

地盤材料の繰返しせん断変形に対する 有限変形・回転硬化 Cam-clay モデルの適用性検証

東北大学 学生会員 ○佐藤 祐杜
東北大学 正会員 山川 優樹
東北大学 学生会員 井口 拓哉
東北大学 学生会員 町島 智大

1. はじめに

繰返し載荷時における地盤材料の液状化へ至る過程でみられるサイクリック・モビリティ現象を再現する弾塑性モデルの開発が行われている^{1),2),3),4),5),6),7)}。山川ら⁸⁾は、変形勾配テンソルの乗算分解と超弾性構成式を組み合わせた有限変形・回転硬化 Cam-clay モデルを提案し、陰的差分近似に基づくリターンマッピングアルゴリズムを用いることにより高精度な応力計算を可能にした。

一方で、現在実務に多く用いられている応力-ひずみ関係を直接的に定式化するモデルと比較して、弾塑性モデルは実務での適用実績は未だ多くない。

よって本研究では、繰返しせん断変形に対するサイクリックモビリティを含めた液状化に至る挙動について、有限変形・回転硬化 Cam-clay モデルがどの程度の適用性を持つかを、既往の実験結果やシミュレーション例と比較することにより確認する。

2. 有限変形・回転硬化 Cam-clay モデル

(1) 変形勾配テンソルの乗算分解に基づく諸量の定義

変形勾配テンソル $\mathbf{F}$ を弾性部分・塑性部分へ乗算分解することを仮定し、さらに $\mathbf{F}^p$ をエネルギー貯蓄部分である $\mathbf{F}^{pe}$ とエネルギー消散部分である $\mathbf{F}^{pd}$ に乗算分解を行う。

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}^e \mathbf{F}^p, \quad \mathbf{F}^p = \mathbf{F}^{pe} \mathbf{F}^{pd} \quad (1)$$

$\mathbf{F}^{pe}$ によって異方性塑性硬化を表現し、背応力テンソルの客観速度による発展則を用いない定式化による非線形回転硬化モデルを構築する。

(2) 超弾性構成式

中間配置を参照して表示された超弾性モデルを用いる。超弾性ポテンシャル関数 $W^e(\bar{\mathbf{C}}^e)$ を弾性変形テンソル $\bar{\mathbf{C}}^e := \mathbf{F}^{eT} \mathbf{F}^e$ で微分することで第2 Piola-Kirchhoff 応力 $\bar{\mathbf{S}}$ を得る。

$$W^e(\bar{\mathbf{C}}^e) = \bar{W}^e(J^e) + \hat{W}^e(J^e, \bar{\mathbf{C}}_{dis}^e) \quad (2)$$

$$\bar{\mathbf{S}} = 2 \frac{\partial W^e(\bar{\mathbf{C}}^e)}{\partial \bar{\mathbf{C}}^e} \quad (3)$$

ここで、弾性体積変化を $J^e := \det \mathbf{F}^e = (\det \bar{\mathbf{C}}^e)^{1/2}$ 、塑性体積変化を $J^p := \det \mathbf{F}^p = (\det \mathbf{C}^p)^{1/2}$ としている。また、 $\bar{\mathbf{C}}^e$ の等積成分 $\bar{\mathbf{C}}_{dis}^e = (J^e)^{(-2/3)} \bar{\mathbf{C}}^e$ を用いている。紙面の都合により $W^e(\bar{\mathbf{C}}^e)$ の具体形は省略するが、本研究で用いる超弾性モデルでは体積弾性係数とせん断弾性係数ともに圧力依存性を有する。

(3) 回転硬化に関する構成式

回転硬化に関する構成式は、回転硬化に関する変形内部変数テンソル $\tilde{\mathbf{C}}^{pe} := \mathbf{F}^{peT} \mathbf{F}^{pe}$ と第2 Piola-Kirchhoff 応力に類似した回転硬化応力比テンソル $\tilde{\mathbf{S}}^{rot}$ との関係式として与える。回転硬化に関するポテンシャル関数 W^{rot} を $\tilde{\mathbf{C}}^{pe}$ で微分することで $\tilde{\mathbf{S}}^{rot}$ を導く。

$$\tilde{\mathbf{S}}^{rot} = 2 \frac{\partial W^{rot}(\tilde{\mathbf{C}}^{pe})}{\partial \tilde{\mathbf{C}}^{pe}} \quad (4)$$

