part においてチューブの直径 d の収縮量を与えることで高分子鎖どうしの干渉による幾何的拘束を考慮できるため、ゴム材料の変形挙動を非常に高精度で再現することが可能となる。

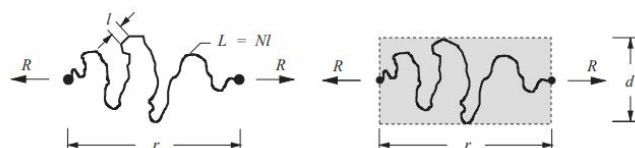


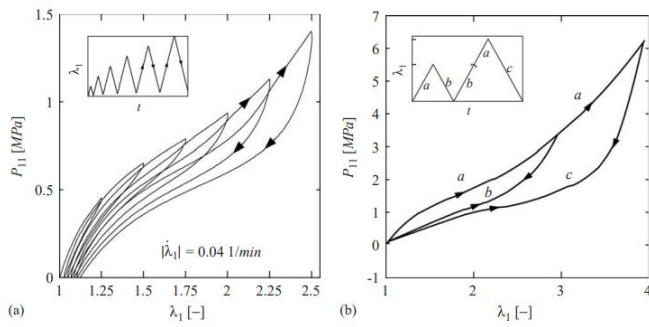
図-3 高分子鎖 (左) およびその幾何的拘束 (右)¹⁾²⁾

また、PP network の導入により、Mullins 効果と呼ばれる、繰り返し負荷を与えた際に現れる履歴依存現象を再現することが可能となる。マイクロスフィアモデルを拡張した損傷マイクロスフィアモデルを適用するが、このモデルでは損傷を記憶するために次式を導入している。

$$d_{n+1}^{(i)} = \text{Max}[\varphi(\hat{\lambda}^{(i)}), d_n^{(i)}] \quad (1)$$

ここに、 $d_n^{(i)}$ は载荷 n ステップ目におけるマイクロスフィア中の i 番目の方向ベクトルに対する損傷であり ($i = 1, \dots, 21$)、 $\varphi(\hat{\lambda}^{(i)})$ は方向ベクトルの伸び $\hat{\lambda}^{(i)}$ で表される正規エネルギー関数である。式 (1) は正規エネルギー関数の値が前ステップの損傷の値より大きい場合に損傷が更新されることを示す。損傷変数の導入により、図-4(b)に示すような、2回目の载荷曲線が1回目の除荷曲線を辿る载荷除荷履歴を描くことができる。本モデルで最も重要なのは、この損傷変数がマイクロスフィアの i 方向ごとに与えられる点であり、これによって異方性損傷を再現することができる。

マイクロスフィアモデルでは、ミクロの自由エネルギー ψ を球体積分することでマクロの自由エネルギー Ψ を算出す


図-4 载荷除荷曲線²⁾

る。応力および接線係数は、自由エネルギーを微分することで導出される一般の超弾性体と同様に、マクロな球体積分を行うことにより与えられる。

3. 解析手法

準静的問題な有限要素解析コードに上記のモデルを導入して解析を行った。また、体積ロッキングを回避するために平均体積ひずみ法を用いた。

4. 解析条件

解析にあたっては、図-5 に示す要素モデルを用いた。計 320 要素の円柱状の要素を用い、z 軸方向の下面を完全に固定した上で変位制御により伸長比が Time 3 になるまで上面に引張を加えた。

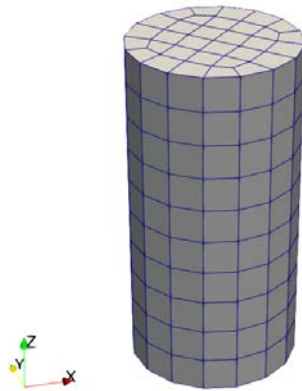


図-5 有限要素モデル

使用した材料定数を表-1 に示す。

5. 解析結果

図-6 に伸長比が Time 3 になるまで引張を加えた要素モデルの z 軸方向応力分布図を示す。上面および下面を固定して引き伸ばしたためモデル中央部が変形前に比べて細くなっている。

荷重-変位関係や、繰り返し载荷による異方性損傷の解析結果の詳細に関しては、発表の際に口頭で説明する。

表-1 材料定数	
材料定数	値
ペナルティ係数 κ	1.0×10^4
CC 鎖せん断弾性係数 μ^{cc}	410 kN/m ²
CC 鎖の要素数 N^{cc}	26.5
stretch パラメータ p	1.7
tube 形状パラメーター U	0.53
tube パラメータ q	0.1
PP 鎖せん断弾性係数 μ^{pp}	146 kN/m ²
PP 鎖の要素数 N^{pp}	18
損傷進展パラメータ $[k_a]_{a=1,2,3}$	[5.1 0.15 0.33]
損傷進展形状パラメータ $[\vartheta_a]_{a=1,2,3}$	[1.9 0.8 2.6]

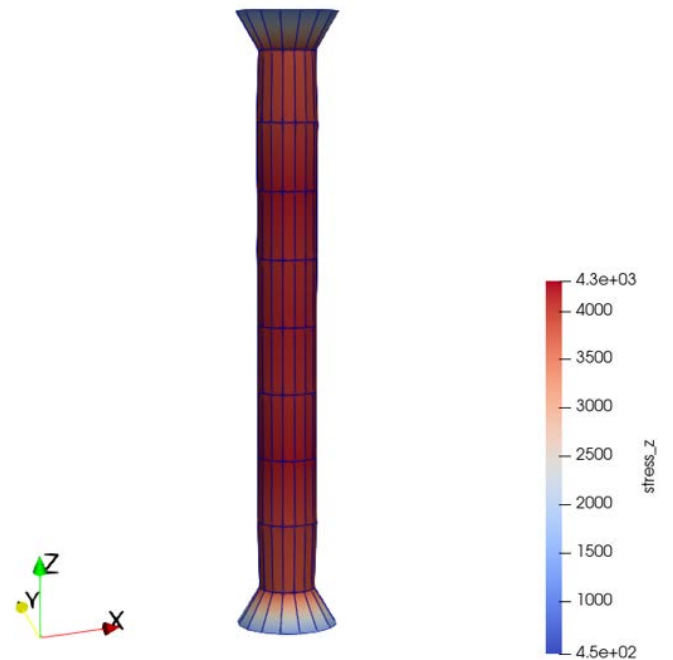


図-6 z 軸方向の応力分布

6. 結論

本研究では、異方性損傷を考慮可能なマイクロスフィアモデルを有限要素解析コードに実装し、ゴム材料の円柱状モデルに対して準静的解析を行った。発表時に、繰り返し载荷時の挙動について調べた結果を示す。

参考文献

- 1) C. Miehe, S. Göktepe, F. Lulei : *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* **52**,2617-2660. [2004]
- 2) C. Miehe, S. Göktepe : *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* **53**,2259-2283. [2005]