

砂のような粒状体のダイレイタンスーメカニズムに関する考察

東北学院大学工学部環境建設工学科 学生会員 ○杉澤泰晟 加藤裕真
 東北学院大学工学部環境建設工学科 フェロー会員 飛田善雄

1. 序論¹⁾

砂のような粒状体がせん断中に示すダイレイタンスーは、液状化現象などを含む様々な場面で重要な役割を果たす。これまで、そのメカニズムについて様々なモデルが提案されてきた。それらのモデルを簡潔に振り返る。さらに、内部構造の変化、特に「力の鎖」の発達とその変化、さらに力の鎖の支持機構に着目して、繰り返しを含む広範な挙動の理解につながるダイレイタンスーメカニズムについて考察した。

2. ダイレイタンスーに関する過去の研究

本研究では、応力とダイレイタンスーの関係について代表的な研究事例である、すべりモデル、Rowe、Odaを紹介し、得られた結果を簡潔にまとめるとともにそれらの欠点、利点を説明する。

2.1 すべりモデル²⁾

ダイレイタンスーが、なぜ発生するのかについては、すべり面の方向と粒子のすべりの方向が異なるとする「のこぎり歯モデル」¹⁾ (図1, 参照)が感覚的にわかりやすく、多くの基本的な教科書に利用されている。しかし、DEMを用いた数値解析では、実際にすべりの条件を満足する接点は少ない等、このモデルによるダイレイタンスー発生メカニズムを肯定する結果は得られていない。

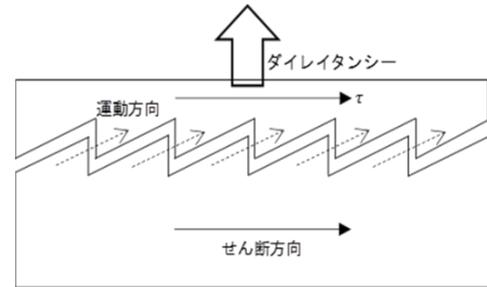
2.2 Roweのモデル²⁾

Roweは粒子間の接触における粒子間のすべりの詳細な分析を行い、接触力と粒子間の変位増加を応力とひずみに関連付けた。さらに、粒状体内の粒子接点が物理摩擦角を持った斜面上でのすべりの限界つりあい状態にあるものと考えた。

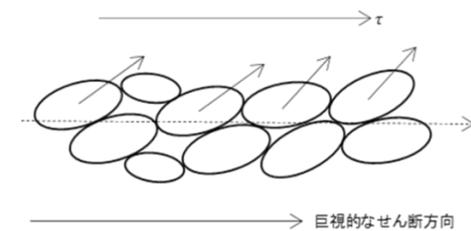
粒子のすべりの限界つりあいを考えると、以下の式が得られる。

$$\frac{\sigma'_1 d\varepsilon_1}{2\sigma'_3 d\varepsilon_3} = \frac{\sigma'_1}{2\sigma'_3(1 + d\varepsilon_v/d\varepsilon_1)} = \frac{\tan(\varphi_\mu + \beta)}{\tan\beta} \quad (1)$$

ここに、 $\sigma'_1, \sigma'_3, d\varepsilon_1, d\varepsilon_3$: 最大・最小主応力およびそれぞれの主ひずみ増分、 $d\varepsilon_v = d\varepsilon_1 + 2d\varepsilon_3$: 体積ひずみ増分、 φ_μ : 粒子の物理摩擦角、 β : 粒子接点における接線が最大主応力方向となす角



(a) のこぎり歯モデル



(b) すべりによる粒子レベルでのダイレイタンスー説明

図-1 すべりによるダイレイタンスーの説明

ここでRoweは、式 (1) の左辺を粒子接点に対してなされた仕事増分と外力に抵抗した仕事増分の比とみなし、このエネルギー増分比が最小になるように土は挙動すると仮定し、その条件より、式 (2) を求め、式 (1) に代入し、式 (3) を得た。

$$\beta = \frac{1}{2}\varphi_\mu + 45^\circ \quad (2)$$

$$\frac{\sigma'_1}{\sigma'_3(1 + d\varepsilon_v/d\varepsilon_1)} = \tan^2(45^\circ + \frac{1}{2}\varphi_\mu) \quad (3)$$

式(3)がRoweの応力比ダイレイタンスー関係式である。

Roweの式では、式 (1) のエネルギー比を最小にする。力学的意味が明確でないことを始めとして、様々な議論がなされているが、実際の砂の挙動への適用性には問題があることが指摘されている。

2.3 Odaの実験³⁾

Odaは、低粘性の接着剤を砂の中へ注ぎ込んで固結させ、薄片を作って顕微鏡観察を行った。砂の初期構造、特に構造の異方性が強度・変形特性に及ぼす影響、砂の変形に伴う構造の変化、さらに大きな変形に至るまでの各段階における構造の特性を論じた。