ここで、 $W^{rot}(\tilde{\mathbf{C}}^{pe})$ は $\tilde{\mathbf{C}}^{pe}$ の等積成分 $\tilde{\mathbf{C}}_{dis}^{pe} := (J^{pe})^{-2/3} \tilde{\mathbf{C}}^{pe}$ を用いており、 $\det \tilde{\mathbf{C}}^{pe} = (J^{pe})^2$ 、 $\det \tilde{\mathbf{C}}_{dis}^{pe} = 1$ である。

(4) 回転硬化モデルに用いる修正応力の導入

回転硬化モデルの定式化において、中間配置 $\bar{\mathbf{K}}$ を参照する修正 Mandel 応力を次式のように定義する。

$$\bar{\mathbf{M}}^{mod} := \bar{\mathbf{M}} - (-\bar{P} + P_t) \bar{\mathbf{M}}_{dev}^{rot} \quad (5)$$

ここで、Mandel 応力 $\bar{\mathbf{M}}$ と式 (3) の $\bar{\mathbf{S}}$ は $\bar{\mathbf{M}} = \bar{\mathbf{C}}^e \bar{\mathbf{S}}$ で関係づけられる。また、式 (5) を pull-back すると、基準配置 $\mathcal{K}_0$ を参照する修正応力が次のように得られる。

$$\mathbf{M}^{mod} = \mathbf{F}^{pT} \bar{\mathbf{M}}^{mod} \mathbf{F}^{p-T} = \mathbf{M} - (-P + P_t) \mathbf{M}_{dev}^{rot} \quad (6)$$

ここで、 P は基準配置 $\mathcal{K}_0$ を参照する応力 $\mathbf{M}$ の平均垂直応力であり、 $P := \frac{1}{3} \text{tr} \mathbf{M}$ と定義している。

(5) 中間配置 $\bar{\mathbf{K}}$ を参照する下負荷面関数

中間配置 $\bar{\mathbf{K}}$ を参照する修正応力 $\bar{\mathbf{M}}^{mod}$ の3不変量 $\bar{P}^{mod}$ 、 $\bar{Q}^{mod}$ 、 $\bar{\Theta}^{mod}$ を用いた $\bar{\mathbf{M}}^{rot}$ の下負荷面関数 f の定義を以下に示す。以下の式で用いている $\bar{P}^{mod}$ 、 $\bar{Q}^{mod}$ 、 $\bar{\Theta}^{mod}$ はそれぞれ、式 (6) で定義した修正 Mandel 応力 $\bar{\mathbf{M}}$ の平均垂直応力、偏差不変量、Lode 角である。

$$f(\bar{\mathbf{M}}, \bar{\mathbf{M}}^{rot}, P_c, R) := \frac{(\bar{Q}^{mod})^2}{\{M(\bar{\Theta}^{mod})\}^2 - c(\bar{\eta}^{rot})^2} + (\bar{P}^{mod} - P_t) [\bar{P}^{mod} - \{P_t + R(P_c - P_t)\}] \quad (7)$$

M は Lode 角に依存した限界応力比、 R は下負荷面モデルにおける正規降伏比、 P_t は引張降伏応力、 P_c は圧密降伏応力である。また、 $\bar{\eta}^{rot}$ は 2.(3) 節で述べた回転硬化の程度を表す応力比変数である。これを右辺第1項の分母に用いることにより、回転硬化の進行に伴う楕円形 Cam-clay 降伏面の扁平化を導入している。 c はその係数である。

3. 適用性検証

(1) 解析結果の一例と比較・検討

非排水条件を想定して体積一定拘束のもとで x_{12} 方向にせん断変形を与え、応力せん断成分の絶対値 $|\sigma_{12}|$ が所定の値 $\sigma_* = 30(\text{kPa})$ に達したら変形を反転させる応力振幅制御

