

固体の変形と流動の遷移挙動を表現可能な構成則を用いた MPMによる斜面崩壊解析

○東北大学工学部建築・社会環境工学科 学生会員 木村 凌一
東北大学大学院工学研究科土木工学専攻 学生会員 飛弾野 壮真
東北大学大学院工学研究科土木工学専攻 学生会員 菅井 理一
東北大学大学院工学研究科土木工学専攻 学生会員 潘 紹元
東北大学災害科学国際研究所 正会員 森口 周二
東北大学災害科学国際研究所 正会員 寺田 賢二郎

1. はじめに

本研究では、土砂の固体的な挙動と流体的な挙動の遷移を表現可能な構成モデルをMPMに組み込んだ解析手法について、既往の解析手法による斜面流動解析の結果との比較を通して検証する。そして、昨年2月に福島県で発生した震度6弱の地震によるエビスサーキットの斜面崩壊の事例の再現解析を行い、実際の崩壊形状との比較検討を行う。

2. 解析手法:MPM

MPM(Material Point Method)は、連続体力学に基づいて、解析対象をLagrange粒子で離散化して表現し、Euler格子で運動方程式を解く手法である。空間固定されたEuler格子を用いて計算するため、MPMは計算格子が破綻せず、大変形を伴う計算にも適用可能である。また、他の粒子法と比較すると、粒子間の近傍探索を必要としないため、計算コストを抑えることができる。これらの理由から本研究ではMPMを用いて解析を行う。

3. 構成則

3.1 固体的な挙動を表現するモデル

固体の挙動はDunatungaら¹⁾が提案したモデルを採用する。垂弾性構成則はJauman速度 $\dot{\sigma}$ に基づき次式で表す。

$$\dot{\sigma} = \dot{\sigma}_s + \sigma_s W - W \sigma_s = D : (d - d^p) \quad (1)$$

ここで、 D 、 W 、 d 、 d^p 、 σ_s はそれぞれ、弾性係数テンソル、スピントンソル、変形速度テンソル、塑性変形速度テンソル、固体の挙動を表現する応力テンソルである。また、粒状体流れに関するレオロジー関係式²⁾から、塑性乗数 $\dot{\gamma}^p$ は次式のように表される。

$$\dot{\gamma}^p = \frac{I_0}{d} \sqrt{\frac{-P + c}{\rho_s} \frac{\mu - \mu_s}{\mu_2 - \mu}} \quad (2)$$

ここで、 I_0 、 μ_2 は定数、 μ は有効摩擦、 d は粒径、 P は静水圧、 c は体積補正数、 ρ_s は土粒子の密度である。また μ_s は内部摩擦角の軟化を考慮して $\mu_s = \phi_r + (\phi_p - \phi_r)e^{-\eta_s \dot{\epsilon}^p}$ と定め、ここで ϕ_p 、 ϕ_r 、 η_s 、 $\dot{\epsilon}^p$ はそれぞれ軟化前の内部摩擦角、軟化後の内部摩擦角、軟化の速度を制御する定数および累積塑性ひずみである。この塑性乗数を用いて流れ則は次式で表される。

$$d^p = \dot{\gamma}^p \frac{s}{\sqrt{J_2(s)}} \quad (3)$$

ここで、 $J_2(s)$ は偏差応力 s の第2不変量であり、偏差応力 s は、恒等テンソル I を用いて $s = \sigma_s - \text{tr}\sigma_s/3I$ である。

式(3)を式(1)に代入し、時間離散化を経て、塑性域では $\sqrt{J_2(s)}$ に関する非線形方程式を陰的に解くことで現ステップの固体応力 σ_s を更新する。

3.2 流体的な挙動を表現するモデル

流動状態の挙動は、Newton粘性流体モデルを用い、流体の応力 σ_f を次式で表す。

$$\sigma_f = \eta_f d_{\text{dev}} \quad (4)$$

ここで、 η_f は粘性係数、下付きの“dev”は偏差成分であることを表している。

3.3 遷移モデル

土の連続体としてのCauchy応力 σ を固体の応力 σ_s と流体の応力 σ_f の線形和として表す。

$$\sigma = (1 - \alpha(v))\sigma_s + \alpha(v)\sigma_f \quad (5)$$

ここで、 α は体積分率 v の関数であり、次式のように定義される($0 < \alpha < 1$)。

$$\alpha(v) \equiv \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \tanh \left\{ \chi \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{v_0} \right) \right\} \quad (6)$$

