

損傷モデルと結合力モデルの破壊エネルギー等価性に基づく 移行理論とその性能評価

○東北大学工学部	学生会員	三浦弘慈
東北大学大学院工学研究科	学生会員	鈴木峻
東北大学大学院工学研究科	非会員	韓霽珂
東北大学大学院工学研究科	非会員	山中耀介
東北大学災害科学国際研究所	正会員	森口周二
東北大学災害科学国際研究所	正会員	寺田賢二郎

1. はじめに

有限要素法によりき裂を解析する手法は要素の剛性を低下させる損傷モデルと要素間に結合力を作用させる離散ひび割れモデルに大別される．本研究では，これらのモデルをシームレスに組み合わせた新たなき裂の発生・進展解析手法を提案するため，Woo *et al.*¹⁾ の selective activation strategy に基づき任意要素境界を多点拘束で結合して破壊が判定される前は損傷モデルを，破壊が判定された後は本研究で提案する破壊に伴うエネルギーの等価性を考慮した結合力モデルを作用させる．最後に，提案手法の性能を評価するための2つの数値解析例により，本研究で提案する破壊エネルギー等価性に基づく移行理論が損傷モデルと結合力モデルをシームレスに解析できることを例証する．

2. 破壊エネルギー等価性に基づく結合力モデル

本研究では，車谷ら²⁾の損傷モデルを基に損傷変数 D がある閾値 D_{cr} に達した要素とその隣り合う要素のコネクティビティを分離して結合力モデルを作用させる．なお， $D = D_{cr}$ に達した要素を損傷バルク要素と呼称し，結合力モデルを挿入した後は損傷バルク要素に対して D_{cr} の一定の損傷変数を課すため，本研究で提案する破壊に伴うエネルギーの等価性を整合させた結合力モデルには以下のような性能が要求される．

- 1) 移行直前の損傷モデルとの力学的挙動が一致すること
- 2) 損傷モデルと同様のエネルギーを表現できること

本研究では，法線方向の結合力，開口変位をそれぞれ $\bar{f}$ ， $\bar{w}$ として以下のような表面力開口変位関係を仮定する．

$$\bar{f} = A \exp(-B\bar{w}) \quad (1)$$

まず，1) に対してモデル移行直後の $\bar{w} = 0$ のときの結合力を移行直前の損傷バルク要素境界における応力と一致させるため次式のような制約を課す．

$$Ae^0 = f_{cr} \rightarrow A = f_{cr} \quad (2)$$

ここに， f_{cr} は $\bar{w} = 0$ の結合力であり，損傷バルク要素の Cauchy 応力 σ ，き裂面上の外向き法線ベクトル $\mathbf{n}$ を用いて次式のように表される．

$$f_{cr} = |\sigma \mathbf{n}| \quad (3)$$

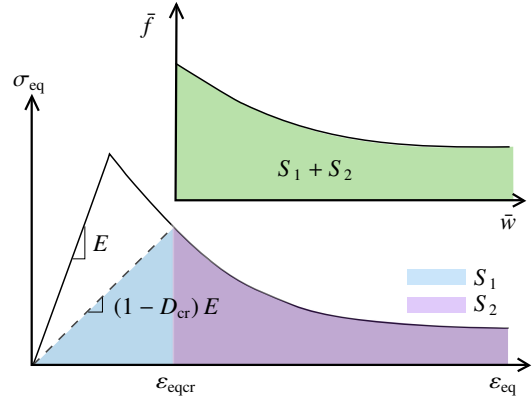


図-1 損傷バルク要素の等価応力-等価ひずみ関係

次に，図-1 に示すような等価応力-等価ひずみ関係より要求性能 2) について考える．具体的には $D = D_{cr}$ となるときに等価ひずみを ϵ_{eqcr} とすると，損傷バルク要素が解放するひずみエネルギーが S_1 ，損傷モデルで失うはずであったエネルギーが S_2 となり，このエネルギーを整合させるため

$$\int_0^\infty \bar{f} d\bar{w} = S_1 + S_2 \rightarrow B = \frac{f_{cr}}{S_1 + S_2} \quad (4)$$

