

陽的 MPS 法の圧力振動問題に関する検討

岩手大学 学生会員 ○野上経矩, 正会員 小笠原敏記

1. はじめに

MPS 法は、粒子法と呼ばれる流体解析手法の一つである。粒子法とは、連続体である流体を粒子で表現することによって離散化し、粒子の挙動を表すための数値計算法である。MPS 法の陽的アルゴリズムは、代入操作のみのアルゴリズムになるので、半陰的アルゴリズムに比べ、容易に理解しやすいプログラムと言える。また、音速の値を適切に選択することにより、半陰的解法に比べて高速計算が可能となる。一方で、いずれの方法においても、圧力値が振動するという問題点がある。

そこで本研究では、陽的 MPS 法を用いて、先述した問題について検討する。静水状態における圧力分布の精度検証を行い、クーラン数との関係から、圧力振動を抑制できる条件を検討する。

2. 計算手法の概要

2.1 陽的 MPS 法のアルゴリズム

MPS 法のアルゴリズムを図-1 に示す。陽的アルゴリズムでは、圧力 P_i は以下の式(1)を用いて算出し、圧力勾配項の計算には発散モデルを適用させる。

$$P_i = c^2 \frac{\rho_0}{n_0} (n_i - n_0) \quad (1)$$

ここで、 n ：粒子数密度、 ρ ：流体の密度、 c ：音速を表し、右下添え字の 0 は、粒子が等間隔に並べられている初期時刻($t=0s$)における値を表す。

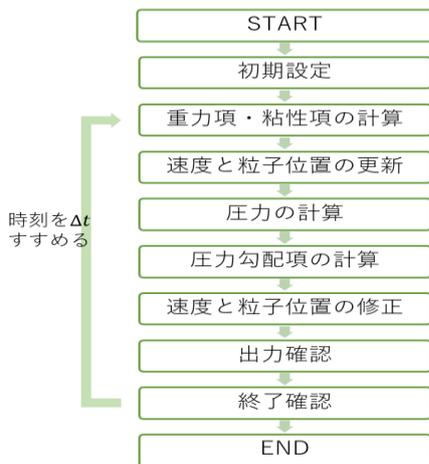


図-1 MPS 法のアルゴリズム

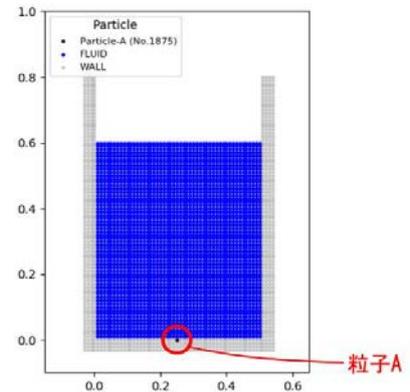


図-2 初期時刻の粒子配置

表-1 計算条件

流体密度 ρ [kg/m ³]	1000
重力加速度 g [m/s ²]	9.8
動粘性係数 [m ² /s]	1.0×10^6

また、自由表面粒子の判定条件は以下の式(2)で定め、自由表面粒子の圧力値はゼロとする。これは、負圧によって引力が生じ、計算の発散を防ぐためである。

$$n_i < n_0 \quad (2)$$

2.2 初期形状と計算条件

静水圧試験の初期粒子配置を図-2 に示す。底面中央の粒子を粒子 A とし、この粒子について圧力を測定する。表-1 は計算条件を示す。音速 c は、流速の最大値 u_{max} とマッハ数 Ma を用いて、次式で算出する。

$$Ma = \frac{u_{max}}{c} \quad (3)$$

流速の最大値 u_{max} は、Khayyer ら(2008)を参考に、水柱の初期高さ H を用いて、次式で計算することができる。

$$u_{max} = 2\sqrt{gH} \quad (4)$$

ここで、 g は重力加速度である。本試験では $H=0.60m$ より、 $u_{max}=4.85m/s$ を使用した。

3. 計算結果と考察

3.1 圧力の時間変化

図-3 は、粒子間距離 $l_0=1.0 \times 10^{-2}m$ 、時間刻み幅 $\Delta t=4.1 \times 10^{-4}s$ における、粒子 A の圧力の時間変化を示したものである。 $Ma=0.2$ では、圧力振動が顕著に見られたが、

キーワード MPS 法, 粒子法, 数値計算, 圧力振動, 陽的 MPS 法

連絡先 〒020-8551 岩手県盛岡市上田 4-3-5 岩手大学工学部 togasa@iwate-u.ac.jp

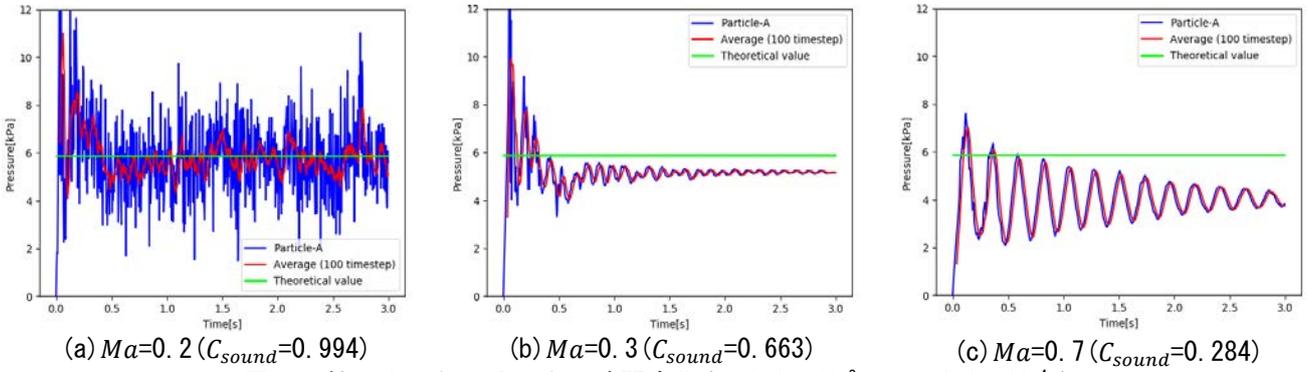


図-3 粒子 A における圧力の時間変化 ($l_0=1.0 \times 10^{-2}\text{m}$, $\Delta t=4.1 \times 10^{-4}\text{s}$)

