

断面変形を考慮した梁要素と連続体要素の接合に関する考察

東北大学工学部

学生会員

○星屋 美優

東北大学大学院工学研究科

正会員

斉木 功

東北大学大学院工学研究科

正会員

山本 剛大

1. はじめに

橋梁の有限要素解析において、剛結部などの局所的な変形が生じる部分を連続体要素で、断面が一様である部分は梁要素を用いてモデル化することで、連続体要素のみでモデル化した場合よりも自由度を低減できる。しかしながら、箱桁のような幅広薄肉断面を持つ構造物では断面変形が発生するため、断面の平面保持を仮定した Timoshenko 梁要素を多点拘束法により接合したモデルでは接合部の断面が平面に拘束されるため、たわみや接合部の応力の解析精度が低下することが知られている¹⁾。

均質化梁理論により任意断面のフランジのせん断遅れやウェブの面外せん断変形などの断面変形を考慮した梁要素が開発されている^{2),3)}。この梁要素を用いることで、連続体要素と滑らかに接合することができると考えた。そこで本研究では均質化法により断面変形を考慮した梁要素と連続体要素を接合し、連続体要素のみを使ったモデルに比べ自由度を小さくしつつ、精度のよい解析手法を提案する。

2. モデル化手法

図-1 に示す箱形断面の梁を解析対象とし、橋軸方向を x_1 、橋軸直角水平方向を x_2 、鉛直方向を x_3 とする正規直交座標系を設定する。連続体要素および断面変形を考慮した梁要素の自由度を図-2 に示す。断面変形を考慮した梁要素の自由度は、梁の断面重心位置の x_1 方向の変位 u_1^b 、 x_3 方向の変位 u_3^b 、 x_2 軸周りの回転角 θ および断面変形を表す一般化変位 g である。ここで梁の断面内の任意点での x_1 方向の変位 u_1 は、

$$u_1(x_1, x_2, x_3) = u_1^b(x_1) + x_3 \theta(x_1) + f(x_2, x_3) g(x_1) \quad (1)$$

と表せる³⁾。ここで、 $f(x_2, x_3)$ は周期境界条件のもとで梁の代表体積要素にせん断変形を与えた際の断面の任意の点の x_1 方向変位であり、せん断による断面のゆがみ変位の分布を表す関数である。また、 $\theta = \tilde{\gamma} - \frac{du_3}{dx_1}$ 、 $\tilde{\gamma}$ はせん断ひずみである。

本研究では断面変形を考慮した梁要素と連続体要素の接続手法として多点拘束法を用いた。具体的には、接合

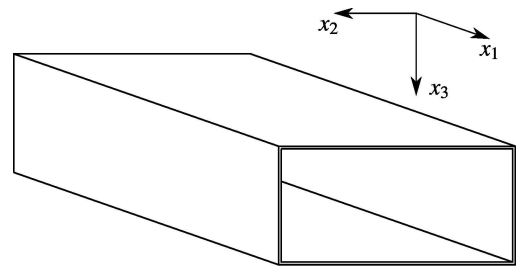


図-1 解析対象の梁の全体図

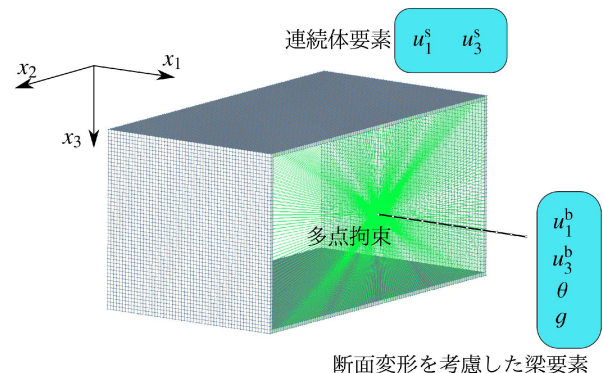


図-2 要素の節点自由度

部断面における連続体要素の任意の節点の x_1 方向の変位 u_1^s 、 x_3 方向の変位 u_3^s を拘束条件式

$$u_1^s(x_1, x_2, x_3) = u_1^b(x_1) + x_3 \theta(x_1) + f(x_2, x_3) g(x_1) \quad (2)$$

$$u_3^s(x_1, x_2, x_3) = u_3^b(x_1) \quad (3)$$

により断面変形を考慮した梁要素と接合した。

3. 箱断面梁による精度検証

解析対象は箱桁とし、断面図を図-3 に示す。なお、板厚はフランジ、ウェブ、ダイアフラムすべて 20mm とした。図-4 に示すように、等分布荷重 1000N/m を受ける単純支持梁を解析する。支間長は $L = 4\text{m}$ とし、支点部にはダイアフラムを設け、支点はピン支承で下フランジのみ支持した。また、Young 率は $2.0 \times 10^{11} \text{N/m}^2$ 、Poisson 比は 0 とする。解析モデルは支点部から x_1 方向を支間中央部に向かって 600mm までの部分を連続体要素で作成し、支間中央部は断面変形を考慮した梁要素で作成した。このモデルをソリッド+断面変形梁モデルと呼ぶこととする。

Key Words: shear lag, periodic boundary condition, finite element method, combined modeling

〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06 東北大学大学院工学研究科土木工学専攻 構造強度学研究室

