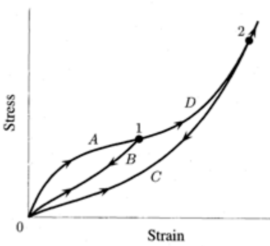
免震ゴム支承の Mullins 効果が構造物の地震時応答に及ぼす効果に関する数値解析的検討

○東北大学工学部　学生員　川村 駿介
東北大学大学院工学研究科　正　員　山田 正太郎
東北大学大学院工学研究科　正　員　京谷 孝史
東北大学大学院工学研究科　学生員　野崎 陽明

1　はじめに

ゴム材料は，繰り返し負荷を受けると図 1 に示すような損傷に起因する Mullins 効果 [1] と称される履歴特性を示す．ゴム支承単体で見れば損傷は好ましいものではないが，構造物にとっては履歴減衰による揺れの低減効果をもたらす好ましい性質となる可能性がある．そこで，本研究では粘弾性構成則 [2] に損傷を考慮したモデル [3)4)] を搭載した，有限変形理論に基づく有限要素解析コードを開発した上で，Mullins 効果が地震時の構造物の振動に与える影響について調べた．



図–1 Mullins 効果

2　損傷を考慮した粘弾性モデル

2.1　微圧縮性超弾性モデル

ゴム材料は外的作用に対してほぼ非圧縮の条件が保たれる材料であることが知られている．そこで，超弾性構成則による微圧縮性を再現するためのモデルとして，ひずみエネルギー関数 $\Psi(\boldsymbol{C})$ を等容変形成分 $\Psi_{\mathrm{iso}}(\widehat{\boldsymbol{C}})$ と体積変化成分 $\Psi_{\mathrm{vol}}(J)$ に分けて次のように定義する．

$$\Psi(\boldsymbol{C}) = \Psi_{\mathrm{iso}}(\widehat{\boldsymbol{C}}) + \Psi_{\mathrm{vol}}(J)\ ;\ \widehat{\boldsymbol{F}} = J^{-\frac{2}{3}}\boldsymbol{F}\ ,\widehat{\boldsymbol{C}} = \widehat{\boldsymbol{F}}^T\widehat{\boldsymbol{F}} \qquad (1)$$

ここで，$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{F}^T\boldsymbol{F}$，$J = \det{=}\boldsymbol{F}$ である．ひずみエネルギー関数を $\boldsymbol{C}$ で微分することで，2nd Piola-Kirchhoff 応力が次のように得られる．

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{S}_{\mathrm{iso}} + \boldsymbol{S}_{\mathrm{vol}} \qquad (2)$$

$$\boldsymbol{S}_{\mathrm{iso}} = 2\frac{\partial\Psi_{\mathrm{iso}}(\widehat{\boldsymbol{C}})}{\partial\boldsymbol{C}},\quad \boldsymbol{S}_{\mathrm{vol}} = 2\frac{\partial\Psi_{\mathrm{vol}}(J)}{\partial\boldsymbol{C}} \qquad (3)$$

2.2　粘弾性モデル

図 1 に示すような 1 次元の一般化 Maxwell モデルを 3 次元に拡張して用いることで，粘性による応力を次のように与える．

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{S}^{\infty} + \sum_m \boldsymbol{Q}_\alpha \qquad (4)$$

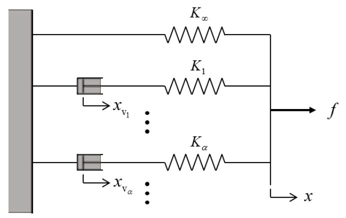
$$\boldsymbol{S}^{\infty} = \boldsymbol{S}^{\infty}_{\mathrm{iso}} + \boldsymbol{S}^{\infty}_{\mathrm{vol}} \qquad (5)$$

ここで，$\boldsymbol{S}^{\infty}$ は十分に時間が経過したときの応力を示し，式 (2) に等しい．$\boldsymbol{Q}_\alpha$ は α-Maxwell 要素により生じる時間依存性の非平衡応力である．$\boldsymbol{Q}_\alpha$ は次の発展則をたたみこみ積分することで求められる．

$$\dot{\boldsymbol{Q}}_\alpha + \frac{\boldsymbol{Q}_\alpha}{\tau_\alpha} = \dot{\boldsymbol{S}}_{\mathrm{iso},\alpha} \qquad (6)$$

$$\boldsymbol{S}_{\mathrm{iso},\alpha} = 2\frac{\partial\Psi_\alpha(\widehat{\boldsymbol{C}})}{\partial\boldsymbol{C}},\quad \Psi_\alpha = \beta_\alpha\Psi^{\infty}_{\mathrm{iso}}(\widehat{\boldsymbol{C}}) \qquad (7)$$

ここで，τ_α は緩和時間，β_α は自由バネに対する α 要素の剛性比 $(\mathrm{K}_\alpha/\mathrm{K}_\infty)$ に相当する材料定数である．



図–2 一般化 Maxwell モデル

2.3　損傷理論

さらに，2-2 に示した粘弾性モデルに損傷理論を適用する．ゴム材料に対して生じる損傷は等容変形成分に対してのみ影響を与えると仮定する．損傷が $\boldsymbol{S}$ に与える影響を損傷係数 ζ を用いて以下のように考慮する．

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{S}^{\infty}_{\mathrm{vol}} + (1-\zeta)(\boldsymbol{S}^{\infty}_{\mathrm{iso}} + \sum_m \boldsymbol{Q}_\alpha) \qquad (8)$$

