

弾塑性摩擦モデルの陰的摩擦力更新アルゴリズムの構築とスティックスリップ現象の再現

東北大学工学部	学生員 ○	岡部 開
東北大学大学院工学研究科	正 員	山田 正太郎
東北大学大学院工学研究科	正 員	京谷 孝史
東北大学大学院工学研究科	正 員	松原 成志朗

1. はじめに

スティックスリップ運動とは摩擦境界面において固着とすべりを繰り返す振動現象である。プレート境界地震もスティックスリップ運動として説明されることがある。本研究では、尾崎ら (2007) の提案する時間依存性弾塑性摩擦モデルに適合する陰的摩擦力更新アルゴリズムを構築した上で、スティックスリップ運動の数値的再現を試みた。

2. 弾塑性摩擦モデル

以下に尾崎らの提案する弾塑性摩擦モデルについて説明する。このモデルでは、静止摩擦係数と動摩擦係数の違いを考慮するために、摩擦係数を $\mu_k \leq \mu \leq \mu_s$ を満たす変数とする。ここで、 μ_k は動摩擦係数、 μ_s は静止摩擦係数である。 μ の発展則を以下のように与える。

$$\dot{\mu} = V_k(\mu)\|\dot{\mathbf{v}}^p\| + V_s(\mu) \quad (1)$$

右辺第一項は $\|\dot{\mathbf{v}}^p\|$ に起因する μ の減少項であり、第二項は時間経過に起因する μ の増加項である。 $V_k(\mu)$ と $V_s(\mu)$ の具体系を次式で与える。

$$\begin{cases} V_k(\mu) = -\kappa(\mu - \mu_k) \\ V_s(\mu) = \xi(\mu_s - \mu) \end{cases} \quad (2)$$

ここで、 κ は凝着解消指数、 ξ は凝着発達指数である。このモデルの正規塑性すべり面は次式で与えられる。

$$\hat{f}_t = \mu f_n \quad (3)$$

このモデルでは、微小な繰り返し負荷による塑性すべりの集積などを目的に、下負荷面の概念 (図-1) を導入する。 f_n 面上における正規塑性すべり面に対する下塑性すべり面の相似比を R とする。現接触力は常に下塑性すべり面上にあるため、同負荷面は以下のように表される。

$$f_t = R\mu f_n \quad (4)$$

相対変位を弾性成分と塑性成分に加算分解する。

$$\bar{\mathbf{u}} = \bar{\mathbf{u}}^e + \bar{\mathbf{u}}^p \quad (5)$$

弾性摩擦則を次式で与える。

$$\mathbf{f} = \frac{\partial \Psi}{\partial \bar{\mathbf{u}}^e}; \quad \Psi(\bar{\mathbf{u}}^e) = -\frac{\alpha_n}{2}(\bar{u}_n^e)^2 - \frac{\alpha_t}{2}(\bar{u}_t^e)^2 \quad (6)$$

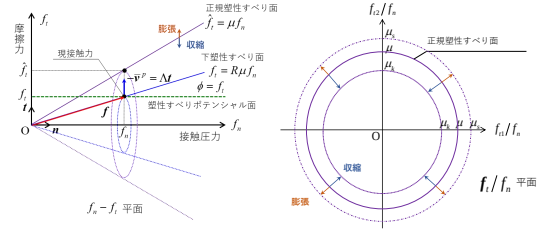


図-1 下負荷面

塑性すべり則を用いる。

$$\dot{\mathbf{v}}^p = -\dot{\gamma} \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{f}}; \quad \phi = f_t \quad (7)$$

