支援物資マッチングシステムの割当方式の改良

東北大学大学院情報科学研究科 正会員 福本 潤也

1. はじめに

大規模災害後の被災地への物資集中問題¹⁾の解決を図るため、土生・福本²⁾はマッチングシステム（Matching System：MS）を提案・開発した。受援者と支援者が受取希望物資と提供可能物資をそれぞれ入力すると、MSは物資の割当計画と輸送計画を出力する。橋本・福本³⁾は、管理者がシステム運用に伴う全ての費用を負担すると先行研究で仮定されていた点を問題視し、支援者にも運用費用の一部を負担させるMSを提案した。具体的には、物資支援者に提供可能な物資の種類や数量に加えて、物資提供に対する支払意志額を尋ね、VCGメカニズムを用いて物資の割当計画・輸送計画・費用負担を同時に決定するシステムである。VCGメカニズムはVCGペイメントの算出に伴う計算負荷が大きく、実装版MSに組み込むには必ずしも適さないという課題がある。本研究では、橋本・福本が提案した仕組みの実装に向けたアルゴリズム開発を試みる。

2. VCGメカニズムの定式化

支援者を $i \in \{1, \dots, I\}$ 、受援者を $j \in \{1, \dots, J\}$ 、物資の種類を $k \in \{1, \dots, K\}$ で表す。受援者 j が受取を希望する物資数量を $\mathbf{y}_j = (y_j^1, \dots, y_j^K)$ で表す。支援者 i が提供可能な物資数量を $\mathbf{z}_i = (z_i^1, \dots, z_i^K)$ 、物資一単位の提供に対する支払意志額を $\mathbf{v}_i = (v_i^1, \dots, v_i^K)$ でそれぞれ表す。支援者 i のいる場所から受援者 j のいる場所への物資 k の単位輸送費用を c_{ij}^k で表す。

物資の輸送は全て管理者が行う状況を考える。すなわち、割当計画が策定されると管理者は物資輸送の手配を行い、被災地への輸送にともなって発生する費用を全て負担する状況である。ただし、支援者が事前に入力した支払意志額により各支援者の費用負担額が割当計画と同時に策定されるため、輸送に伴う費用の多くは支援者が実質的に負担する。単純化のため、物資の積替えは考えず全て一対一で輸送される状況を想定する。

割当計画は以下の最適化問題の最適解として求まる。ただし、 M は十分大きい定数、 s_j^k は受援者 j が支援者から受け取ることのできない物資 k の数量（未充足量）を表す変数である。

$$\max_{x_{ij}^k, s_j^k} \sum_{i,j,k} (v_i^k - c_{ij}^k) x_{ij}^k - \sum_{j,k} M s_j^k \quad (1)$$

$$s.t. \quad \forall i, k: \sum_j x_{ij}^k \leq z_i^k \quad (2)$$

$$\forall j, k: \sum_i x_{ij}^k + s_j^k = y_j^k \quad (3)$$

$$\forall i, j, k: x_{ij}^k \geq 0 \quad (4)$$

$$\forall j, k: s_j^k \geq 0 \quad (5)$$

目的関数の第一項は物資提供により生じるネットの価値を表し、第二項は物資未充足に伴う費用を表す。制約条件の第一式は供給制約、第二式は需要制約、第三式と第四式は非負制約である。上記最適化問題は物資の種類別のサブ問題に分割可能である。また、サブ問題において、未充足物資のダミー供給ノードを設け、目的関数の符号を変えて最小化問題とすればヒッチコック型輸送問題に書き換えることができる。

支援者 i のVCGペイメントは $\pi_i = W_{-i}^* - W_{(-i)}^*$ と表される。ただし、 W_{-i}^* は式(1)の最適化問題の最適値と最適割当計画（最適解）で支援者 i が得る利得 $\sum_{j,k} v_i^k x_{ij}^k$ の差、 $W_{(-i)}^*$ は式(1)の $\mathbf{z}_i$ を $\mathbf{0}$ とした場合の最適値である。 π_i は支援者 i がMSに情報を入力することで生じる他主体（ i 以外の支援者、受援者、管理者）の利得の変化量であり支

援者*i*による外部性を表す．外部性を内部化するペイメントとなっており，VCGメカニズムは（支援者の）個人合理性と誘因整合性，ならびに割当効率性を満たす．一方，VCGペイメントの計算に式(1)と同規模の最適化問題を計 $I+1$ 回解く必要がある．特に大量の支援者がMSにアクセスして物資提供を申し出た場合には計算負荷が非常に大きくなる．