Mullins 効果を表現するために，ζ の発展則として以下を採用する．

$$\zeta(\alpha) = \zeta_\infty[1 - \exp(-\alpha/\iota)] \qquad (9)$$

$$\alpha(t) = \max_{s\in[0,t]}\Psi_{0,\mathrm{iso}}(s) \qquad (10)$$

ここで，ι, ζ_∞ は材料定数である．α は $\boldsymbol{C}$ 空間に描かれる損傷曲面の大きさを表しており，等容変形により現在までに蓄えられたひずみエネルギーの最大値を記憶する変数である．

Key Words: 免震，ゴム，Mullins 効果，動的解析，有限要素法
〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06, TEL 022-795-7489

3　動的解析手法

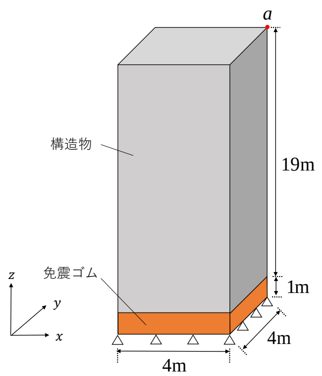
連続体の動的解析では運動方程式の有限要素法による空間的離散化に加え，時間微分を含んだ加速度項に対して時間的離散化を図る必要がある．本研究では，陰的に時間積分を行う Newmark-β 法を採用し，台形公式に一致する $\beta = 0.25, \gamma = 0.50$ を用いた．

4　解析条件

1 次のアイソパラメトリック要素を用いて有限要素解析を行った．免震ゴムで支えられた構造物を解析対象とし，図 2 に示すような単純化したモデルを用いた．下部要素は上記で示したゴム材料モデルとし，超弾性モデルは以下に示す微圧縮性 Neo-Hookean モデルを用いた．

$$\Psi_{\rm iso}(\widehat{\boldsymbol{C}}) = \frac{\mu}{2}(tr(\widehat{\boldsymbol{C}}) - 3), \quad \Psi_{\rm vol}(J) = \frac{1}{2}\kappa(J-1)^2 \qquad (11)$$

また，上部の構造物は粘弾性材料とし，(11) と同様の超弾性モデルを用いた．なお，上部および下部要素に対しては体積ロッキングを回避するために平均体積ひずみ法を用いた．解析に用いた材料定数を表 1 に示す．境界条件は下端の x 方向を加速度境界とし, 図 3 に示す地震波形を入力した．



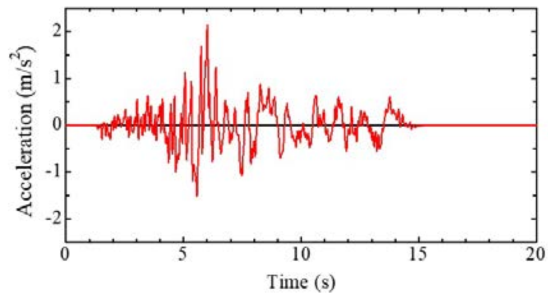
図–3 解析モデル

表–1 材料定数

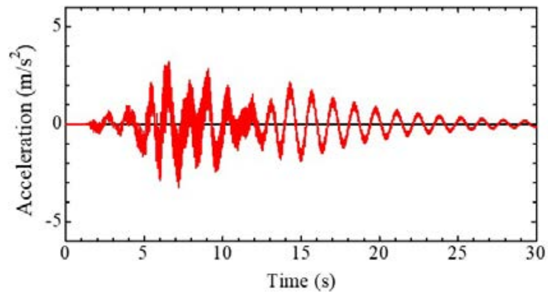
材料定数	免震ゴム	構造物
せん断弾性係数 μ	1.5×10^6N/m^2	1.5×10^9N/m^2
非圧縮性パラメーター κ	10^6N/m^2	10^6N/m^2
最大損傷度 ζ_∞	0.80	—
損傷飽和パラメーター ι	10^5N/m^2	—
緩和時間 τ_α	1.0 s	1.0s
ひずみエネルギー因子 β_α	0.50	0.50

5　解析結果

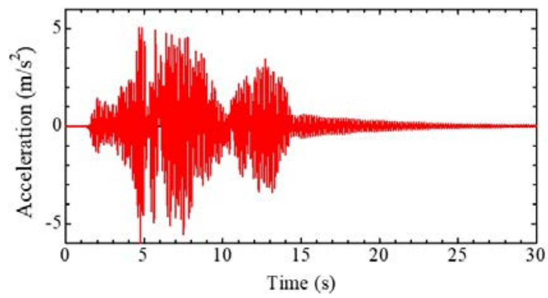
図 4 の点 a における地震時の加速度応答を図 4 に示す．図 5 には比較のため，損傷を考慮しない粘弾性モデルの地震時応答を示す．2 つの結果を比較すると構造物に生じる最大加速度は損傷を考慮した場合で小さくなっている．



図–4 入力地震波形



図–5 損傷を考慮した粘弾性モデル



図–6 粘弾性モデル

6　おわりに

損傷を考慮した粘弾性構成則を用いた数値解析により，免震ゴム支承で生じる損傷 (Mullins 効果) が構造物の振動を減衰させることを示した．

謝辞　本研究は科学研究費補助金（挑戦的研究 (萌芽) : 課題番号 20K21028）および上田記念財団による支援を受けて実施した．

参考文献

1) Mullins, L : Effect of streching on the properties of rubber, *Journal of Rubber Research* **16**,275-289. [1947]
2) Holzapfel, G. A. : Nonlinear Solid Mechanics, *A Continuum Approach for Enineering*, Wiley, pp.282-294, [2000]
3) Simo, J. C. : On a fully three-dimensional finite-strain viscoelastic damage model; Formulation and computational aspects, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* **60**, 153-173. [1987]
4) Holzapfel, G. A. : Nonlinear Solid Mechanics, *A Continuum Approach for Enineering*, Wiley, pp.295-304, [2000]