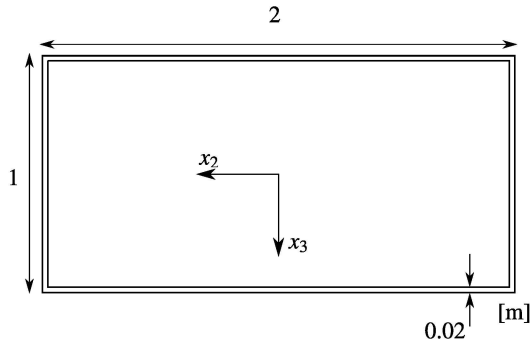


図-3 解析対象の梁の断面図

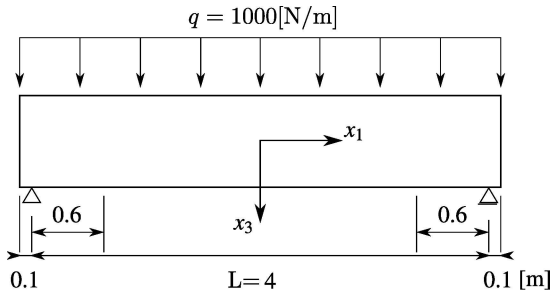


図-4 荷重・拘束条件

本提案モデルに加えて、Timoshenko 梁要素と連続体要素を拘束条件式を用いて接合したモデル（ソリッド+Timoshenko 梁モデル）および断面変形を考慮した梁要素のみを用いたモデル（断面変形梁モデル）を作成し、解析結果を比較する．参照解は連続体要素のみを用いたモデル（ソリッドモデル）の結果とした．なお、Timoshenko 梁のせん断補正係数 κ は梁の断面積を A 、せん断弾性を G 、周期境界条件のもとで梁の代表体積要素に $\tilde{\gamma}$ のせん断変形を与えた際のせん断力を Q とすると、 $\kappa = \frac{Q}{\tilde{\gamma}GA}$ と表される．

ソリッド+Timoshenko 梁モデルの接合部断面における連続体要素の任意の節点の x_1 方向の変位 u_1^s 、 x_3 方向の変位 u_3^s を拘束条件式

$$u_1^s(x_1, x_3) = u_1^b(x_1) + x_3\theta(x_1) \quad (4)$$

$$u_3^s(x_1, x_3) = u_3^b(x_1) \quad (5)$$

により Timoshenko 梁要素と接合した．

解析モデルは x_2 - x_3 面で対称であるため、半分の $x_1 \leq 0$ の領域についてのモデルを作成した．連続体要素には 8 節点 6 面体アイソパラメトリック要素を用い、要素分割は板厚方向、 x_1 方向ともに 20mm とした．梁要素はすべて x_1 方向に要素長を $l = 100\text{mm}$ とした．

ソリッド+断面変形梁モデル、ソリッド+Timoshenko 梁モデルおよびソリッドモデルの接合部における上フランジ部の x_1 方向変位 u_1 の x_2 方向の分布を

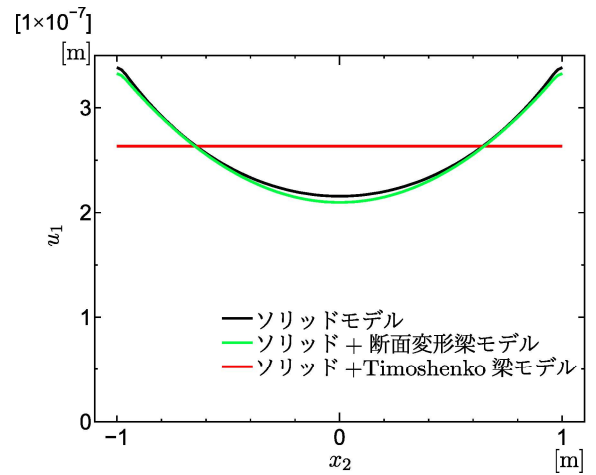
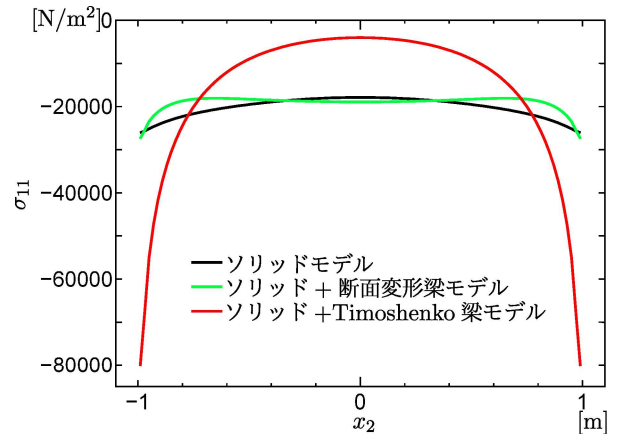
図-5 接合部における上フランジ部の x_1 方向変位図-6 接合部における上フランジ部の x_1 方向直応力

図-5、 x_1 方向の直応力 σ_{11} の x_2 方向の分布を図-6に示す．また、支間中央における x_3 方向のたわみの参照解との相対誤差は、ソリッド+断面変形梁モデルで -2.7% 、ソリッド+Timoshenko 梁モデルで -11.0% 、断面変形梁モデルで -14.2% であった．断面変形梁モデルでは支点の局所的な変形が表現できないため、接合モデルに比べて誤差が大きくなっている．2つの接合モデルを比較すると、接合部における x_1 方向変位、 x_1 方向の直応力および支間中央におけるたわみすべてにおいて、本研究で提案したソリッド+断面変形梁モデルが高精度であった．

参考文献

- 1) 山田貴博，仲田光秀：Nitsche 法に基づくはり要素とソリッド要素の接続手法，土木学会論文集 A2，Vol.71，No.2，pp.319-326，2015．
- 2) 斉木功，西井大樹，山本剛大：任意断面のせん断遅れを考慮できる梁要素，日本計算工学会論文集，Vol.2018，No.20180013，2018．
- 3) 鄭勲，斉木功，山本剛大：せん断に伴う断面変形を考慮した梁理論に関する考察，平成30年度土木学会東北支部技術研究発表会投稿中，2019．