R の発展則を次式で与える。

$$\dot{R} = U(R)\|\dot{\mathbf{v}}^p\|; \quad U(R) = -m \ln(R) \quad (8)$$

負荷基準は $\dot{\gamma} > 0$ として与えられる。

以下の塑性すべり関数を定義しておく。

$$\Phi(\mathbf{f}, \mu, R) = f_t - R\mu f_n \quad (9)$$

である。

3. 陰的摩擦力更新アルゴリズム

本研究では、リターンマッピングを内包する陰的摩擦力更新アルゴリズムを構築する。更新アルゴリズムは以下の3手順で構成される。

(1) 試行弾性計算

$\Delta \bar{\mathbf{u}}$ が与えられると、それぞれの試行弾性計算は以下となる。

$$\bar{\mathbf{u}}_{n+1}^{e(\text{trial})} = \bar{\mathbf{u}}_n^e + \Delta \bar{\mathbf{u}} \quad (10)$$

$$\mathbf{f}_{n+1}^{e(\text{trial})} = \frac{\partial \Psi}{\partial \bar{\mathbf{u}}^e} \bigg|_{n+1}^{(\text{trial})} \quad (11)$$

$$\mu_{n+1}^{(\text{trial})} = \mu_n + V_s(\mu_{n+1}^{(\text{trial})})\Delta t \quad (12)$$

$\mu_{n+1}^{(\text{trial})}$ は式 (16) を解いて求める。 μ は除荷時も発展することに注意する。

(2) 負荷判定

$\Phi(f_{n+1}^{(trial)}, \mu_{n+1}^{(trial)}, R_n) \leq 0$ ならば、試行弾性計算で得られた値をそのステップで得られた値として更新する。

$$f_{n+1} = f_{n+1}^{(trial)} \quad (13)$$

$$\bar{u}_{n+1} = \bar{u}_{n+1}^{(trial)} \quad (14)$$

$$\mu_{n+1} = \mu_{n+1}^{(trial)} \quad (15)$$

なお、式 (20) を解いて R_{n+1} を求める。

$$\Phi(f_{n+1}^{(trial)}, \mu_{n+1}^{(trial)}, R_{n+1}) = 0 \quad (16)$$

(3) 塑性修正計算 (リターンマッピング)

塑性すべりが発生した場合、 $\bar{u}_{n+1}^e, \Delta\gamma, \mu_{n+1}, R_{n+1}$ について次式を解く。

$$\bar{u}_{n+1}^e - \bar{u}_{n+1}^{(trial)} - \Delta\gamma \left. \frac{\partial \phi}{\partial f} \right|_{n+1} = 0 \quad (17)$$

$$\mu_{n+1} - \mu_n - \Delta\gamma V_k(\mu_{n+1}) \left\| \frac{\partial \phi}{\partial f} \right\|_{n+1} - V_s(\mu_{n+1}) \Delta t \quad (18)$$

$$R_{n+1} - R_n - \Delta\gamma U(R_{n+1}) \left\| \frac{\partial \phi}{\partial f} \right\|_{n+1} = 0 \quad (19)$$

$$\Phi(f_{n+1}, \mu_{n+1}, R_{n+1}) = 0 \quad (20)$$

ここに、

$$f_{n+1} = \left. \frac{\partial \Psi}{\partial \bar{u}} \right|_{n+1} \quad (21)$$

である。

4. Consistent 接線係数

本研究における Consistent 接線係数は以下となる。

$$\delta f = \tilde{C}_{n+1}^{ep} \delta \bar{u} \quad (22)$$

$$\tilde{C}_{n+1}^{ep} = \begin{cases} -\alpha_n \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} - \tilde{\alpha}_t (\mathbf{I} - \mathbf{n} \otimes \mathbf{n}) - (\alpha_t - \tilde{\alpha}_t) \mathbf{t}_{n+1}^{(trial)} \otimes \mathbf{t}_{n+1}^{(trial)} \\ - \frac{\alpha_t \mathbf{t}_{n+1}^{(trial)} \otimes \alpha_n R_{n+1} \mu_{n+1} \mathbf{n} - \alpha_t \mathbf{t}_{n+1}^{(trial)}}{\alpha_t + R_{n+1} \tilde{V}_{k,n+1} f_{n+1}^{(trial)} + \tilde{U}_{n+1} \mu_{n+1} f_{n+1}^{(trial)}} \quad (\Delta \bar{u}^p) \neq 0 \\ -\alpha_n \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} - \alpha_t (\mathbf{I} - \mathbf{n} \otimes \mathbf{n}) \quad (\Delta \bar{u}^p = 0) \end{cases} \quad (23)$$

