

固有直交分解を用いた地震時建物被害の確率論的評価

東北大学 工学部 建築・社会環境工学科 学生会員 ○宇佐美秀和

東北大学大学院 工学研究科 土木工学専攻 学生会員 外里健太

東北大学災害科学国際研究所 正会員 森口周二

東北大学災害科学国際研究所 正会員 寺田賢二郎

1. 研究の目的

近年、数値解析技術の進歩により、地震被害に関する詳細なデータを得ることが可能となってきた。しかし、高度な解析を行うにはそれに対応する計算コストが求められ、確率論に基づく災害リスク評価が重視されている。多くの不確実性を考慮した数値解析を行う場合、膨大な数の計算ケースを検討する必要がある、このことが大きな問題となる。そこで、本研究では、数値解析結果からデータの特徴を抽出し、簡易的な計算によって低コストでリスク評価を可能とする手法を提案する。具体的には、複数の数値解析結果に対して固有直交分解を適用し、データの特徴を表す固有モードを取り出す。そのモードの線形結合によって表現される代理モデルを作成し、それを用いたモンテカルロシミュレーションを行うことにより、不確実性を考慮した確率論的な評価を行う。

2. 固有直交分解¹⁾

準備として、あるケース i におけるデータ $\mathbf{x}_i$ (n 次元) を列として N ケース並べた行列 $\mathbf{X}$ を定義する。本研究では、($N \ll n$) としているので、 $\mathbf{X}$ と $\mathbf{X}^T$ を次元が小さくなるように掛け合わせて $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$ を定義し、固有値解析を行う。このときの固有値と固有ベクトルをそれぞれ λ_j , $\mathbf{v}_j$ とし、この固有ベクトルを列方向に並べた行列を $\mathbf{V}$ とする。これらの固有ベクトルと固有値を用いて特異値分解を以下の式で定義する。

$$\mathbf{X} = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^T \quad \dots(1)$$

ここで、固有値の平方根を対角成分に並べた行列を $\mathbf{\Sigma}$ とする。 $\mathbf{U}$ は計算によって導くことができるモードとよばれ $\mathbf{u}_j$ が列方向に並んだ行列であり、これは共分散行列 ($\mathbf{X} \mathbf{X}^T$) の固有ベクトルと一致する。また、式(1)を変形すると次式のようになり、係数 α とモード $\mathbf{u}$ で表すことができる。

$$\mathbf{x}_i = \sum_{j=1}^N (\sigma_k v_{ij}^T) \mathbf{u}_j = \sum_{j=1}^N \alpha_{ij} \mathbf{u}_j \quad \dots(2)$$

3. 代理モデルの作成

先述のように、本研究では地震時の建物の危険度評価を対象とする。用いた数値解析は、HAZUS²⁾の理論を応用したものであり、地震による建物の損傷レベルを評価できる。解析対象地域をタイのチェンマイの一部とし、建物数 80290 棟、震源の位置を図1のように5か所、マグニチュードを4.0から6.0まで0.25刻みで9種類変化させ、計45のシナリオで解析を行った。係数 α をマグニチュード (M) と震源の座標 (x_e, y_e) を用いて関数として表現することで、次式のような代理モデルを作成することができる。

$$\hat{x}(x_e, y_e, M) = \sum_{i=1}^p \alpha_i(x_e, y_e, M) \mathbf{u}_i \quad \dots(3)$$

情報量の少ないモードを削減するとき、寄与率や誤差のばらつきなどを考慮して、第4モードまで用いることと

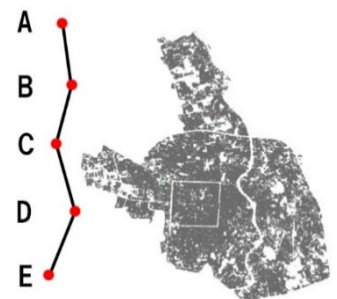


図1：解析対象地域と断層の位置関係

キーワード：固有直交分解，地震，建物被害，確率論的評価

連絡先：〒980-8572 仙台市青葉区荒巻字青葉 468-1 東北大学災害科学国際研究所 計算安全工学研究分野 TEL022-752-2132

した．図2はM6.0震源Eの数値解析の結果で，図3は第4モードまで使用した代理モデルから得られる結果である．図4は第4モードまで使用したときの誤差のヒストグラムで，多くの誤差が5%以内に収まっている．誤差 $ei(\%)$ は式(3)で定義し， x_{ij} は数値解析結果で $\hat{x}_{ij}$ は代理モデルから得られる結果である．

