

飛び移り座屈の動的解析

○東北大学工学部

東北大学大学院工学研究科

東北大学大学院工学研究科

学生員 遠山 海

正 員 山田 正太郎

正 員 京谷 孝史

1. はじめに

構造不安定現象を対象とする既往の数値解析の多くは、変位制御や弧長制御法を用いた準静的解析によって行われている。構造不安定現象の1つとして飛び移り座屈を対象とする有限要素解析がこれまでに多数実施されているが、他の構造不安定現象と同様にそのほとんどは準静的仮定の下に荷重－変位関係の経路追跡がなされている。しかし、実際の飛び移り座屈は加速度を伴う動的な不安定現象である。本研究では、有限変形理論に基づく動的な有限要素解析によって、荷重制御下において生じる同現象の数値的再現を試みた。

2. 粘弾塑性構成則

本研究では材料構成則として、図-1に示す塑性を考慮した1次元一般化Maxwellモデルを3次元に拡張した粘弾塑性構成則を採用する。このモデルは図-1に示すような、並列に接続された1つの弾塑性要素と α 個の粘弾性要素から構成される。

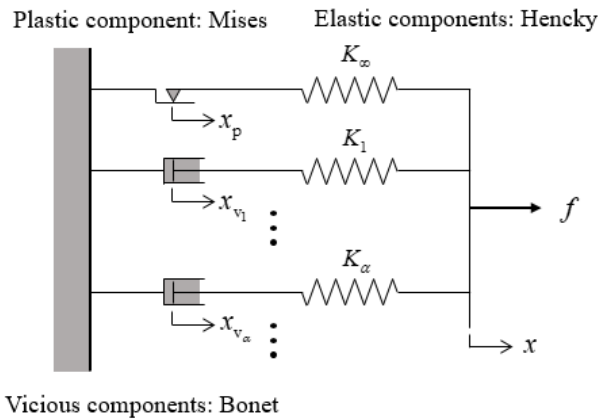


図-1 Maxwell モデル

1次元の一般化Maxwellモデルを有限変形理論に基づく多次元のモデルに拡張するにあたり、全変形勾配 $\mathbf{F}$ の体積変化成分 $J^{1/3}$ と等容変形成分 $\hat{\mathbf{F}}$ へ乗算分解する。

$$\mathbf{F} = J^{1/3} \hat{\mathbf{F}} \quad (1)$$

さらに、弾塑性要素においては $\hat{\mathbf{F}}$ を弾性成分 $\hat{\mathbf{F}}_e$ と塑性成分 $\hat{\mathbf{F}}_p$ へ、 α 要素においては $\hat{\mathbf{F}}$ を弾性成分 $\hat{\mathbf{F}}_{e\alpha}$ と粘性成分

$\mathbf{F}_{v\alpha}$ へ乗算分解する。

$$\hat{\mathbf{F}} = \hat{\mathbf{F}}_e \hat{\mathbf{F}}_p \quad (2)$$

$$\hat{\mathbf{F}} = \hat{\mathbf{F}}_{e\alpha} \mathbf{F}_{v\alpha} \quad (3)$$

図-2に示すように、塑性変形勾配 $\hat{\mathbf{F}}_e$ と $\hat{\mathbf{F}}_{e\alpha}$ は基準配置から中間配置、弾性変形勾配 $\hat{\mathbf{F}}_p$ と $\hat{\mathbf{F}}_{p\alpha}$ は中間配置から現在配置への変形を表す。ただし、中間配置は着目する物質点近傍で定義されること、および一般化Maxwellモデルを構成する要素ごとに定義されることに注意する。

体積変化成分および各要素の弾性成分には対数ひずみに基づくHenckyの超弾性構成則を用いた。塑性成分にはMisesの降伏曲面と線形硬化則を適用するとともに、関連流れ則を用いた。粘性成分にはBonet¹⁾による内部状態変数の発展則を用いた。上記のモデルは等方性を有するモデルであり、主値・主軸に基づく定式化を行った。

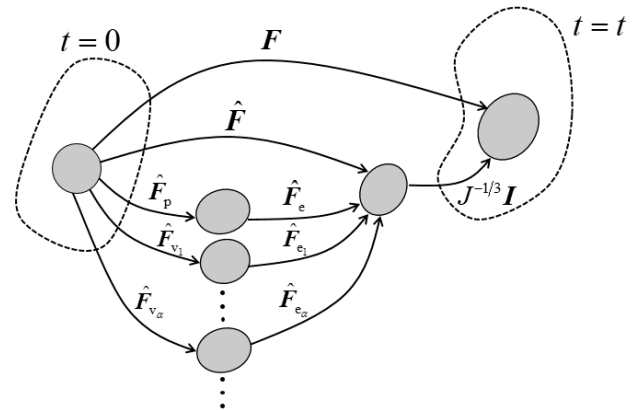


図-2 乗算分解

3. 動的解析手法

動的問題を対象とする本研究では力のつり合い式ではなく運動方程式を解く。慣性項を考慮した仮想仕事式に、有限要素法を適用することで空間的に離散化した。また、Newmark- β 法を用いて陰的に時間積分を行った。パラメータは $\gamma = 1/2$ 、 $\beta = 1/4$ を用いた（台形公式）。