5. スティックスリップ運動のシュミレーション

解析対象とする、運動のモデルとして本研究では図-2 に示すようなモデルを用いた。このモデルの運動方程式は以下の式となる。

$$M \bar{a}_t(t) = K(Vt - \bar{u}_t(t)) - S f_t(t) \quad (24)$$

ここで、 M はスライダの質量、 K はばね定数、 V はドライバーの速さ、 S はスライダと底盤の見かけの接触面積である。

$f_t(t)$ は上述した計算により求める摩擦力である。この運動方程式をリターンマッピングを用いて解き、スティックスリップ運動の解析を行う。解析には Newmark- β 法を使用し、

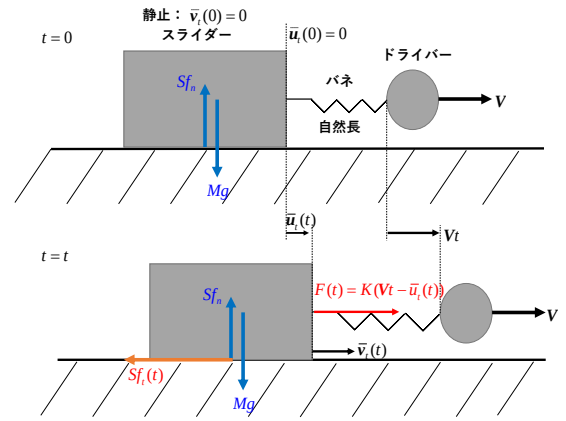


図-2 解析モデル

$\beta = 1/4, \gamma = 1/2$ とした。各ステップの終了時刻において、式 (24) を立て、これを Newton-Raphson 法により解いた。式 (24) の線形化方程式を解く際には上記アルゴリズムに整合する。Consistent 接線係数を用いた。

6. 解析結果例

詳細な結果やパラメータ等は、発表の際に述べるが、ここでは Ozaki et al.(2013) による実験結果 (スライダ、ベース共にプリストルボードにおける実験結果) とそのシミュレーション結果を図-3 に示す。

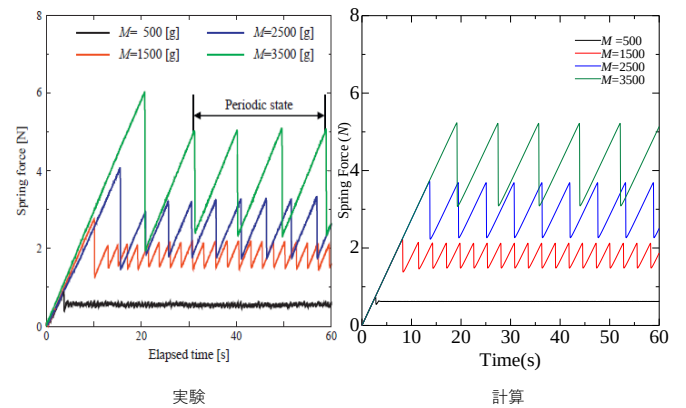


図-3 再現結果

導出したアルゴリズムを用いて、スティックスリップ運動が再現できていること見て取れる。

7. 結論

提案する陰的摩擦力更新アルゴリズムを適用してスティックスリップ運動の再現を行うことができた。

参考文献

- 1) 尾崎伸吾, 橋口公一, 陳玠行: 時間依存性摩擦構成式を用いたスティックスリップ運動の安定性に関する検討, 応用力学論文集 Vol.10, pp445-455, 2007
- 2) S.Ozaki, C.Ito, K.Hashiguchi: Experimental verification of rate-dependent elastoplastic analogy friction model and its application to FE analysis: Tribology International 64, pp164-177, 2013