$$ei = \frac{|x_{ij} - \hat{x}_{ij}|}{x_{ij}} \times 100 \quad \dots(4)$$

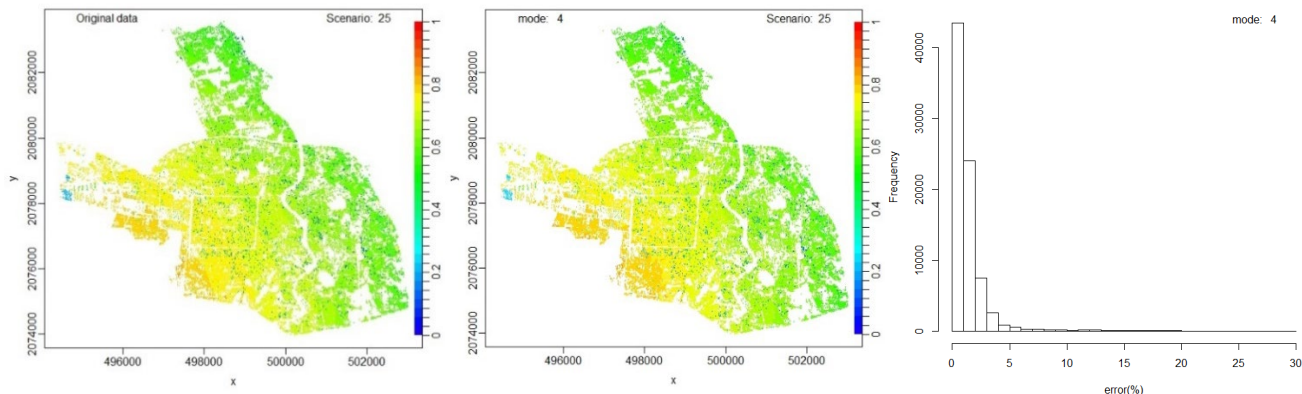


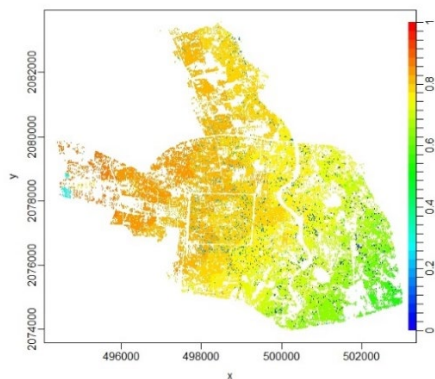
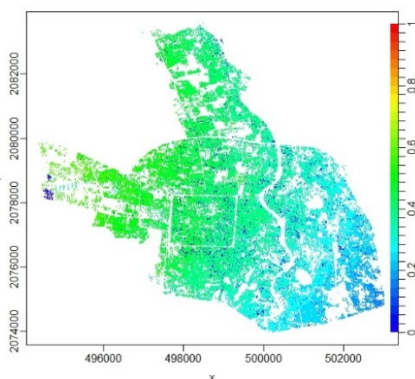
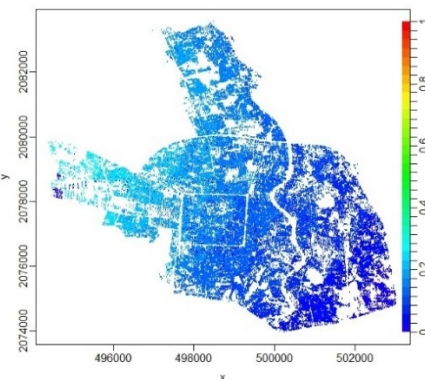
図2:数値解析の結果(M6.0 震源 E)

図3:代理モデルの結果(M6.0 震源 E)

図4: 誤差のヒストグラム

4. モンテカルロシミュレーション

震源位置を一様分布，マグニチュードを正規分布と仮定して不確実性を定量化し，代理モデルを用いてモンテカルロシミュレーションを行った．図5～7はその結果から作成した超過確率の分布を示している．損傷レベルに閾値を設定した場合の超過確率の分布図で，それぞれ損傷レベルが10,30,50%を超える確率(超過確率)の分布図である．本研究で提案した方法により，このような確率論的被害マップを低コストで作成することができる．ただし，本研究で仮定した断層とマグニチュードの不確実性には大きな仮定を含んでおり，より現実に近い評価を行うためには不確実性の定量化に必要な情報を整備する必要がある．

図5：超過確率の分布
(損傷レベル 10%以上)図6：超過確率の分布
(損傷レベル 30%以上)図7：超過確率の分布
(損傷レベル 50%以上)

5. 結論

本研究では，地震時の建物被害評価を例として，固有直交分解を用いた数値解析の代理モデルを用いてモンテカルロシミュレーションを行う手法を提案した．本手法を適用することで，低コストで確率論的評価を行うことが可能となる．ただし，先述のように課題も残っており，今後さらなる検証が必要である．

- 参考文献 1) 金谷健一：これなら分かる応用数学教室-最小二乗法からウェーブレットまで-，共立出版，2003.
2) kircher,Whitman,Holmes：HAZUS Earthquake Loss Estimation Methods, 2006