1次のアイソパラメトリック要素を用いた有限要素法では、非圧縮に近い材料を用いると体積ロッキングが生じることが知られている。これを回避するために、Hu-Washizuの変分原理に基づく、平均体積ひずみ法を用いた。

Key Words: 飛び移り、座屈、動的解析、有限要素法

〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06, TEL 022-795-7489

4. 解析条件

解析対象として本研究では図-3 に示すようなモデルを扱った．計 400 要素 (= $2 \times 2 \times 100$) の直方体要素を用い，両端を完全に固定した上で，アーチ頂部を鉛直下向きに荷重制御で載荷した．

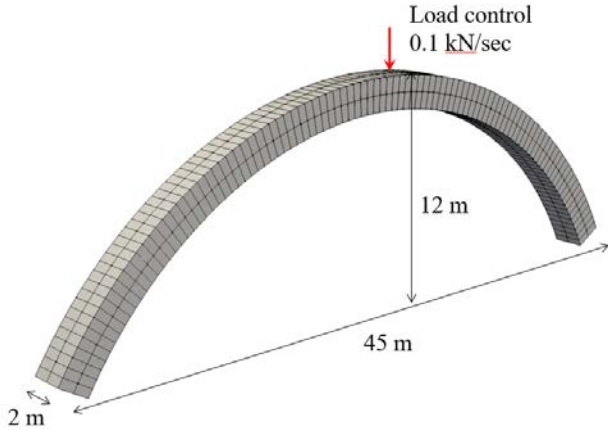


図-3 有限要素モデル

使用した材料定数を表-1 にまとめる．なお， α 要素は 1 つだけ用いた．

表-1 材料定数

材料定数	値
密度 ρ	1.0 g/cm ³
せん断弾性係数 μ	100.0 kN/m ²
非圧縮性パラメーター λ	166.667 kN/m ²
降伏応力 τ_y	15.0 kN/m ²
硬化パラメーター H	1.0 kN/m ²
緩和時間 τ_α	1.0 sec
ひずみエネルギー因子 β_α	0.5

5. 数値解析結果

図-4 と図-5 に超弾性体と粘弾性体を用いた場合の荷重－変位関係を示す．いずれのモデルにおいても準静的解析による変位制御問題と動的解析による荷重制御問題を解いた．準静的解析では飛び移り座屈解析によってよく見られる荷重が低下した後に再上昇する経路が再現されている．一方で，動的解析では，準静的解析において荷重が低下し始めるあたりから変位が jump し，振動しながら荷重が上昇し続けている．いずれのケースにおいても動的な飛び移り座屈現象が再現できていると言える．図-4 と図-5 を比較すると，粘性のあるケースでは，振動が減衰してゆく様子が再現されていることがわかる．

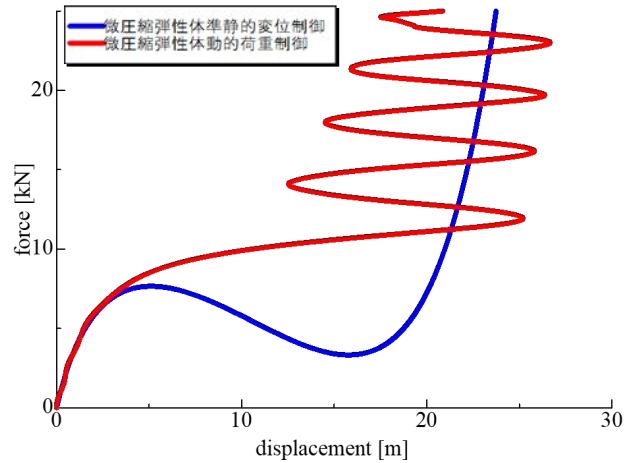


図-4 微圧縮系弾性体モデル

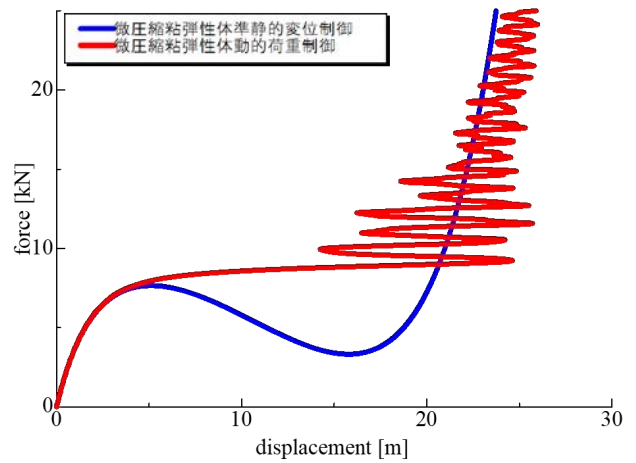


図-5 微圧縮系粘弾性体モデル

6. 結論

本研究では，粘弾性体，粘弾塑性体のアーチ状モデルに対して準静的および，動的解析シミュレーションを行い，動的飛び移り座屈を数値的に再現することに成功した．また，動的解析により生じた振動が粘性を導入することで減衰することを示した．粘弾塑性体の解析結果については，発表の際に口頭で述べる．

参考文献

- 1) J. Bonet : *International Journal of Solids and Structures* **38**,2953-2968. [2001]