

Extended B-spline 基底関数を用いた陰的 MPM による弾塑性解析

○東北大学工学部建築・社会環境工学科 学生会員 菅井 理一
 東北大学災害科学国際研究所 正会員 山口 裕矢
 東北大学災害科学国際研究所 正会員 森口 周二
 東北大学災害科学国際研究所 正会員 寺田 賢二郎

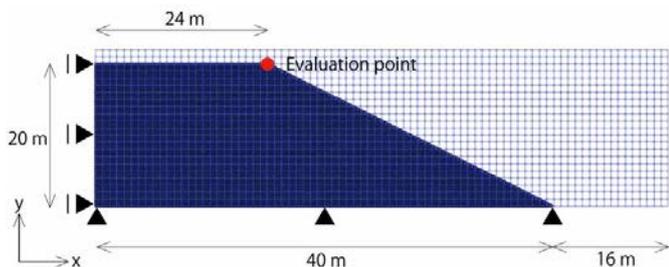


図-1 斜面安定解析で用いたモデル形状と境界条件。

1. はじめに

本研究では Yamaguchi ら¹⁾の提案した EBS-MPM に弾塑性構成則を実装し、複数の例題を通してその適用性に関して検討を行うことを目的とする。検証例題として弾塑性体モデルの斜面の安定計算と、微圧縮性超弾性体モデルを用いた Cock の膜を採用し、EBS-MPM の精度に関して有限要素解析の結果と比較検討する。

2. 解析手法

MPM (material point method) は連続体領域を Lagrange 粒子により離散化し、Euler 格子を用いて計算する手法であり、その特徴から大変形問題へ適用される。EBS-MPM では、陰的 MPM の離散化方法に特有の数値不安定性および境界付近の精度低下を抑制するために Extended B-spline 基底関数 (EBS) を適用した上で、Nitsche の方法により物質境界に配置した境界粒子において Dirichlet 境界条件を課す。これにより、従来の MPM では適用が困難であった複雑な境界条件を含む問題を取り扱うことが可能となる。

3. 数値計算例

3.1 斜面安定解析

陰的 MPM の弾塑性問題への適用性を検討するために、図-1 に示すモデル形状と境界条件にて平面ひずみ状態を仮定した斜面の安定計算²⁾を行う。変位境界条件は計算格子に直接を課している。計算格子は一辺 1.0 m、初期状態として 1 格子内に 4×4 の粒子を等間隔に配置する。変形勾配の乗算分解を仮定した有限変形弾塑性構成則を適用し、その弾性構成則に Hencky 超弾性モデルを、降伏基準に Drucker-Prager モデルを採用する。文献²⁾と同様の材料特性を使用し、粘着力 c と内部摩擦角 ϕ は安全率 (FOS) を用いて低減させ、自重を y 方向に 100 等分して作用させる。

1次 EBS (linear EBS) と 2次 EBS (quadratic EBS) を用いた解析結果として、斜面頂点の鉛直変位と安全率 (FOS) の関係を図-2 に示す。安全率 1.35 以下では 1次、2次 EBS