キーワード：ダイレイタンスー，力の鎖

ここで、単位立方体の粒状集合体を構成する粒子の接触数と接触面の面積をそれぞれ m と ΔS_i とする³⁾。領域 ΔS_i は、YZ平面、ZX平面、およびXY平面に投影することができる。その面積の総和を S_x 、 S_y 、 S_z とする。砂の構造の軸対称性のために、 $S_x=S_y$ である。 S_z/S_x 、 S_z/S_y の比は異方性に関する砂の構造特性であると考えられ、 S_z/S_x は応力比とダイレイタンス率と密接な関係があり、定式化できることがわかった。これら2つの式より、最終的に、式(4)が得られ、応力比－ダイレイタンス率関係式が導かれる。

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = k_5 \cdot \frac{dv}{d\varepsilon_1} + k_6 \quad (4)$$

強さ（応力比）およびダイレイタンス率を考える上で、構造比が重要であることを示しており、その後の研究によってもこの考え方は支持されている。

3. 粒状体の変形挙動と内部構造の変化について

数値解析手法として個別要素法（DEM）が提案され、粒子レベルの挙動について、多くの事実が明らかになった。Odaの実験やDEMの計算結果は、せん断に伴い発生する内部構造がきわめて異方的であり、外力が変化すると、その内部構造は崩壊し、より異方的な別の構造に変化することは、多くの研究が示している。

粒状体に与えられた外力は、主に、最大圧縮方向に形成される力の鎖(force chain)（図-2に示す、大きな粒子間力：左上から右下の経路）を通して伝達される。

力の鎖の構造的安定性が、外力の変化により、失われたときに、内部構造が大きく変化しながら、新たな力の鎖が形成されれば、粒状体全体としては「ひずみ硬化」を示す。しかし、せん断ひずみが大きくなるにつれ外荷重に耐えられず力の鎖は崩壊し、新たな力の鎖を形成することができなくなったとき、ピークを示し、その後は「ひずみ軟化」を示すことになる。

4. 力の鎖とその支持機構の重要性

これまでの粒状体力学分野の成果をもとに、粒状体の内部構造を力の鎖を形成するメイン構造と力の鎖を支持するサブ構造に分けることを考える⁴⁾。今までの研究では、力の鎖構造にのみ焦点を当ててきた。しかし、メイン構造とサブ構造は相異なる内部構造を形成し、異なる役割を果たしている。ダイレイタンス率のメカニズムを考えるうえで、2つの構造の変化が全体的なダイレイタンス率挙動をもたらす、密度・拘束圧依存性、繰り返し载荷を含むような広範な挙動を説明すると期待することができる。

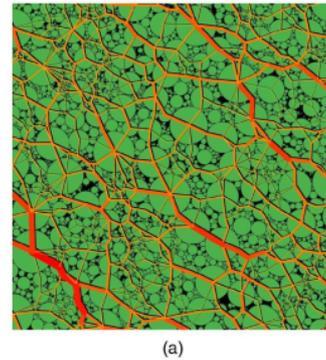


図-2 粒子間力の伝達を担う力の鎖⁵⁾

5. 考察

粒状体力学分野における研究成果は、様々な観点から議論がなされており、計算結果に対しても異なる解釈が与えられている。粒状体の内部構造を2つに分けて議論をする考え方は、これまでも提案され⁶⁾、伝達される粒子間力の大きさにより、粒子間力の大きい強い構造と粒子間力が小さい弱い構造に分けて考えて、内部構造変化が提案されている。

現時点で、このメイン構造とサブ構造に分けてダイレイタンス率メカニズムを考えることが有利であることを確認できる段階には至っていない。しかし、広範な挙動を統一的に説明できるモデルの候補として、有望であると考えているので、さらに検討を進めていきたい。

6. 参考文献

- 1) 飛田他(2018):地盤材料の非線形構成モデルの現状と展望,東北学院大学工学部研究報告,東北学院大学工学会,第52巻,第1号
- 2) M.Oda and K.Iwashita(1999):"Mechanics of Granular Materials: An Introduction", CRC press
- 3) Masanobu Oda(1972):The Mechanical of Fabric Changes during Compressional Deformation of Sand, Soils and Foundations, Vol.12,No.2, pp.1-18
- 4) 新田悠生(2018):砂の内部構造変化に関する基礎的考察:弾塑性モデルへの適用,東北学院大学修士論文
- 5) F. Radjai et al(2017):Modeling Granular Materials: Century-Long Research across Scales;Journal of Engineering Mechanics ASCE, Vol.143,No.4, 04017002
- 6) Nguyen et al.(2009):Analysis of structure and strain at the meso-scale in 2D granular materials, Int.J. Solids and Structures, Vo.46, pp.3257-3271