ここで χ と v_0 は固体、流体間の遷移挙動を制御する材料パラメータである。

4. 数値解析例

4.1 解析例1：sin波による斜面崩壊

外力振動により、盛土が崩壊・流動化する挙動の表現性について検討する。図-1に示すモデル形状と境界条件にて、奥行方向の格子数を1とし、平面ひずみ状態を仮定した準3次元解析を行う。本解析では表-1に示す材料パラメータを使用する。粒子は一辺0.01m格子中に4粒子を配置する。また、図-2に示した加速度（振幅300gal、振動数10Hz）を、体積力の水平方向成分として入力する。

解析結果を図-3に示す。斜面のすべり面に沿った塑性ひずみが徐々に進展し、sin波入力後から0.3～0.6秒後にはすべり線上の土塊が崩壊し、流動化する様子が確認できる。その後、2秒後には流動化した土砂が堆積し、安定状態に戻る挙動が表現されている。以上のことから、外力振動によって地盤材料が固体と流体を遷移する一連の挙動を表現可能であることを確認した。

Key Words: MPM, 固体から流体への遷移, 土砂崩壊, 実地形モデル, 土砂災害, 弾塑性

〒980-8572 仙台市青葉区荒巻字青葉 468-1 災害科学国際研究所 4F S403-S404, TEL 022-752-2132, FAX 022-752-2133

表-1 材料パラメータ

	$E(\text{Pa})$	ν	$\rho_s(\text{kg/m}^3)$	$\phi_p(^{\circ})$	$\phi_r(^{\circ})$	$c(\text{kPa})$	I_0	μ_2	χ	ν_0	$\eta_f(\text{Pa} \cdot \text{s})$	η_s
model1	3.00	0.30	2650	35.0	10.0	0.200	0.279	0.75	20	0.50	1.0	10
model2(Base layer)	1.00	0.30	1890	57.3	53.4	80.143	0.279	0.75	20	0.50	1.0	100
model2(Weak layer)	5.69	0.30	1767	39.5	36.3	0.829	0.279	0.75	20	0.50	1.0	100
model2(Surface layer)	8.35	0.30	3000	0.0	28.4	30.571	0.279	0.75	20	0.50	1.0	100