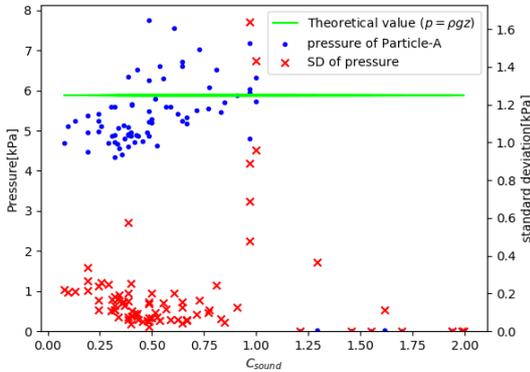


図-4 クーラン数と平均圧力・標準偏差の関係

$Ma=0.3$, 0.7 では、圧力振動は $Ma=0.2$ に比べて抑制されていることが確認できる。これは、マッハ数 Ma を大きくすることで、圧縮性の効果により、圧力振動が抑制されたと推測される。

$Ma=0.7$ では、圧力の値が長周期で振動するような特徴が見られ、振動の振幅は、 $Ma=0.3$ に比べて大きいことが言える。また、 $Ma=0.2$ では、理論値を中心に振動しているが、 $Ma=0.3, 0.7$ では、圧力値が理論値を下回る傾向にあり、圧力値の精度は低いと言える。

3.2 クーラン数との関係

次に、圧力分布や圧力振動に影響を及ぼすパラメータについて調べるため、時間刻み幅 Δt と粒子間距離 l_0 を考慮した音速によるクーラン数 C_{sound} との関係を検討する。クーラン数は、音速を用いた C_{sound} と、流速を用いた C_{flow} があり、それぞれ以下の式(5)および式(6)で与えられる。

$$C_{sound} = \frac{c\Delta t}{l_0} \quad (5)$$

$$C_{flow} = \frac{u_{max}\Delta t}{l_0} \quad (6)$$

大地ら(2010)によれば、計算の安定条件として、 C_{sound} は 1.0 未満、 C_{flow} は 0.2 未満が適している。よって、 C_{flow} は 0.2 未満になるように各パラメータを設定し、様々な条件で計算を実施した。 $t=2.0\text{s}$ から $t=3.0\text{s}$ までの

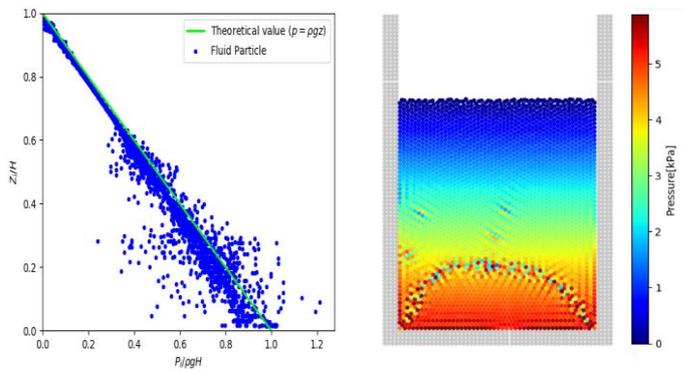


図-5 平均圧力の鉛直分布

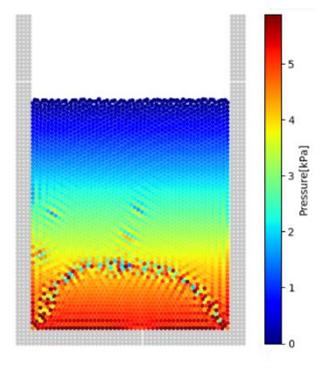


図-6 平均圧力の空間分布

粒子 A の圧力の時間平均値と、その標準誤差を図-4 に示す。図-4 より、クーラン数(音速) C_{sound} が大きくなるほど、圧力値(●)が増加する傾向にあり、理論値に近い値となる。また、クーラン数が 0.35 程度から 0.90 程度の間では標準偏差(×)が小さくなり、圧力振動が抑制されていることがわかる。

この結果を踏まえて、図-5 および図-6 に、 $l_0=1.0 \times 10^{-2}\text{m}$, $\Delta t=4.1 \times 10^{-4}\text{s}$, $Ma=0.4$ ($C_{sound}=0.497$ / $C_{flow}=0.199$) における $t=2.0-3.0\text{s}$ の時間平均の圧力分布を示す。水深の 1/3 程度より浅いところでは理論値と良好な一致が見られたが、深いところでは理論値とのずれが大きく精度が悪いことが言える。この要因として、図-6 より、隅角部の圧力の計算に問題があると推察される。精度向上には隅角部の改善が必要であり、今後の課題である。

参考文献

- 1) A. Khayyer, H. Gotoh, S. D. Shao: Corrected incompressible SPH method for accurate water-surface tracking in breaking waves, Coastal Eng. 55, 236-250, 2008
- 2) 大地雅俊, 越塚誠一, 酒井幹夫: 自由表面流れ解析のための MPS 陽的アルゴリズムの開発, 日本計算工学会論文集, No.20100013, 2010