が課せられる．したがって，式 (2)，(4) より，本研究で提案する破壊に伴うエネルギーを考慮した結合力モデルは次式のように表される．

$$\bar{f} = f_{cr} \exp\left(-\frac{f_{cr}}{S_1 + S_2} \bar{w}\right) \quad (5)$$

3. 数値解析例

3.1 基本性能検証のための一軸引張問題

提案手法の基本的な性能を検証するため，図-2 に示すような一軸引張問題に対してメッシュサイズを変化させて損傷モデルのみを適用した解析結果と比較する．ここで，境界条件および解析パラメータは同図の通りであり，メッシュサイズは1要素のサイズを10，5，2 mmの3通りに変化させる．また中央にのみき裂が生じるように解析モデルの中央部の要素には損傷構成則，それ以外の要素には弾性構成則を適用して得られた解析結果について考察する．

図-4 に損傷モデルのみおよびメッシュサイズを変化させた本手法により得られた荷重変位関係を示す．実線が損傷モデルのみを適用したときの解析結果，マーカーが本手法

の結合力モデルに移行した後の解析結果を表しており、荷重を載荷面の面積で除していることを付記しておく。同図に示すようにメッシュサイズを変化させても荷重変位関係が概ね一致することからメッシュサイズ依存性が小さいことがわかる。以上より、一軸引張問題に対しては提案手法がメッシュサイズに依存せずに損傷モデルから結合力モデルへの移行をシームレスな解析が可能になったと言える。

3.2 非一様変形に対する検証のための3点曲げ問題

次に、非一様な変形に対する提案手法の表現性能を検証するため、図-3に示すような片側に切り欠きのある供試体に対して3点曲げ試験を模擬した数値解析を行い、損傷モデルのみを適用した解析結果と比較する。解析条件は同図の通りであり、中央部の要素には損傷構成則、それ以外の要素には弾性構成則を適用し、モデル中央の上側にy方向下向きの2.0 mmの強制変位を載荷させて得られた解析結果について考察する。

損傷モデルと本手法により得られた荷重変位関係の比較を図-5に、損傷変数分布と変形倍率を30倍にしたき裂の進展性状を図-6にそれぞれ示す。図-5の荷重変位関係より損傷モデルと比較してピーク荷重後はわずかに大きな荷重が残留し続けるが、これは式(4)において損傷バルク要素のひずみエネルギー解放分 S_1 を一律に加えたためであると考えられる。また、図-6の切り欠き周辺部の損傷変数分布より、損傷バルク要素以外の要素の損傷が進行していることも荷重変位関係がわずかに一致しなかった要因として考えられるが、先に示した図-5の荷重変位関係より全体的な挙動は一致するため、提案手法は非一様な変形に対しても十分な精度で解析できることがわかる。

4. おわりに

本研究では、損傷モデルから結合力モデルへの移行理論を定式化して損傷モデルと離散ひび割れモデルをシームレスに結合した新たなき裂の発生・進展解析手法を提案した。提案手法の表現性能を検証するための2つの数値解析例のうち、単純な引張問題に対して本手法がメッシュサイズに依存することなく損傷モデルから結合力モデルへ適切に移行できることを例証した。一方、3点曲げ問題に対して、損傷バルク要素のひずみ解放エネルギーと損傷バルク要素以外の要素の損傷変数が発展したため荷重変位関係はわずかに一致しなかったが、全体的な挙動は一致しており十分な精度で解析できることを例示した。今後は、ひずみ解放速度を考慮した表面力開口変位関係の定式化、損傷バルク要素以外の要素の損傷変数の扱いを検討していく予定である。

参考文献

- 1) Woo, K., Peterson, W. M. and Cairns, D. S.: Selective activation of intrinsic cohesive elements, *Journal of Applied Mathematics and Physics*, Vol. 2, No. 12, pp. 1061–1068, November 2014.
- 2) 車谷麻緒ら: コンクリートの破壊力学に基づく等方性損傷モデルの定式化とその性能評価, 日本計算工学会論文集, Vol. 2013, No. 1, pp. 20130015–20130015, 2013.

