

粘塑性・粘塑性モデル解析による変状地層形成の要因分析

○東北大学工学部 学生員 金澤 秀太
 東北大学大学院工学研究科 正 員 京谷 孝史
 東北大学大学院工学研究科 正 員 松原 成志朗

1. はじめに

地層の変状形成の要因には、断層変位や膨潤など様々なものがあるが、それを力学的に分析したものは少ない。本研究では物性値、および変位の速度に関してパラメータスタディーを行い、粘弾性・粘塑性複合モデルを用いて地層変状を再現すること、およびその要因を分類することを試みる。

2. 粘弾性・粘塑性モデル

本研究で用いる粘弾性・粘塑性複合モデルでは、全ひずみ ε を粘弾性ひずみ ε^{ve} と粘塑性ひずみ ε^{vp} の和として以下の式のように表す。

$$\varepsilon = \varepsilon^{ve} + \varepsilon^{vp} \quad (1)$$

粘弾性ひずみ ε^{ve} に対しては一般化 Maxwell 粘弾性モデルを採用し、粘塑性ひずみ ε^{vp} に対しては粘塑性モデルを採用する。

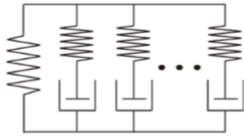


図-1 一般化 Maxwell モデル

一般化 Maxwell モデルは図-1 に示すような、並列に接続された N^{ve} 個の Maxwell モデルと 1 つのバネ要素（純弾性要素）から構成される。複数の緩和時間を持つ一般化 Maxwell モデルでは様々なクリープ現象を再現することができ、繋がる個数が多いほど、クリープ現象の予測精度を向上させることができ、現実のクリープ曲線に一層近似させることができる。 α 番目の Maxwell 要素の微分方程式は以下に示すような式で表される。

$$2\gamma^\alpha G \mathbf{I}^{dev} : \dot{\varepsilon}^{ve} = \dot{s}_\alpha + \frac{1}{\tau^\alpha} \mathbf{I} : s_\alpha, \quad \tau^\alpha \mathbf{I} = \frac{\eta^\alpha}{2\gamma^\alpha G} \quad (2)$$

ここで、 G はせん断弾性係数、 η^α は粘性係数、 γ^α はモデル全体のバネ剛性の和と各バネの剛性に対する比である。 s_α は偏差応力、 \mathbf{I}^{dev} は偏差成分を抽出する四階のテンソルであり、四階の単位テンソル $\mathbf{I}_{(4)}$ および二階の単位テンソル $\mathbf{I}_{(2)}$ を用いて以下の式で表せる。

$$\mathbf{I}^{dev} = \left(\mathbf{I}_{(4)} - \frac{1}{3} \mathbf{I}_{(2)} \otimes \mathbf{I}_{(2)} \right) \quad (3)$$

式 (2) から、粘弾性モデルにおける偏差応力が以下の式のように表せる。

$$s_\alpha = \int_{t_0}^t 2\gamma^\alpha G \mathbf{I}^{dev} : \frac{d\varepsilon^{ve}}{ds} \exp\left(-\frac{s-t}{\tau^\alpha}\right) ds \quad (4)$$

一方で、粘塑性モデルについては、Perzyna 型 J2-Mises の粘塑性モデルを用いた。このモデルでは、材料が降伏後に粘塑性の効果が発揮され、その挙動は時間依存性を持つ。このモデルにおいて、全応力 σ は線形弾性構成則を用いて以下の式で表せる。

$$\sigma = \mathbb{C} : \varepsilon^{ve} = \mathbb{C} : (\varepsilon - \varepsilon^{vp}) \quad (5)$$

降伏関数 f^{vp} は偏差応力 s 、硬化駆動力 q および降伏応力 $\bar{\sigma}_Y^0$ を用いて次式で表される。

$$f^{vp}(s, q) = \sqrt{\frac{3}{2} s : s + q - \bar{\sigma}_Y^0} \quad (6)$$

硬化駆動力 q は以下の式で定義される。

$$q = -H^{iso} \xi - R_\infty [1 - \exp(-\beta \xi)] \quad (7)$$

ここで、 H^{iso} 、 R_∞ および β は材料パラメータである。 ξ は硬化変数であり、硬化変数 ξ の速度形が粘塑性乗数 $\dot{\gamma}^{vp}$ を用いて、以下の式で定義される。

$$\dot{\xi} - \dot{\gamma}^{vp} = 0 \quad (8)$$

粘塑性乗数 $\dot{\gamma}^{vp}$ の発展則は材料パラメータ $\dot{\gamma}_0^{vp}$ 、 η^{vp} 、 Σ を用いて次式で定義する。

$$\dot{\gamma}^{vp} - \frac{\dot{\gamma}_0^{vp}}{\eta^{vp}} \sinh\left\{ \frac{f^{vp}}{\Sigma} \right\} = 0 \quad (9)$$