Key Words: 有限変形, 弾塑性構成式, Cam-clay モデル, 回転硬化, 繰返しせん断変形

〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06, Phone: 022-795-7417, E-mail: yuki.yamakawa.c7@tohoku.ac.jp

による繰返し変形解析を行った。

表-1 の材料定数を用いた解析によって得られた応力-ひずみ関係と有効応力経路をそれぞれ図-1、図-2 に示す。また、比較対象として、実務に多く利用されている多重せん断機構モデルの解析結果⁹⁾を図-3 に示す。ここで、図-3 は、細粒分含有率 $F_C < 5\%$ かつ等価 N 値 = 10 の地盤材料を仮定し、本研究と同様に非排水・体積一定の条件において繰返しせん断変形を与えた例である。

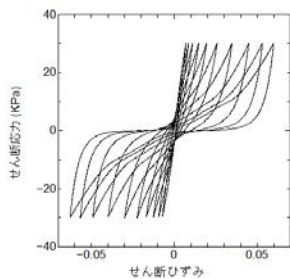


図-1 応力-ひずみ関係

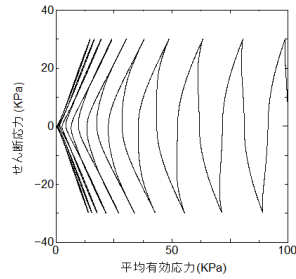


図-2 有効応力経路図

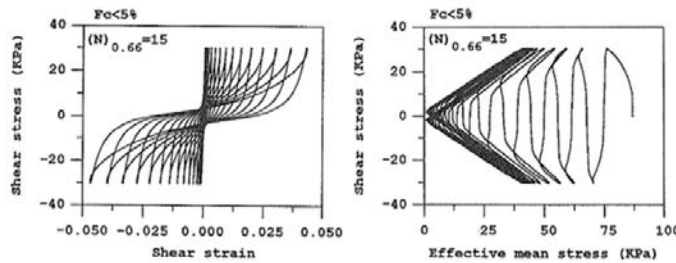


図-3 多重せん断機構モデルの解析例

表-1 材料定数（繰返しせん断試験）

材料定数	値
弾塑性圧縮指数 λ^*	2.0×10^{-2}
弾性圧縮指数 κ^*	1.2×10^{-2}
せん断弾性係数の基準値 μ_0^s	5.0 MPa
圧力 p_i 時のせん断弾性係数 μ_i^s	0.0
せん断弾性係数の圧力依存係数 α	1.0
軸対称圧縮状態での限界応力比 M_{TC}	1.2
軸対称圧縮状態での塑性ポテンシャル面の形状比 N_{TC}	1.2
弾性引張限界応力 p_i	1.0×10^{-8}
塑性引張限界応力 p_i	1.75×10^{-2}
回転硬化による降伏面の扁平化係数 c	1.0
回転硬化限界応力比 M_r, TC	1.2
回転硬化の発展係数 b_r	15
回転硬化則の非線形性を表す指数 β	1.0
偏差硬化・軟化境界応力比 M_d, TC	8.0×10^{-3}
偏差硬化・軟化係数 h_{s1}	0.80
偏差硬化・軟化に用いる定数 a	0.0
偏差硬化・軟化に用いる定数 b	1.0
弾性限界の正規降伏比 R_e	0.0
下負荷面発展係数の基準値 u_0	10
下負荷面発展係数の Lode 角依存性 ν	0.0
累積偏差塑性ひずみによる	
下負荷面発展係数の減少指数 ζ	3.5×10^{-2}
基準状態での平均垂直応力 P_0	-100 kPa
先行圧密応力 P_{c0}	-100 kPa
過圧密比 OCR	1.0

図-1 より、繰返し载荷にともなうひずみが増加し $\sigma_{max} = 30$ (kPa) に達した点で折り返していることや、ひずみ振幅が増幅し地盤材料が軟化していることが分かる。また、図-2 より、繰返し载荷が進むごとに平均有効応力が低下していき液状化に達する様子や、繰返しせん断過程で平均有効応力の増加に伴いせん断剛性が増加するサイクリックモビリティ