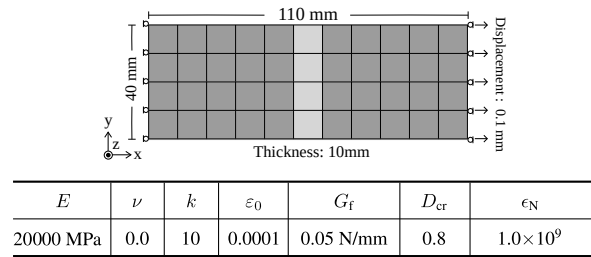


図-2 一軸引張問題に対する解析条件

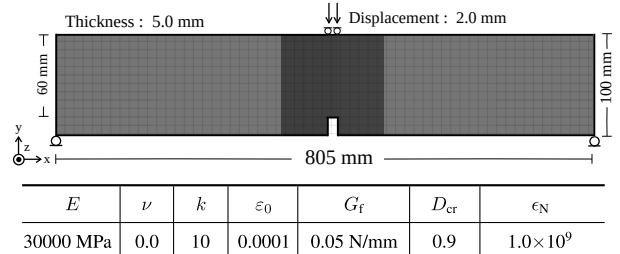


図-3 非一様変形の検証のための3点曲げ問題の解析条件

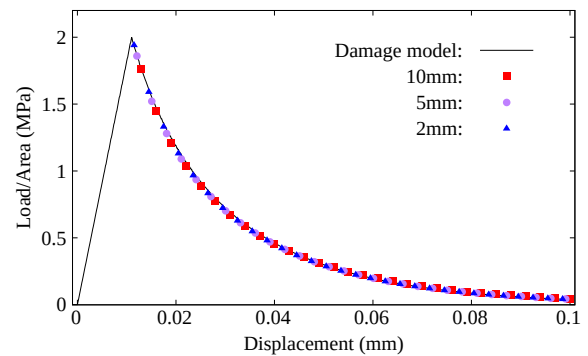


図-4 一軸引張問題に対する荷重変位関係

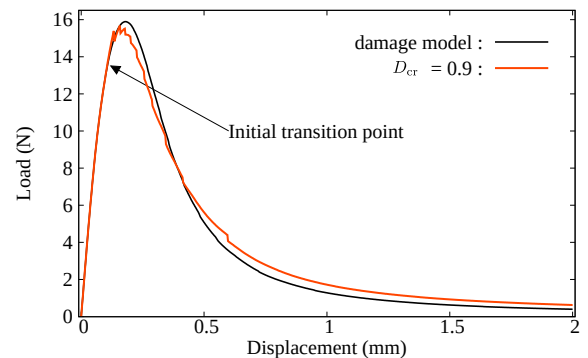


図-5 3点曲げ問題に対する荷重変位関係

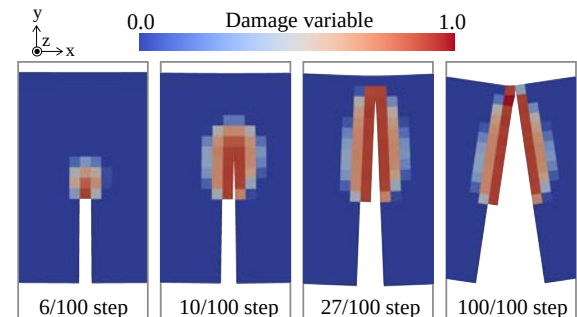


図-6 損傷変数分布とき裂の進展性状（変形倍率30倍）