3. 同時競上げ方式の定式化

以下では，1) VCGメカニズムと同じ割当計画と費用負担を出力する，2) 誘因整合性などの優れた理論的性質を持つ，3) 計算負荷が小さい，という3つの特徴を持つアルゴリズム（同時競上げ方式）を定式化する．Ausubel and Milgrom⁴⁾が提案した代理人による同時競上げオークションをMSの割当計画・費用負担決定問題に適用する．

代理人による同時競上げ方式では支援者が最初に入力した $\mathbf{z}_i$ と $\mathbf{v}_i$ の情報をもとに以下のアルゴリズムに従って最終的な割当 x_{ij}^{k*} とペイメント $\pi_i = \sum_{i,j,k} b_{ij}^{k*} x_{ij}^{k*}$ を決定する．

- 1) $t=1, \underline{b}_{ij}^{k,t} = 0, b_{ij}^{k,t-1} = 0$
- 2) $\tilde{x}_{ij}^{k,t} = \arg \max \sum_{i,j,k} (v_i^k - \underline{b}_{ij}^{k,t}) x_{ij}^{k,t} \quad s.t. \quad (2), (4)$

$$\tilde{b}_{ij}^{k,t} = \begin{cases} \underline{b}_{ij}^{k,t} & \text{if } \tilde{x}_{ij}^{k,t} > 0 \text{ and } v_i^k \geq \underline{b}_{ij}^{k,t} \\ \underline{b}_{ij}^{k,t-1} & \text{otherwise} \end{cases}$$
- 3) $\hat{x}_{ij}^{k,t} = \arg \max_{x_{ij}^{k,t}, s_j^k} \sum_{i,j,k} (\tilde{b}_{ij}^{k,t} - c_{ij}^k) x_{ij}^{k,t} - \sum_{j,k} Ms_j^k \quad s.t. \quad (2), (3), (4), (5)$

$$\underline{b}_{ij}^{k,t+1} = \begin{cases} \tilde{b}_{ij}^{k,t} + \varepsilon & \text{if } \hat{x}_{ij}^{k,t} = 0 \\ \tilde{b}_{ij}^{k,t} & \text{otherwise} \end{cases}$$
- 4) IF $\exists i, j, k : \underline{b}_{ij}^{k,t+1} > \underline{b}_{ij}^{k,t} \quad t=t+1$ and GOTO 2), ELSE END

上記のアルゴリズムでは，2)において，各支援者の代理人が受援者・物資種類別に定義された提供権の購入希望枚数と購入希望価格を管理者に申告する．一方，3)では，管理者は暫定的な提供権の割当計画を決定する．その上で，暫定的な割当計画において提供可能物資の全部又は一部の割当が決まらなかった支援者に対して（割当がされなかった受援者・物資種類に関する提供権の）購入希望価格を引き上げることを認め，再度2)に戻る．提供権の価格が変化しなくなった時点で最終的な割当とペイメントが決定する．

計算負荷という点ではVCGペイメントより大幅に小さくなる．2)の最適化問題の解は自明であり，各支援者の代理人は物資の種類別に $(v_i^k - \underline{b}_{ij}^{k,t})$ が最大となる提供権を提供可能物資の数量分だけ購入すればよい．一方，3)では式(1)-(5)と同規模の最適化問題をステップ毎に解く必要がある．ただし，ステップ t が変化しても提供権の購入希望価格が変化するだけであり，購入希望価格の変化が小さければ暫定的な割当計画が変化しない場合は多い．また，暫定的な割当計画が変化する場合も変化後の割当計画は変化前の計画の近傍に位置することが多いと予想される．その場合，ヒッチコック型輸送問題における飛び石法やMODI法などを用いて効率的に変化後の価格を求めることが可能である．いずれにせよ，支援者数が大きい場合も解くべき問題の規模は大きくなるが，解くべき回数は支援者数の増加に伴って増えないため，MSへの実装という点ではVCGメカニズムより優れていると言える．

現在，集積所などへの積替えが生じる場合にも対応可能なアルゴリズムの開発に取り組んでおり，成果が出た場合には講演時に報告したい．

参考文献

- 1) Holguin-Veras J. et al.: Material Convergence: Important and Understudied Disaster Phenomenon, Natural Hazards Review, 2014.
- 2) 土生浩貴・福本潤也：支援物資のマッチング方式の提案，土木計画学研究・講演集，2013.
- 3) 橋本泰行・福本潤也：費用負担を考慮した支援物資マッチングシステムの提案と利用インセンティブ分析，土木学会東北支部技術研究発表会 講演集，2017.
- 4) Ausubel, L.M. and Milgrom, P.: Ascending Auctions with Package Bidding, Frontiers of Theoretical Economics, Vol.1, pp.1-42, 2004.