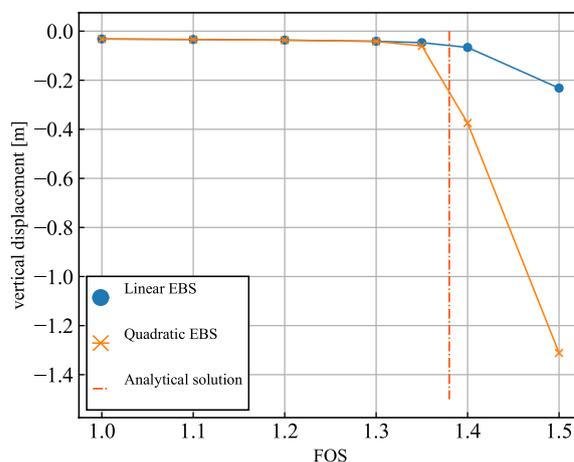


図-2 斜面頂点の鉛直変位と安全率 (FOS) の関係。

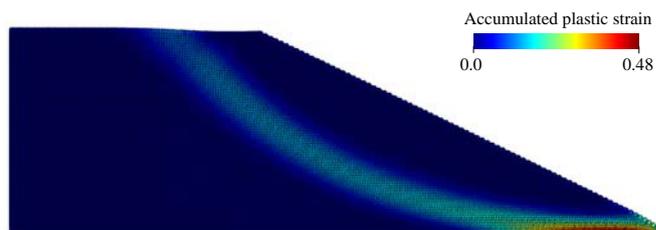


図-3 2次 EBS を用いた FOS = 1.4 における変形図および累積塑性ひずみの分布図。

ともに変位量が小さい。2次 EBS で得た鉛直変位は安全率 1.4 で急激に変化している。FOS の極限解は 1.38 であり、斜面の不安定化を適切に表現できていると考えられる。図-3 に示すように、2次 EBS を用いた解析による安全率 1.4 での累積塑性ひずみの分布図に、円弧状の滑り線を確認できる。一方図-4 に示す 1次 EBS による解析結果として、安全率 1.5 での変形図と累積塑性ひずみの分布では 2次 EBS による分布に比べ、不明瞭となっている。これらの結果より計算精度を向上させるために、高次 EBS を用いることが有用といえる。

3.2 Cock の膜

Mises 降伏関数モデルでは塑性非圧縮性を示すが、これに先立ち微圧縮性に対する EBS-MPM の性能検証を、微圧縮性超弾性モデルの解析を通して行う。文献³⁾を参考に図-5 に示すモデルと境界条件、材料特性のもと、平面ひずみ状態を仮定した 2次元解析を行う。材料構成則は圧縮性 Neo-Hookean 超弾性モデルを使用する。モデル右辺に初期形状において全荷重 1 N になるように分布荷重を鉛直方向に作