ティの特徴的な挙動が確認できる。これらは図-3 と同程度の再現結果が得られていると言え、载荷-除荷曲線も近い軌跡を描けていることが分かる。

しかし、図-1 より、ひずみが 4% 付近に達した後、繰返し载荷ごとのひずみ振幅の拡大程度が小さくなっていることが確認できる。原因の一例として、塑性変形の進行に伴う正規降伏比 R の増加程度が小さくなってしまっていることが挙げられる。これはパラメータ調整による改善も見込めるが、本解析では改善は見られなかった。

また、応力制御により繰返し载荷を与える過程で、ある値以上の応力増分を与えた場合にリターンマッピングの反復求解計算が収束せず、不適切な結果が得られる例も確認された。これは弾性域と塑性域の境界を超えるような応力増分を 1 ステップで与えた場合に諸量の更新計算が適切になされていないことが原因と考えられ、こうした条件に対応した解析アルゴリズムの改善が今後必要である。しかし、応力増分をある値まで小さく設定することで適切な計算結果が得られることも確認された。

(2) 結論

本研究では、応力-ひずみ関係と有効応力経路にみられるサイクリックモビリティの挙動について既往のモデルと同程度の再現結果が得られた。よって、有限変形・回転硬化 am-clay モデルの液状化に至る挙動に対する適用性を確認できた。しかし材料パラメータの設定によっては、地盤材料が液状化に至った後に、所定の応力振幅に対してひずみ振幅が次第に縮小してしまう挙動が見られたことから、この点については改善が必要と考えられる。今後もパラメータ調整による挙動の変化を確認し、本モデルの改良に努める予定である。

参考文献

- 1) A. Elgamal, Z. Yang, E. Parra, A. Ragheb: Modeling of cyclic mobility in saturated cohesionless soils. *International Journal of Plasticity*, Vol. 19, pp. 883-905, 2003.
- 2) Feng Zhang, Bin Ye, Toshihiro Noda, Masaki Nakano, Kentaro Nakai: Explanation of cyclic mobility of soils: Approach by stress-induced anisotropy. *Soils and Foundations*, Vol. 47, No. 4, pp. 635-648, 2007.
- 3) 橋口公一, 間瀬辰也: 下負荷面モデルによるサイクリックモビリティの物理的解釈と定量的表現. 地盤工学ジャーナル, 地盤工学会, Vol. 6, No. 2, pp. 225-241, 2011.
- 4) Jian-Min Zhang, Gang Wang: Large post-liquefaction deformation of sand, part I: physical mechanism, constitutive description and numerical algorithm. *Acta Geotechnica*, Vol. 7, pp. 69-113, 2012.
- 5) Rui Wang, Jian-Min Zhang, Gang Wang: A unified plasticity model for large post-liquefaction shear deformation of sand. *Computers and Geotechnics*, Vol. 59, pp. 54-66, 2014.
- 6) Alireza Najma, Manouchehr Latifi: Predicting flow liquefaction, a constitutive model approach. *Acta Geotechnica*, Vol. 12, Issue 4, pp. 793-808, 2017.
- 7) Fusao Oka, Sayuri Kimoto: A cyclic elastoplastic constitutive model and effect of non-associativity on the response of liquefiable sandy soils. *Acta Geotechnica*, Vol. 13, pp.1283-1297, 2018.
- 8) 山川優樹, 山口洋介, 橋口公一, 池田清宏: 拡張下負荷面 Cam-clay モデルの有限変形に基づく定式化とリターンマッピングを用いた陰的応力更新法. 応用力学論文集 Vol. 13, pp. 411-422, 2010.
- 9) 森田年一, 井合進, Hanlong Liu, 一井康二, 佐藤幸博: 液状化による構造物被害予測プログラム FLIP において必要な各種パラメータの簡易設定法. 港湾技研資料 No869, June 1997