また、流れ則は以下の式の与えられる。

$$\dot{\varepsilon}^{vp} - \dot{\gamma}^{vp} \mathbf{N} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{N} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\mathbf{s}}{\|\mathbf{s}\|} \quad (10)$$

3. Return-Mapping

本研究では、第 2 節で示した非線形連立方程式を解くために、Newton-Raphson 法を用いた Return-Mapping アルゴリズムを採用する。Return-Mapping アルゴリズムを用いることで、構成則を満たす現在の応力状態 σ を求めることが出来る。また、第 2 節で示した式中の速度変数に対して後退差分近似を用いる。

4. 地層解析モデル

解析対象とする、地層のモデルとして本研究では図-2に示すようなモデルを用いた。主に解析対象とするのは図-2における下層で、モデルの下層に強制変位が加わった際の、下層の変状を再現することを試みる。

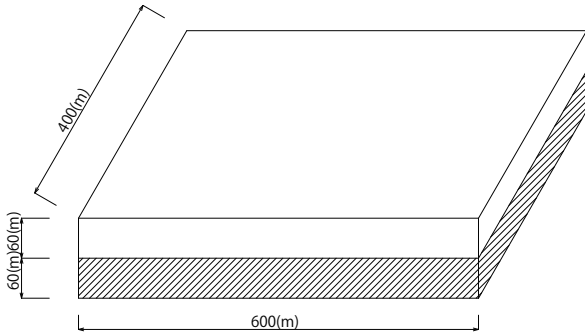


図-2 解析モデル

数種類の境界条件を仮定して、解析を行った。例えば図-3に示される境界条件では、変位と力が線形関係にあると仮定し、モデル下層に分布荷重を与えて解析を行った。例を図-3に示す。

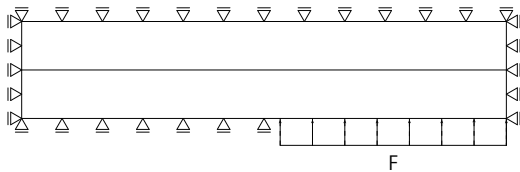


図-3 解析モデル

5. 解析結果例

詳細な結果やパラメータ等は、発表の際に述べるが、ここでは計算結果の一例をに示す。

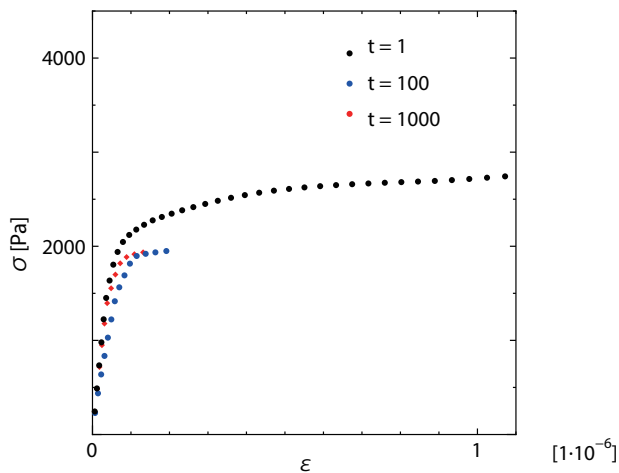


図-4 応力ひずみ曲線

図-4に、応力集中が発生する要素の載荷時間 t を変化させた際の応力ひずみ曲線を示す。本結果を観察すると、材料挙動の時間依存性が見て取れる。

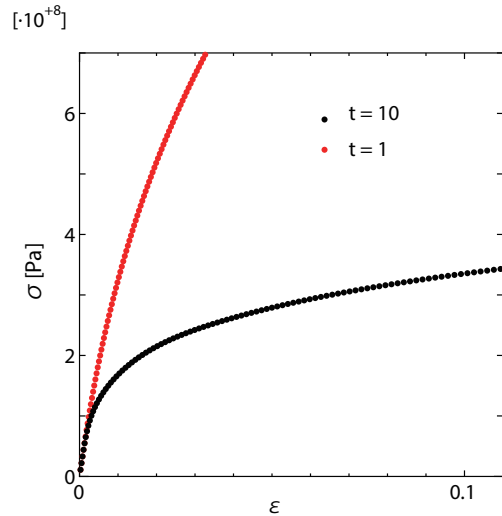


図-5 応力ひずみ曲線

さらに、図-5に、材料パラメータを変化させた際の応力ひずみ曲線を示す。ここでは、降伏後の挙動の時間依存性が読み取れる。より詳細な検討結果は、発表の際に示す。

6. 結論

結論は発表で述べる。

参考文献

- 1) R.D. Lama, V.S Vutukuri : HANDBOOK ON MECHANICAL PROPERTIES OF ROCKS -Testing Techniques and Result- Volume 3.