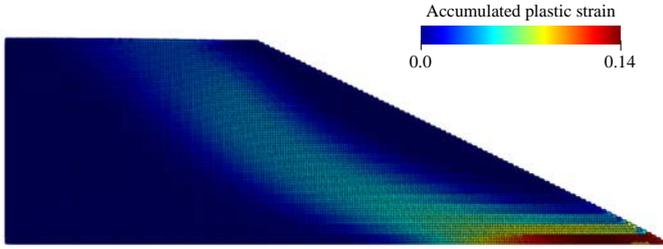


図-4 1次EBSを用いたFOS = 1.5における変形図および累積塑性ひずみの分布図。

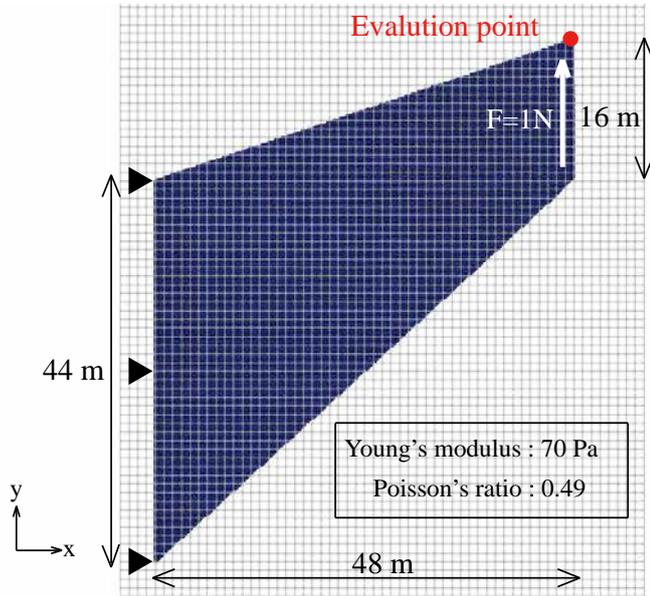


図-5 Cockの膜のモデル形状と境界条件。

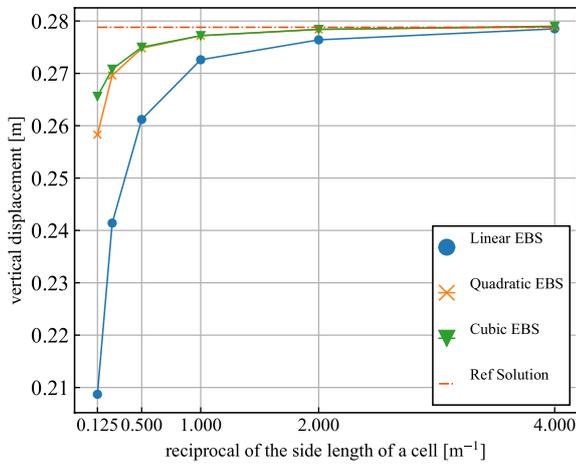


図-6 格子サイズの逆数に対する解の収束状況。

用させる。左側の拘束境界条件はNitscheの方法を用いて課している。計算格子一辺の長さを変えて解析を行い、図-5の評価点にて計測した鉛直変位の収束性を評価する。なお1格子当たりの粒子数は格子サイズによらず一定で、4×4とする。計算格子一辺の長さを、8.0, 4.0, 2.0, 1.0, 0.5, 0.25 mと定め解析をした。

鉛直変位と格子サイズの逆数の関係を示した図-6から、より高次のEBSを用いた場合の方が良好な収束性を示していることが分かる。参照解には一辺当たり100分割した二

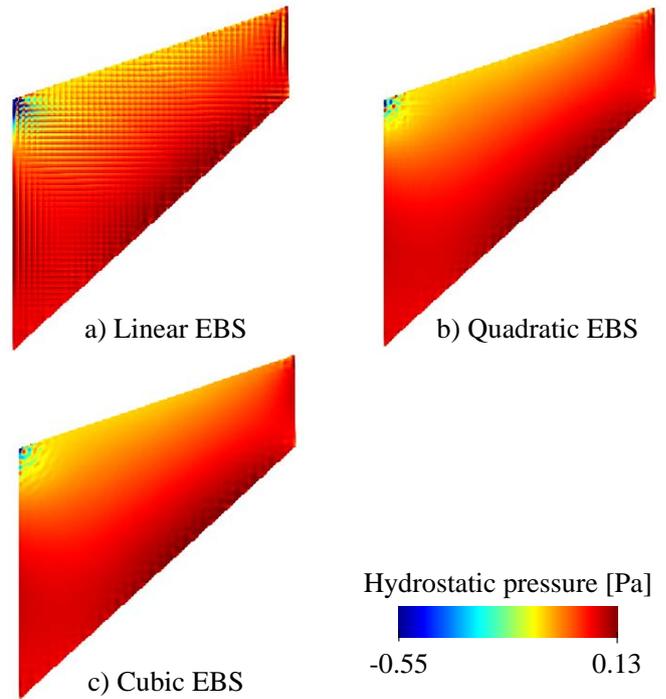


図-7 1次EBS, 2次EBS, 3次EBSによる静水圧分布図。

次要素を用いたFEM解析の結果を用いており、鉛直変位は0.2788 mである。2次EBS, 3次EBS (cubic EBS)による解は格子サイズ1.0 mでどちらも0.2772 mで、参照解におおむね整合している。図-7に示す格子サイズ1.0 mにおける1次から3次EBSによるモデル変形図および静水圧分布より、高次EBSにより圧力振動が抑制されることを確認した。これより高次のEBSを用いることで体積ロッキングを抑制し、二次要素を用いたFEM解析の結果と同程度の精度で計算できると考えられる。

4. まとめ

斜面安定解析の結果から、高次EBSを用いた陰的MPMによる解析が理論解と整合することを確認した。また微圧縮性超弾性体モデルの解析では、高次のEBSを用いることで体積ロッキングを避け、解がFEMによる解に収束することを確認した。以上より陰的MPMの精度が、FEMに匹敵しうる可能性を示した。

今後は微圧縮性超弾性体モデルで確認した性能が、弾塑性解析で同様に得られることを示すべくMises弾塑性体モデルの解析を行い、微圧縮性挙動を示す現象の再現性能に関して検討する予定である。

参考文献

- 1) Yamaguchi, Y., Moriguchi, S. and Terada, K.: Extended b-spline-based implicit material point method, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, in press.
- 2) Griffiths, D. and Lane, P.: Slope stability analysis by finite elements, *Geotechnique*, Vol. 49, No. 3, pp. 387-403, 1999.
- 3) Iaconeta, I., Larese, A., Rossi, R. and Oñate, E.: A stabilized mixed implicit material point method for non-linear incompressible solid mechanics, *Computational Mechanics*, Vol. 63, No. 6, pp. 1243-1260, 2019.