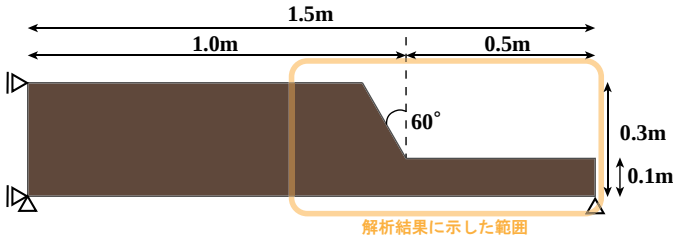


図-1 解析例1のモデル

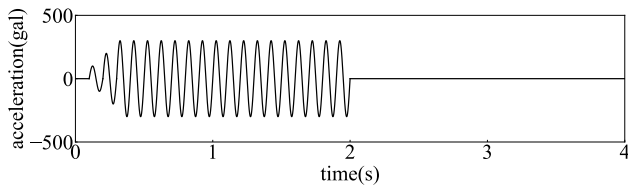


図-2 入力した sin 波

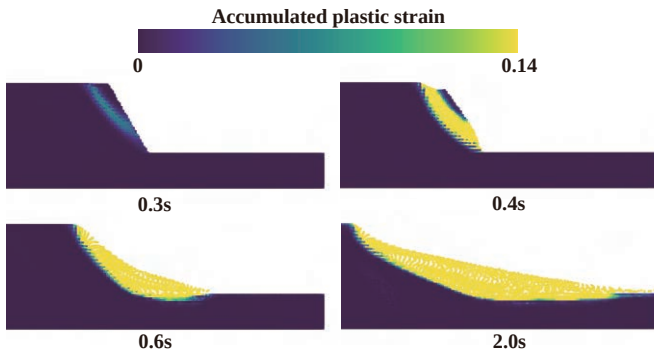


図-3 解析例1の解析結果

4.2 解析例2：振動台による斜面崩壊実験との比較

篠田ら³⁾が実施した3層盛土の振動台実験との比較をし、表現性能を検討する。実験のモデルと本解析で使ったモデル及び境界条件を図-4に示す。奥行方向の格子数を1とし、平面ひずみ状態を仮定した準3次元解析を実施する。本解析では各層の材料パラメータに表-1に示す値を使用する。粒子は、奥行方向の辺を0.6m、その他の辺を0.0125mとした直方体格子中に4粒子を配置する。また、図-5に示す最大振幅400gal、振動数5Hzの加速度を体積力の水平方向成分として入力し、2秒間与える。

解析結果を図-6に示す。弱層にすべり線が形成されて弱層の頂点が引っ張られ、すべり線に沿って斜面が崩壊する様子が確認できる。本モデルによる解析と実験結果の崩壊後の形状は概ね一致しており、本手法の表現性能を確認した。

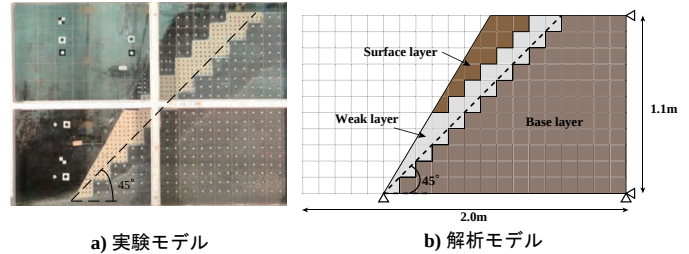


図-4 解析例2の実験モデルと解析モデル

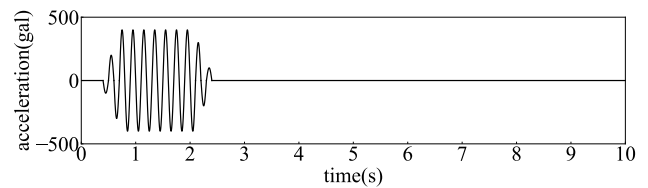


図-5 入力した sin 波

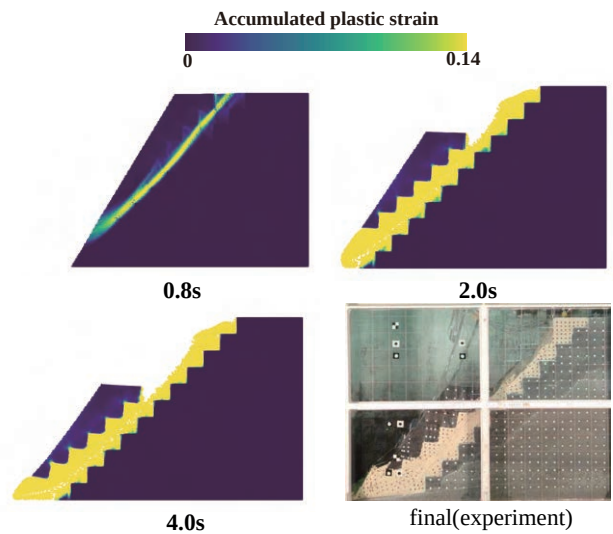


図-6 解析例2の解析結果と実験結果の比較

5. まとめ

2つの数値解析例から、本モデルがsin波による加速度波形を用いた外力振動によって斜面崩壊と斜面流動を一貫して表現可能であることが確かめられた。

参考文献

- 1) Dunatunga, S. and Kamrin, K.: Continuum modelling and simulation of granular flows through their many phases, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 779, pp. 483–513, 2015.
- 2) Jop, P., F. Y. and O, P.: A constitutive law for dense granular flows, *Nature*, Vol. 441, No. 1, pp. 727–730, 2006.
- 3) Shinoda, M., Watanabe, K., Sanagawa, T., Abe, K., Nakamura, H., Kawai, T. and Nakamura, S.: Dynamic behavior of slope models with various slope inclinations, *Soils and Foundations*, Vol. 55, No. 1, pp. 127–142, 2015.